

## Метапредметные задания по математике

Мокрушина О.Г.

Для решения жизненных задач человеку, помимо способностей и личностных качеств, необходимы различные умения. Именно умения, прежде всего, и развивает учитель, работая с учениками на определенном предметном содержании. Традиционно педагог обращал внимание на предметное содержание и предметные умения. Вместе с тем в жизни мы нечасто сталкиваемся с задачами, аналогичными предметным. Напротив, чаще всего жизненные задачи требуют надпредметных умений, которые в школьной практике называют общеучебными умениями. На сегодняшний день, когда меняется представление о целях и ценностях образования, когда более важными становятся не конкретные знания, а умения их добывать, такие практико-ориентированные умения становятся все более актуальными. Определение и классификация общеучебных умений и навыков (чему учить?). Общеучебные умения и навыки - это универсальные для многих школьных предметов способы получения и применения знаний, в отличие от предметных умений, которые являются специфическими для той или иной учебной дисциплины.

**Метапредметные результаты обучения** раскрываются через предметные умения и универсальные учебные действия. В соответствии с ФГОС НОО они выстраиваются по нижеследующим позициям:

- 1) соответствие полученного результата поставленной учебной задаче;
- 2) планирование, контроль и оценка учебных действий, освоение начальных форм;
- 3) использование знаково-символических средств представления информации;
- 4) овладение логическими действиями и умственными операциями;
- 5) решение коммуникативных задач с использованием речевых средств и информационных технологий;
- 6) смысловое чтение;
- 7) различные способы поиска информации.

Задания собраны по блокам:

1. «Формирование операций мышления: сравнение, анализ, синтез и др.»
2. «Работа с информацией» (чтение и анализ информации, представленной в форме таблицы)
3. «Работа с алгоритмами»
4. «Работа с видеоинформацией».

К каждому заданию предлагаются критерии оценивания.

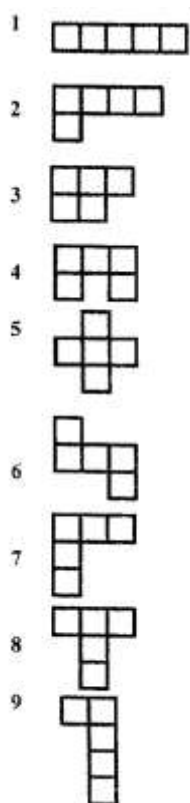
**1. Умения, характеризующие сформированность логических операций**  
**(сравнение, классификация, анализ, синтез).**

*Умение производить сравнение по заданным критериям.*

**(6 класс)**

Выпиши номера фигур, которые:

- а) равны;
- б) имеют одинаковый периметр;
- в) имеют одинаковую площадь.



**Критерии:**

**За каждый верно указанный ответ - 1 б. (макс 18 б.)**

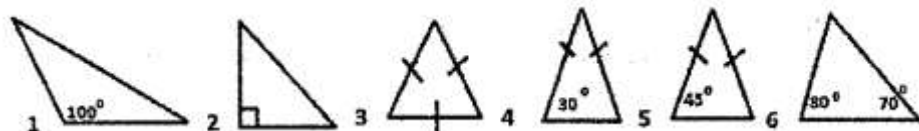
*Умение классифицировать объекты.*

**(7 класс)**

Разбейте на три группы данные фигуры.

По какому признаку вы их разделили?

Заполните таблицу, указав номера фигур.



Вид фигур			
Признак			
Номера фигур			

**Критерии:**

- распределены предметы по группам (классам) на основании их существенных признаков - каждый существенный признак – 1 балл

- классификация осуществляется на основании их несущественных признаков (они не позволяют судить о свойствах предметов) – 1 балл

- не выполнена классификация – 0 баллов

*Умение определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме.*

(6 класс)

**Множество натуральных чисел  $N$**  включают числа вида 1, 2, 3 и т.д., которые используются для счёта предметов.

**Множество целых чисел  $Z$**  состоят из натуральных чисел 1, 2, 3,..., числа 0 и чисел, противоположных к натуральным: -1, -2, -3,...

**Множество рациональных чисел  $Q$**  включают в себя выше перечисленные множества и числа вида  $m/n$ , где  $m$  и  $n$  целые числа. Рациональные числа могут быть записаны в виде конечных или бесконечных периодических десятичных дробей.

К **множеству иррациональных чисел  $I$**  относятся числа, которые не представляются в виде конечных десятичных дробей или в виде бесконечной периодической дроби. Например: число  $\pi$ .

При объединении множества рациональных чисел  $Q$  и множества иррациональных чисел  $I$  образуется множество **действительных чисел  $R$** .

Представьте в виде схемы отношение множеств между собой.

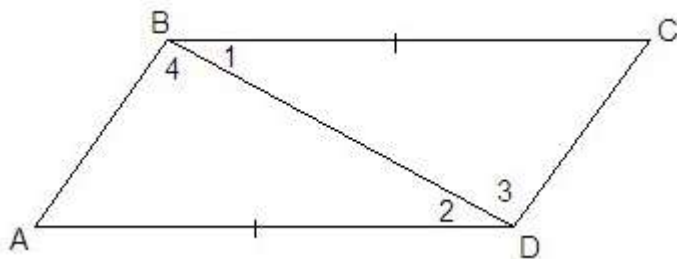
**Критерии:**

1. Логические связи определены верно ( 1б.)
2. Необходимое количество знаков в схеме( 1б.)
3. Понятность схемы( 1б.)

*Умение строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям.*

(8 класс)

Выстройте логическую цепь рассуждений по чертежу из набора суждений и запишите их порядок:



1. это накрест лежащие углы при пересечении прямых  $CD$  и  $AB$  секущей  $BD$
2. известно, что в четырехугольнике  $ABCD$   $AD \parallel BC$ ,  $AD = BC$
3.  $BC = AD$  по условию
4. значит,  $ABCD$  – параллелограмм( по определению)
5. проведем  $BD$
6.  $\triangle ABD = \triangle CDB$  по двум сторонам и углу между ними.
7. значит  $CD \parallel AB$
8.  $\angle 1 = \angle 2$  как накрест лежащие при пересечении  $AD \parallel BC$  секущей  $BD$
9.  $BD$  - общая сторона для треугольников  $ABD$  и  $CDB \Rightarrow$
10. из равенства треугольников следует, что  $\angle 3 = \angle 4$ .

### Критерии:

-каждое верно определенное звено цепочки( 1б.) (макс. 10 б.)

*Умение строить рассуждение от частных явлений к общим закономерностям.*

(6 класс)

В каждой последовательности запишите следующее число:

- 1) 2; 4; 6; 8; 10; ...
- 2) 1; 5; 9; 13; 17; ...
- 3) 1; 4; 9; 16; 25; ...
- 4) 1; 8; 27; 64; 125; ...
- 5) 3; 8; 6; 11; 9; ...
- 6) 1; 1; 2; 3; 5; ...
- 7) 3; 1; -1; -3; ...
- 8) 2; 7; 22; 67; 202; ...

### Критерии:

-каждое верно определенное число цепочки( 1б.) (макс. 8 б.)

## 2. Умения блока «Работа с информацией»

### (чтение и анализ информации, представленной в форме таблицы; и т.д.)

*Умение задавать вопросы определённого типа (простой, уточняющий, интерпретационный, творческий, оценочный, практический).*

( 6 класс)

Прочитайте текст и сформулируйте вопросы: простой, уточняющий, интерпретационный, творческий, оценочный, практический.

**Справка:** **Простые вопросы**—отвечая, нужно назвать какие-то факты, вспомнить и воспроизвести определенную информацию.

**Уточняющие вопросы.** Задан с целью получения информации, отсутствующей в сообщении, но подразумеваемой.

**Интерпретационные (объясняющие) вопросы.** Направлены на установление причинно-следственных связей

**Творческие вопросы.** Вопросы содержат элементы условности, предположения, прогноза.

**Оценочные вопросы.** Вопросы направлены на выяснение критериев оценки тех или иных событий, явлений, фактов.

**Практические вопросы** направлены на установление взаимосвязи между теорией и практикой.

Египетские пирамиды — величайшие архитектурные памятники Древнего Египта, пирамиды относятся к периоду IV династии. Стены пирамид поднимаются под углом от 51° (пирамида Менкаура) до 53° (пирамида Хефрена) к горизонту. Грани точно ориентированы по сторонам света. Пирамида Хеопса построена на массивном природном скальном возвышении, которое оказалось в самой середине основания пирамиды. Его высота около 9 м.

Египетские пирамиды издавна были источником фольклорных сказаний (так, у христиан они долго считались житницами Иосифа, накопившего, согласно книге Бытия, в Египте зерна на семь голодных лет), а с ростом интереса к Востоку и оккультизму XIX—XX в. появились различные представления, связывающие пирамиды с современной. Пирамиды представляют собой огромные каменные сооружения пирамидальной формы, использовавшиеся в качестве гробниц для фараонов Древнего Египта. Слово «пирамида» — греческое. По мнению одних исследователей, большая куча пшеницы и стала прообразом пирамиды. По мнению других учёных, это слово произошло от названия поминального

пирога пирамидальной формы. Всего в Египте было обнаружено 118 пирамид (на ноябрь 2008 года).

Великими пирамидами называют расположенные в Гизе пирамиды фараонов Хеопса, Хефрена и Микерина. В отличие от пирамиды Джосера, эти пирамиды имеют не ступенчатую, а строго геометрическую, пирамидальную форму.

Происхождение слова «пирамида» .Это может показаться странным, но слово «пирамида» отнюдь не определяет трехмерный треугольник, и при этом его корень даже, не египетский. Слово «пирамида» составлено из Греческого слова "pyra" в значении огня, света(или видимый) и Греческого слова "midos" в значение мер ( другое значение - середина(внуи)). Дело в том, что до 1301-го года, когда после сильного землетрясения арабы стали использовать расшатавшуюся облицовку на строительство и восстановление дворцов и мечетей разрушенного Каира, Пирамида Хуфу (Хеопса - в древнегреческой транскрипции/2590-2568 годы до н. э./) , имевшая первоначальную высоту 146,6 метров ( сейчас 138 метров) была облицована плитами полированного известняка. Часть облицовки (22 верхних ряда) ещё сохранилась на пирамиде Хефрена. Они были настолько блестящие, что могли быть замечены за сотни километров.

### **Критерии:**

**1б. Простые вопросы** —отвечая, нужно назвать какие-то факты, вспомнить и воспроизвести определенную информацию.

**2б. Уточняющие вопросы.** Задан с целью получения информации, отсутствующей в сообщении, но подразумеваемой.

**2б.Интерпретационные (объясняющие) вопросы.** Направлены на установление причинно-следственных связей

**3б. Творческие вопросы.** Вопросы содержат элементы условности, предположения, прогноза.

**2б. Оценочные вопросы.** Вопросы направлены на выяснение критериев оценки тех или иных событий, явлений, фактов.

**3б. Практические вопросы** направлены на установление взаимосвязи между теорией и практикой.

## *Умение делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения.*

**( 6 класс)**

Опираясь на разные точки зрения понятия «число» авторов, составьте собственное определение этого понятия.

**Число́** — основное понятие математики, используемое для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей. Письменными знаками для обозначения чисел служат цифры, а также символы математических операций. Возникнув ещё в первобытном обществе из потребностей счёта, понятие числа с развитием науки значительно расширилось.

Вообще, понятие числа возникло ещё в глубокой древности. Люди, конечно, умели считать количество предметов, но так как человечество с каждым годом развивалось (строились новые сооружения, необходимо было вычислять длины, площади и объёмы фигур и предметов) ,то и число, следовательно, приобретало большую значимость, его употребление стало незаменимой частью нашей жизни. Число, само по себе, абстрактная сущность, используемая для описания количества.

По определению Аристотеля: «Число есть множество, которое измеряется с помощью единиц».

Эвклид считал что: «Число есть множество, сложенное из единиц».

По учениям Фалеса Милетского и мнению Пифагора, число - есть система единиц.

Великий и разносторонний учёный Исаак Ньютон дал своё определение числу, и звучало она так: «Под числом мы подразумеваем не столько множество единиц, сколько абстрактное отношение какой-нибудь величины к другой величине, такого же рода, взятой за единицу. Число бывает трех видов: целое, дробное и иррациональное. Целое число есть то, что измеряется единицей; дробное – кратной частью единицы, иррациональное – число, не соизмеримое с единицей».

Клюйков С.Ф. дал своё определение: «Числа – это математические модели реального мира, придуманные человеком для его познания».

### **Критерии:**

1б. Вывод логичный

1б. Вывод достоверный

**Умение читать и анализировать информацию, представленную в виде таблицы.**

**(6 класс)**

Одной из старейших школ Индустриального района является школа № 102 с углубленным изучением отдельных предметов. В 2016 году школа отметила 60 –летний юбилей со дня основания. Данные о количестве классов и количестве учащихся за последние три учебных года представлены в таблице:

	2014-2015 уч. год		2015-2016 уч. год		2016-2017 уч. год	
	Количество классов	Количество учащихся	Количество классов	Количество учащихся	Количество классов	Количество учащихся
Начальная школа	22	597	23	631	24	671
Средняя школа	28	757	30	768	29	807
Старшая школа	4	95	4	93	4	103

Используя данные таблицы, ответьте на вопросы:

1. В каком году учащихся в школе было наибольшее?
2. На сколько процентов изменилось количество учащихся в 2015-16 уч. году по сравнению с предыдущим годом. Ответ округлите до целых.
3. Какую долю от количества всех учащихся составляет старшая школа в 2016-17 учебном году. Ответ округлите до сотых.

**Критерии:**

- 1 б.- дан верный ответ на первый вопрос.
- 2 б.- дан полный и верный ответ на второй вопрос.
- 2 б.- дан полный и верный ответ на третий вопрос.



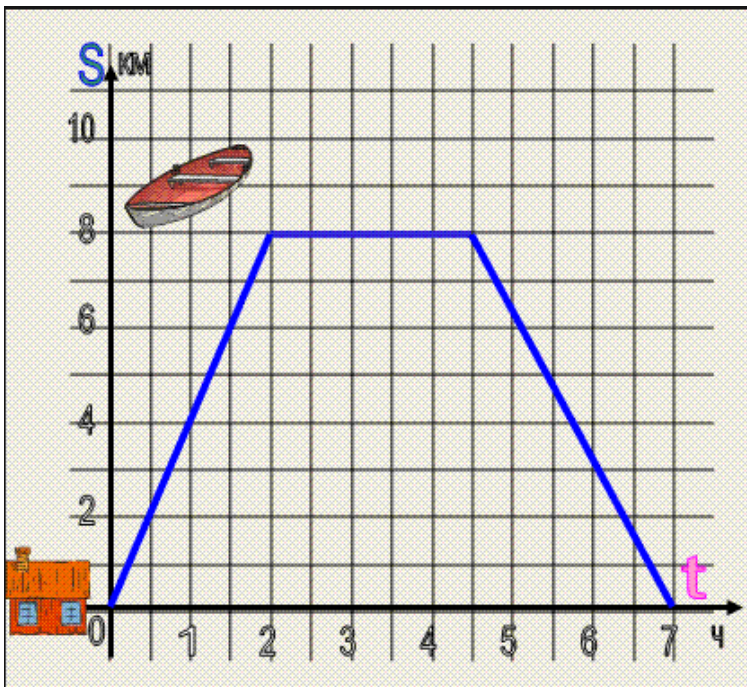
*Умение переводить многоаспектную информацию из графического или символического*

<b>Вербальная модель</b> (текст)	<b>Графическая модель</b> (таблица, схема, график, чертеж)	<b>Математическая модель</b> (уравнение, формула, пример)
-------------------------------------	---	--

*представления в текстовое.*

( 6 класс)

Опишите процесс, представленный на диаграмме.



**Критерии:**

36. Значение каждой части графика описано.

26. Текст последовательный, логичный.

	$\left. \begin{matrix} a \\ a - 7 \end{matrix} \right\} 60$			
				$3x + 5(x - 8) = 48$
		Было	Вывезли всего за $x$ дней	Осталось тонн
	1	120т	$6x$	поровну
	2	96т	$3x$	
Одна из сторон прямоугольника больше другой на 3 см. Найдите его большую сторону, если площадь прямоугольника $54 \text{ см}^2$ .				
	<p>Три тигра      ●————● 240 кг</p> <p>Три медведя    ●————● 80 кг</p> <p>Четыре тигра    ●————●</p>			

*Умение переводить многоаспектную информацию в графическую (таблица, кластер, диаграмма)*

**( 6 класс)**

Заполните таблицу.

**Критерии:**

1б. за каждую заполненную ячейку таблицы (макс. 10 б.)

### 3. Умения блока «Работа с алгоритмами»

*Умение строить алгоритм действия, на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм*

**(8 класс)**

Прочитайте текст и составьте алгоритм решения полного квадратного уравнения.

Квадратное уравнение — это уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  — произвольные числа, причем  $a \neq 0$ .

Прежде, чем изучать конкретные методы решения, заметим, что все квадратные уравнения можно условно разделить на три класса:

Не имеют корней;

Имеют ровно один корень;

Имеют два различных корня.

В этом состоит важное отличие квадратных уравнений от линейных, где корень всегда существует и единственен. Как определить, сколько корней имеет уравнение? Для этого существует замечательная вещь — дискриминант.

#### **Дискриминант.**

Пусть дано квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Тогда дискриминант — это просто число  $D = b^2 - 4ac$ .

По знаку дискриминанта можно определить, сколько корней имеет квадратное уравнение. А именно:

Если  $D < 0$ , корней нет;

Если  $D = 0$ , есть ровно один корень;

Если  $D > 0$ , корней будет два.

Обратите внимание: дискриминант указывает на количество корней, а вовсе не на их знаки, как почему-то многие считают. Взгляните на примеры — и сами все поймете:

Задача. Сколько корней имеют квадратные уравнения:

$$x^2 - 8x + 12 = 0;$$

$$5x^2 + 3x + 7 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0.$$

Выпишем коэффициенты для первого уравнения и найдем дискриминант:

$$a = 1, b = -8, c = 12;$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$$

Итак, дискриминант положительный, поэтому уравнение имеет два различных корня.

Аналогично разбираем второе уравнение:

$$a = 5; b = 3; c = 7;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7 = 9 - 140 = -131.$$

Дискриминант отрицательный, корней нет. Осталось последнее уравнение:

$$a = 1; b = -6; c = 9;$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0.$$

Дискриминант равен нулю — корень будет один.

### Формула корней квадратного уравнения

Теперь перейдем, собственно, к решению.

Если дискриминант  $D > 0$ , корни можно найти по формулам:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Когда  $D = 0$ , можно использовать любую из этих формул — получится одно и то же число, которое и будет ответом. Наконец, если  $D < 0$ , корней нет — ничего считать не надо.

Задача. Решить квадратные уравнения:

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$15 - 2x - x^2 = 0;$$

$$x^2 + 12x + 36 = 0.$$

**Первое уравнение:**

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow a = 1; b = -2; c = -3;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16.$$

$D > 0 \Rightarrow$  уравнение имеет два корня. Найдем их:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = 3; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = -1$$

**Второе уравнение:**

$$15 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = -1; b = -2; c = 15;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15 = 64.$$

$D > 0 \Rightarrow$  уравнение снова имеет два корня. Найдем их:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{64}}{2 \cdot (-1)} = -5; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{64}}{2 \cdot (-1)} = 3$$

**Наконец, третье уравнение:**

$$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 12; c = 36;$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0.$$

$D = 0 \Rightarrow$  уравнение имеет один корень. Можно использовать любую формулу. Например, первую:

$$x = \frac{-12 + \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = -6.$$

**Критерии:**

1б. за каждый верно указанный этап алгоритма.

#### 4. Умения блока «Работа с видеoinформацией»

Умение извлекать информацию из видеоматериалов.

(7 класс)

Просмотрите видеоролик и выполните задания теста.

<http://znaika.ru/catalog/7-klass/algebra/Svoystva-stepeni-s-naturalnym-pokazatelem.html>

Тест.

Запишите произведение в виде степени:

1.  $a \cdot a \cdot a \cdot a$ .

A)  $a^3$ ; B)  $4a$ ; C)  $a^4$ ; D)  $4$ ; E)  $a-4$ .

2.  $-c \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c)$ .

A)  $-c^5$ ; B)  $-5c$ ; C)  $c^5$ ; D)  $-(-c)^5$ ; E)  $5-c$ .

3)  $(-\frac{2}{5}) \cdot (-\frac{2}{5}) \cdot (-\frac{2}{5})$ .

A)  $(-\frac{2}{5})^4$ ; B)  $(-\frac{2}{5})^3$ ; C)  $-\frac{2^3}{5}$ ; D)  $-\frac{6}{15}$ ; E)  $(\frac{2}{5})^3$ .

4.  $y \cdot y \cdot y^3 \cdot y^2$ .

A)  $y^8$ ; B)  $y^5$ ; C)  $y^{1132}$ ; D)  $y^7$ ; E)  $y^6$ .

5.  $4 \cdot 8 \cdot 32$ .

A)  $4^8$ ; B)  $4^6$ ; C)  $1024$ ; D)  $2^9$ ; E)  $2^{10}$ .

6. Запишите число **64** в виде куба какого-то числа.

A)  $6^3$ ; B)  $16^3$ ; C)  $8^3$ ; D)  $32^3$ ; E)  $4^3$ .

7. Запишите частное  $b^8 : b^3$  в виде степени.

A)  $b^5$ ; B)  $b^{11}$ ; C)  $b^{24}$ ; D)  $b^4$ ; E)  $b^{-5}$ .

8. Запишите отношение  $5^5 : 25$  в виде степени.

A)  $5^0$ ; B)  $5^3$ ; C)  $5^7$ ; D)  $5^{10}$ ; E)  $5^{-20}$ .

9. Запишите выражение  $m \cdot (m^2)^6$  без скобок.

A)  $m^9$ ; B)  $m^{12}$ ; C)  $m^{26}$ ; D)  $m^{13}$ ; E)  $m^{14}$ .

10. Представьте выражение  $(n^3)^5 : (n^4)^3$  в виде степени.

A)  $n^3$ ; B)  $n^{-4}$ ; C)  $n^{27}$ ; D)  $n^0$ ; E)  $n^2$ .

11. При каком значении  $x$  верно равенство:  $a^x \cdot a^3 = a^9$ ?

A)  $27$ ; B)  $3$ ; C)  $6$ ; D)  $9$ ; E)  $12$ .

12. Упростите:

$$\frac{x^3 \cdot x^{11}}{(x^2)^4}$$

A)  $x^6$ ; B)  $x^8$ ; C)  $x^{25}$ ; D)  $x^{27}$ ; E)  $x^7$ .

**Критерии:**

1б. за каждый верно указанный ответ теста (всего 12 б.)