

8.3.2 класс (гуманитарный профиль)

2020-2021

МОДУЛЬ 8: «Окружность»

Содержание модуля:

Касательная к окружности:

Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности.

Центральные и вписанные углы:

Градусная мера дуги окружности. Теорема о вписанном угле.

Четыре замечательные точки треугольника:

Свойства биссектрисы угла. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку. Теорема о пересечении высот треугольника.

Вписанная и описанная окружности:

Вписанная окружность. Описанная окружность.

Тема	Ученик научиться	Ученик получит возможность
Касательная к окружности (параграф 1, п.70, п.71, стр 162-164)	определять взаимное расположение прямой и окружности. решать задачи на определение взаимного расположения прямой и окружности; воспроизвести теорию с заданной степенью свернутости; определять касательную к окружности, доказывать свойство и признак касательной, применять их при решении задач; работать с чертежными инструментами;	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры. применять данные теоремы при решении задач.
Центральные и вписанные углы (параграф 2, п.72, п.73, стр 167-168)	определять центральные и вписанные углы. определять градусную меру дуги окружности; доказывать, что сумма градусных мер двух дуг окружностей с общими концами равна 360° ; доказывать теорему о вписанном угле, следствия из нее, применять их при решении задач; доказывать теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд; решать задачи на применение теоремы о произведении отрезков пересекающихся хорд.	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры. применять данные теоремы при решении задач.
Четыре замечательные	доказывать теорему о	понимать смысл поставленной

<p>Точки треугольника (параграф 3, п.74, п.75, п.76 стр 173-177)</p>	<p>биссектрисе угла и следствие из нее, решать задачи на применение этих теорем; решать задачи усложненного характера по данной теме; определять серединный перпендикуляр; доказывать теорему о серединном перпендикуляре к отрезку, следствие из нее, применять эти теоремы при решении задач по готовым чертежам; решать задачи усложненного характера по данной теме; доказывать теорему о пересечении высот треугольника; применять теорему о пересечении высот треугольника.</p>	<p>задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.</p>
<p>Вписанная и описанная окружности (параграф 4, п.77, п.78, стр 178-182)</p>	<p>Распознавать вписанную и описанную окружность в многоугольник, доказывать теоремы об окружности, вписанной в многоугольник, свойств описанного и вписанного четырехугольника; определять способы применения теоремы об окружности, вписанной в многоугольник, применять свойства описанного четырехугольника при решении задач.</p>	<p>понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.</p>

Тема	Примерные практические задания:
<p>Касательная к окружности (параграф 1, п.70, п.71, стр 162-164)</p>	<p>1. Среди следующих утверждений укажите истинные: <u>Окружность и прямая имеют две общие точки, если:</u> а) расстояние от центра окружности до прямой не превосходит радиуса окружности; б) расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности; в) расстояние от окружности до прямой меньше радиуса.</p> <p>2. Закончите фразу, чтобы получилось верное высказывание. Окружность и прямая имеют одну общую точку, если...</p> <p>3. Вставьте пропущенные слова. а) Окружность и прямая имеют одну общую точку, если ... расстояние от ... до прямой ... б) Если прямая AB – касательная к окружности с центром O и B – точка касания, то прямая AB и ... OB ... в) Если прямая CD проходит через конец радиуса OK и $CD \perp OK$, то CD является ... к данной окружности.</p>

г) Если отрезки AB и AC – отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, то ...

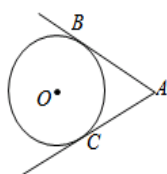


Рис. 1

4. Установите истинность или ложность следующих утверждений:

- а) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она имеет с окружностью общие точки.
- б) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она пересекает окружность в двух точках.
- в) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если расстояние от центра окружности до данной прямой не больше радиуса.

5. Касательная к окружности изображена на рисунке:



а)



б)



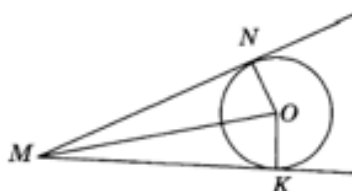
в)



г)

6.

На рисунке MN и MK – касательные к окружности, $ON = OK = R$. Тогда отрезок NM равен отрезку _____



7.

Расстояние d от центра окружности O до прямой l равно 5 см, а радиус окружности r равен 6 см. Тогда прямая l и окружность с центром в точке O и радиусом r будут

- иметь две общие точки
- одну общую точку
- не иметь общих точек
- нет верного ответа

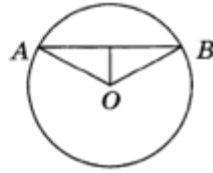
8.

Расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности. Тогда окружность и прямая имеют общих точек:

- а) 2;
- б) 1;
- в) 0;
- г) 3.

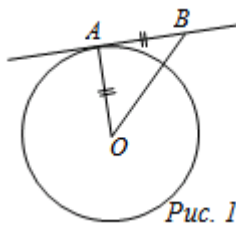
9.

На рисунке $R = OB = 5$ см, $AB = 6$ см. Тогда расстояние от центра окружности до хорды AB равно _____



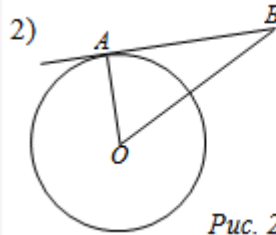
10. Решите задачи по готовым чертежам:

1)



Дано: $R = 5$, AB – касательная.
Найти: OB .

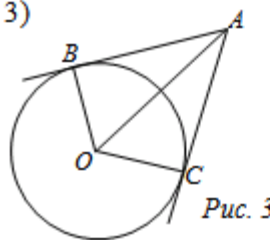
Рис. 1



Дано: AB – касательная;
 $AB = 12$, $OB = 13$.
Найти: R окружности.

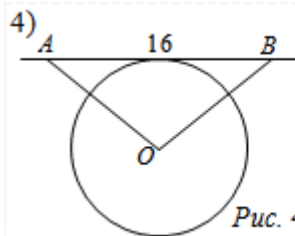
Рис. 2

3)



Дано: AB, BC – касательные,
 $OB = 2$, $AO = 4$.
Найти: $\angle BOC$.

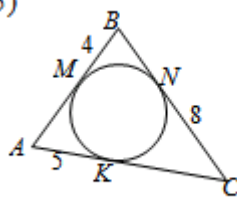
Рис. 3



Дано: AB – касательная,
 $R = 6$, $AO = OB$.
Найти: AO .

Рис. 4

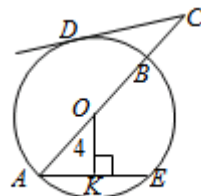
5)



Дано: M, N, K – точки касания.
Найти: P_{ABC} .

Рис. 5

6)



Дано: $AB = 10$ см, O – центр
окружности, CD – касатель-
ная, $AE \parallel CD$.
Найти: OC .

Рис. 6

11. Решите задачи по готовым чертежам

<p>1 $KL - ?$</p>	<p>2 $OM = 18$ $\angle NMK - ?$</p>
<p>3 $\angle BAC - ?$</p>	<p>4 $\angle AMB - ?$</p>
<p>5 $ON = 15, MN - ?$</p>	<p>6 $OK = 6$ $\angle MON = 120^\circ$ $MK, NK - ?$</p>
<p>7 $\angle ACB = 90^\circ$ $AB = 25$ $AE - ?$</p>	<p>8 $\angle AMB - ?$</p>

Центральные и вписанные углы
(параграф 2, п.72, п.73, стр 167-168)

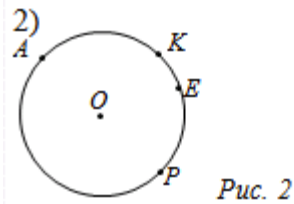
Градусная мера дуги:

12. Решите задачи по готовым чертежам

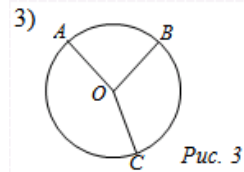
1)

Дано: $\sphericalangle MKE$ в два раза меньше $\sphericalangle MNE$.
Найти: $\sphericalangle MKE, \sphericalangle MNE$.

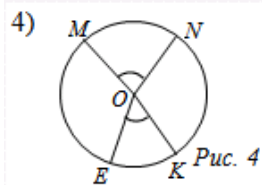
Рис. 1



Дано: $\sphericalangle AKE$ на 140° меньше $\sphericalangle APE$.
Найти: $\sphericalangle APE$.

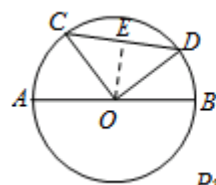


Дано: $\sphericalangle AB : \sphericalangle BC : \sphericalangle AC = 2 : 3 : 4$.
Найти: $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle AOC$.

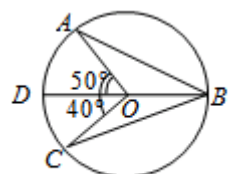


Дано: $\sphericalangle MON : \sphericalangle NOK : \sphericalangle MOE = 3 : 4 : 5$.
Найти: $\sphericalangle ME, \sphericalangle NK, \sphericalangle KE$.

Ответ: $\sphericalangle ME = 120^\circ, \sphericalangle NK = 96^\circ, \sphericalangle KE = 72^\circ$.



Дано: $\sphericalangle AC = 37^\circ, \sphericalangle BD = 23^\circ, R = 15$ см.
Найти: CD .



Найти угол ABC

Вписанный и центральный углы:

13.

12. Вписанный в окружность угол изображен на рисунке:



а)



б)



в)



г)

14. Какие углы на рисунках являются вписанными:

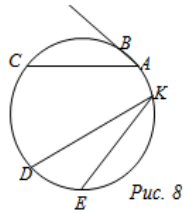


Рис. 8

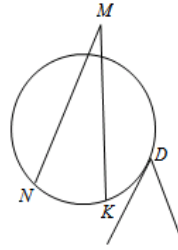


Рис. 9

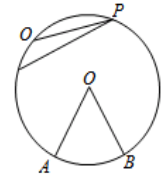


Рис. 10

15. Вставьте пропущенные слова:

а) Угол AOB является центральным, если точка O является ... а лучи OA и OB ...

б) Вписанный угол, опирающийся на диаметр, ...

в) $\angle ABD = \dots$ $\angle AOD = \dots$

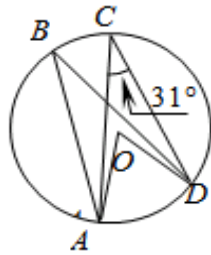


Рис. 1

г) Угол ABC является вписанным, если точка B ... а лучи BA и BC ...

д) Вписанные углы равны, если они ... на одну ...

е) $\angle ABD = \dots$ $\angle ACD = \dots$

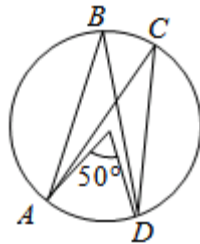


Рис. 2

ж) Если хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E , то верно равенство ...

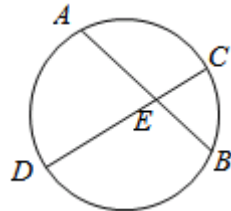


Рис. 3

з) Если AB – касательная, AD – секущая, то выполняется равенство ...

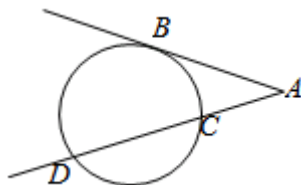


Рис. 4

е) Если AC и AE – секущие, то выполняется равенство ...

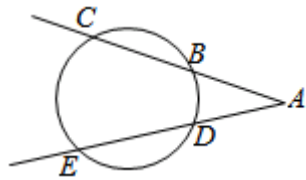
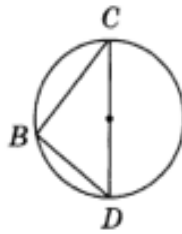


Рис. 5

16.

На рисунке DC — диаметр окружности. Тогда угол DBC равен _____

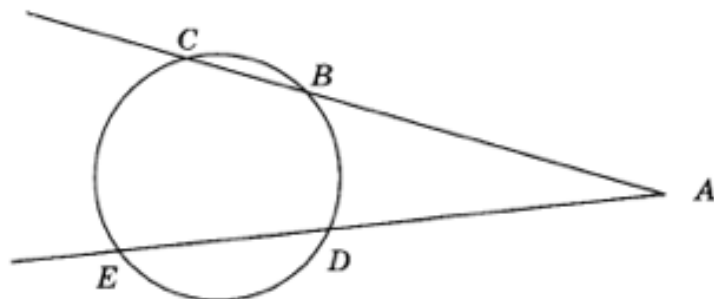


17.

Центральный угол больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу, на 40° . Тогда градусная мера вписанного угла будет равна _____

18.

На рисунке AC и AE — секущие. $\sphericalangle BD = 30^\circ$, $\sphericalangle CE = 70^\circ$
Тогда $\sphericalangle CAE$ равен _____



19. Найти угол x :

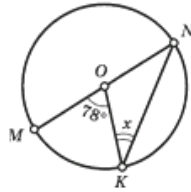


Рис. 1

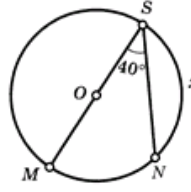


Рис. 2

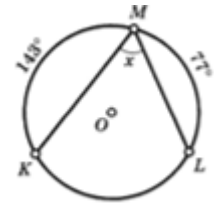


Рис. 5

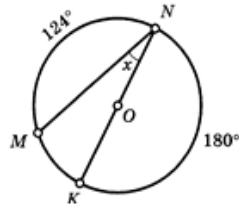


Рис. 3

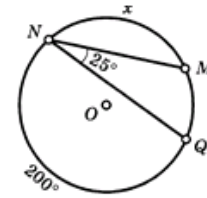


Рис. 4

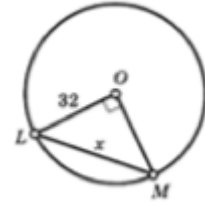


Рис. 6

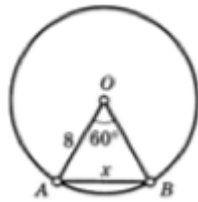


Рис. 87

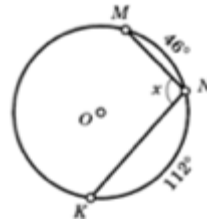
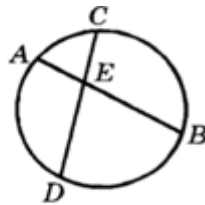


Рис. 8

20.



Дано: $AB = 0,7$ см;
 $BE = 0,5$ см; $CE = 0,4$ см.
 Найти: DE, DC .

21. Решите задачи по готовым чертежам:

1.

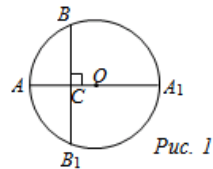


Рис. 1

Дано: A_1A – диаметр, $AA_1 \perp BB_1$, $AA_1 \cap BB_1 = O$, $AC = 4$ см, $CA_1 = 8$ см.
 Найти: BB_1 .

2. Найти BE и выразить угол α через дуги AB и CD .

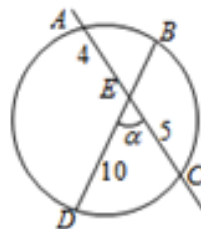
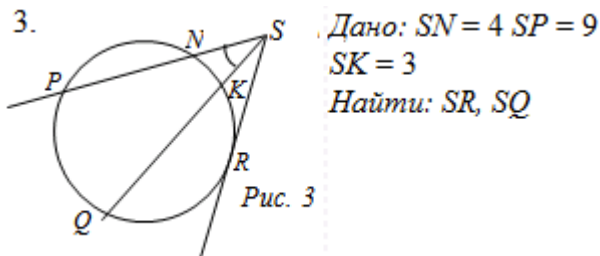
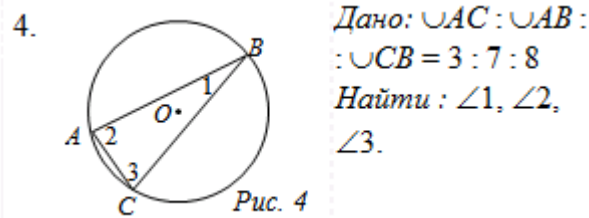


Рис. 2



Выразить угол между касательной SR и секущей SQ .

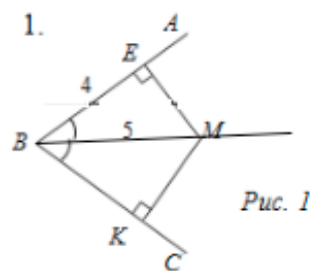


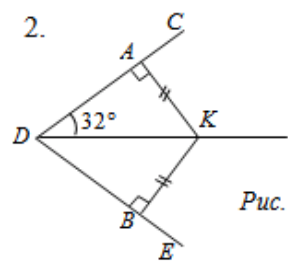
Четыре замечательные точки треугольника
(параграф 3, п.74, п.75, п.76 стр 173-177)

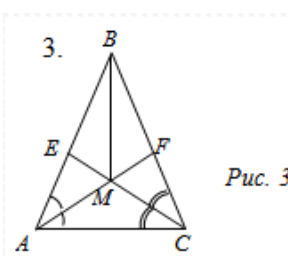
22. Вставьте пропущенные слова:

- а) Если точка A равноудалена от сторон данного угла, то она лежит на ...
- б) Если точка B лежит на серединном перпендикуляре, проведенному к данному отрезку, то она ...
- в) Если точка C равноудалена от концов данного отрезка, то она лежит на ...
- г) Если точка D лежит на биссектрисе данного угла, то она ...

23. Решите задачи по готовым чертежам:



2.  Найти: $\angle ADB.$

3.  Дано: $AB = BC.$
Доказать: $BM \perp AC.$

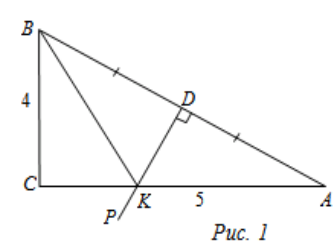
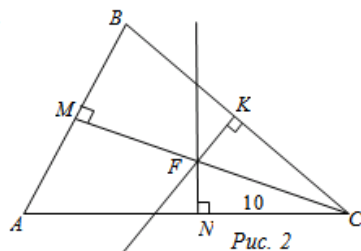
4.  Найти: $P_{BKC}, P_{ABC}.$

Рис. 1

Рис. 1

5.



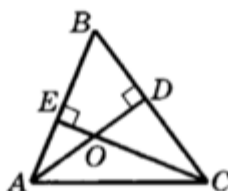
Дано: FK, FN — серединные перпендикуляры. $AB = 16, CF = 10$.
 Найти: расстояние от точки F до стороны AB .

24.

Если в треугольнике одна из его вершин является точкой пересечения высот данного треугольника, то этот треугольник будет:

- а) остроугольным, не равносторонним;
- б) тупоугольным;
- в) прямоугольным;
- г) равносторонним.

25.



Дано: AD, CE — высоты $\triangle ABC$;
 $\angle ACB = 28^\circ$.
 Найти: $\angle CBO$.

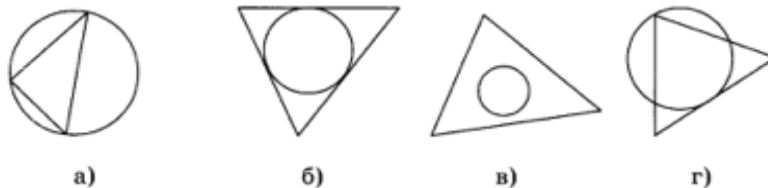
26. Решите задачи по готовым чертежам:

<p>3 $\angle MCB_1 - ?$</p> <p>B_1</p>	<p>4 $MK = 17, CK - ?$</p> <p>A^K</p>
<p>1 $\angle NMK = 60^\circ, MO - ?$</p>	<p>2 $\angle MKN = 66^\circ, \angle FNO - ?$</p>
<p>7 $EF = 18, MK = 15, ON - ?$</p>	<p>8 $OC - ?$</p>

Вписанная и описанная окружности
(параграф 4, п.77, п.78, стр 178-182)

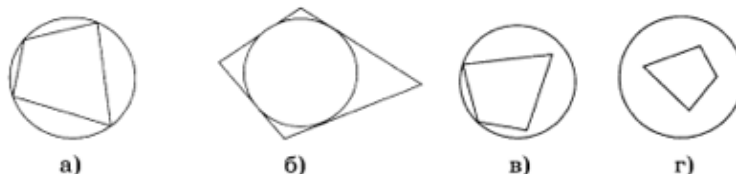
27.

A1. Вписанная в треугольник окружность изображена на рисунке:



28.

A2. Описанная около четырехугольника окружность изображена на рисунке:



29. Вставьте пропущенные слова:

- а) Если четырехугольник описан около окружности, то ...
- б) В любой... можно вписать окружность.
- в) Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то ...
- г) Около любого ... можно описать окружность.

30. Выберите верное утверждение:

- 1. Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его...
 - а) медиан;
 - б) биссектрис;
 - в) серединных перпендикуляров.
- 2. Центр вписанной в треугольник окружности равноудален от...
 - а) сторон;
 - б) углов;
 - в) вершин треугольника.
- 3. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его медиан. Этот треугольник...
 - а) прямоугольный;
 - б) равнобедренный;
 - в) равносторонний.
- 4. Окружность называется вписанной в многоугольник, если...
 - а) все его стороны касаются окружности;
 - б) все его вершины лежат на окружности;
 - в) все его стороны имеют общие точки с окружностью.
- 5. Радиус вписанной в треугольник окружности равен расстоянию от центра окружности до...
 - а) сторон треугольника;
 - б) вершин треугольника;
 - в) углов треугольника.
- 6. Центр вписанной в равнобедренный треугольник окружности может лежать...

- а) на любой из его высот;
 - б) одной из его медиан;
 - в) любом из его серединных перпендикуляров.
7. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его биссектрис. Этот треугольник может быть...
- а) произвольным;
 - б) только равносторонним;
 - в) только прямоугольным.
8. Многоугольник называется описанным около окружности, если...
- а) окружность имеет общие точки с его сторонами;
 - б) окружность проходит через его вершины;
 - в) окружность касается всех его сторон.

Задачи на вписанную окружность:

31. Решите задачи по готовым чертежам:

1)

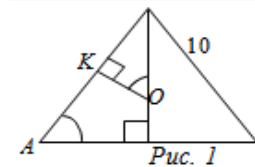


Рис. 1

Найти: радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

2)

Дано: $ABCD$ – равнобедренная трапеция.

Найти: DC и AB .

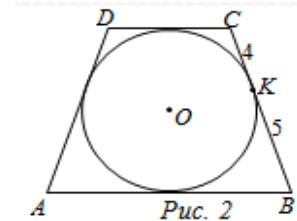


Рис. 2

32. В равносторонний треугольник со стороной 8 см вписана окружность. Найдите радиус окружности.

33. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности. Найдите стороны BC и AD , если $AB = 1$ см, $CD = 11$ см, BC в 2 раза меньше AD .

34. Диагонали ромба равны 30 см и 40 см. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

35. Решить задачи по готовым чертежам:

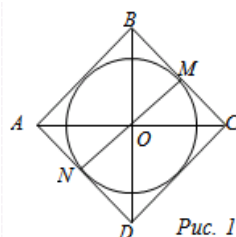


Рис. 1

Дано: $ABCD$ – ромб,
 $BD = 32$, $BC = 20$.

Найти: r .

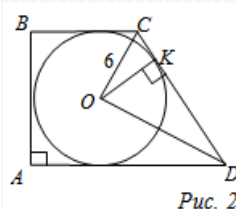


Рис. 2

Дано: $ABCD$ – трапеция,
 $CO = 6$, $OD = 8$.

Найти: S_{ABCD}

Задачи на описанную окружность:

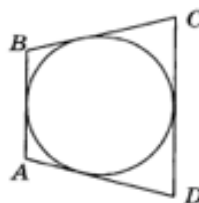
36.

Вокруг параллелограмма описали окружность. Тогда этот параллелограмм является:

- а) квадратом;
- б) ромбом;
- в) прямоугольником;
- г) произвольным параллелограммом.

37.

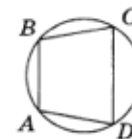
Окружность вписана в четырехугольник $ABCD$. Тогда $AB + DC =$ _____



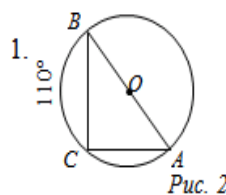
38.

Для того, чтобы вокруг выпуклого четырехугольника можно было описать окружность, должно выполняться следующее равенство:

- а) $\angle A + \angle B = \angle D + \angle C$;
- б) $AB + CD = BC + AD$;
- в) $\angle A + \angle C = \angle D + \angle B$;
- г) $AD \cdot BC = AB \cdot CD$.



39. Решите задачи по готовым чертежам:



Найти: $\angle B$.

Рис. 2

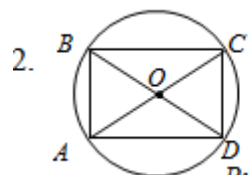


Рис. 3

Дано: $AB : BC = 1 : 2$; $AC = 5\sqrt{5}$.

Доказать: $ABCD$ – прямоугольник.

Найти: AB, BC .

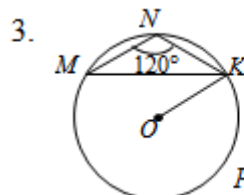
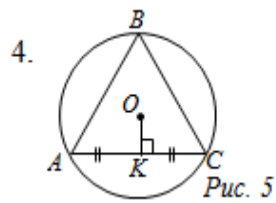


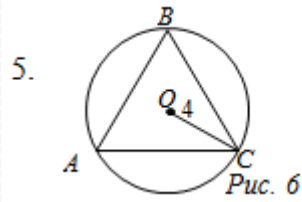
Рис. 4

Дано: $MN = NK = 4$.

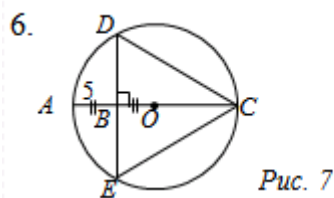
Найти: OK .



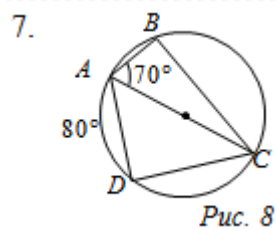
Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний.
 $OK = 3$.
 Найдите: AB .



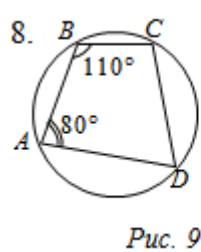
Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний,
 Найдите: AB .



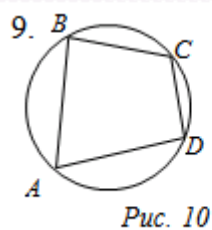
Найдите: DC .



Найдите: углы четырёхугольника $ABCD$.



Найдите: $\angle C$, $\angle D$.



Найдите: $\angle A + \angle C$.

40. Около окружности описана равнобедренная трапеция, боковая сторона которой равна 8 см. Найдите периметр трапеции.

41. Около прямоугольного треугольника описана окружность радиуса 10

см. Найдите периметр и площадь этого треугольника, если его катет равен 16 см.

42. Два угла треугольника равны 60° и 80° . Найдите градусные меры дуг, на которые вершины данного треугольника делят описанную окружность.

Задачи на вписанную и описанную окружности:

43. Найдите периметр прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 7,5 см, если стороны прямоугольника относятся как 3 : 4

44. Через точку A окружности проведены диаметр AC и две хорды AB и AD так, что хорда AB равна радиусу окружности, точка D делит полуокружность AC на две равные дуги. Найдите углы четырехугольника $ABCD$, если точки C и D лежат по разные стороны от диаметра AC .

45. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а высота, проведенная к нему, равна 12 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

46. Решите задачи по готовым чертежам:

<p>1</p> <p>$KF = EF$ $P_{\triangle KFE} = ?$</p>	<p>6</p> <p>$P_{\triangle ABC} = ?$</p>
<p>7</p> <p>$\angle L, \angle M, \angle E = ?$</p> <p>$108^\circ$</p>	<p>8</p> <p>$\angle A, \angle B, \angle ACB = ?$</p> <p>$48^\circ$</p>
<p>13</p> <p>$MN = 8$ $QO = ?$</p> <p>72°</p>	<p>14</p> <p>$AO = 20$ $BC = ?$</p> <p>60°</p>
<p>15</p> <p>$RO = ?$</p> <p>5, 5, 6</p>	<p>16</p> <p>$OK = ?$</p> <p>8, 12</p>

17

$AC = BC$
 $OD = 0,4 CD$
 $P_{\triangle ABC} = 40$
 $AB = ?$

18

$KO = ?$

19

$CO = ?$

20

$\angle N = ?$