

10.2.2 класс (гум)

2020-2021 уч.год

Банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 6 «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

(Глава I. §1 (1.1, 1.2), §3 (3.1), §4 (4.8), §5, §6)

1. Понятие действительных чисел
2. Понятия функции и ее графика.
3. Функция $y = x^n$.
4. Показательная функция, свойства и график показательной функции.
5. Понятия и основные свойства логарифма.
6. Основное логарифмическое тождество.
7. Логарифмическая функция, вид, свойства и график логарифмической функции.
8. Показательные уравнения, методы их решения.
9. Логарифмические уравнения, методы их решения.
10. Простейшие показательные неравенства.
11. Простейшие логарифмические неравенства

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. Свободно оперировать понятием действительное число, множество действительных чисел
2. Выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
3. Выполнять стандартные тождественные преобразования логарифмических, степенных выражений.
4. Владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач.
5. Владеть понятием показательная функция; строить её график и уметь применять свойства показательной функции при решении задач.
6. Владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач.
7. Владеть методами решения показательных уравнений, неравенств, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор.
8. Владеть методами решения логарифмических уравнений, неравенств, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор.

Умения, характеризующие достижения этого результата:

1. Работать с множеством действительных чисел.
2. Определять свойства функций.
3. Узнавать и использовать свойства показательной функции.
4. Находить значение логарифма.
5. Узнавать и использовать свойства логарифмической функции.
6. Решать показательные уравнения и неравенства.
7. Решать логарифмические уравнения и неравенства.

1. Свойства действительных чисел

1.1.	Какие числа называют целыми? Как обозначается множество действительных чисел? Как обозначается множество натуральных чисел? Какие числа называют иррациональными? Может ли разность отрицательных чисел быть положительным числом? Как обозначается множество целых чисел? Как обозначается множество рациональных чисел?
1.2.	Как называется числовой промежуток $[-1; 5]$? Запишите числовой промежуток $[2; 5)$ с помощью неравенств. Запишите промежуток, соответствующий неравенству $-3 < x \leq 6$. Запишите объединение промежутков $[-4; 2]$ и $(-1; 5)$. Как называется числовой промежуток $(5; 9]$? Запишите числовой промежуток $(-\infty; 10]$ с помощью неравенств. Запишите промежуток, соответствующий неравенству $4 \leq x < 11$. Запишите пересечение промежутков $(-5; 3)$ и $[-2; 9]$.

2. Свойства функции

2.1.	Записать определение функции. Что такое область определения функции? Записать определение нулей функции. Что такое множество значений функции?
2.2.	Как обозначается множество значений функции? Как обозначается область определения функции? Какое равенство должно выполняться для нечетной функции? Какое равенство должно выполняться для четной функции?
2.3.	Закончить предложение: «График четной функции симметричен относительно ...»

	<p>Закончить предложение: «Функция называется убывающей на множестве X, если большему значению аргумента соответствует...»</p> <p>Закончить предложение «График нечетной функции симметричен относительно...».</p> <p>Закончить предложение «Функция называется возрастающей на множестве X, если большему значению аргумента соответствует...».</p>
2.4.	<p>Привести пример четной степенной функции.</p> <p>Привести пример функции возрастающей на всей области определения.</p> <p>Привести пример нечетной степенной функции.</p> <p>Привести пример функции, убывающей на всей области определения.</p> <p>Привести пример функции, не имеющей нули</p>
2.5.	<p>Найти область определения функции $y = \sqrt{x-5}$.</p> <p>При каком значении аргумента значения функции $y = x^3$ положительны?</p> <p>Найти область определения функции $y = \frac{x+3}{x-3} + \frac{1}{x^2}$.</p> <p>При каком значении аргумента значения функции $y = -\frac{2}{x}$ отрицательны?</p>

3. Показательная функция

<u>3.1.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Какая функция называется показательной? 2. Записать область определения показательной функции. 3. Каков характер монотонности показательной функции с основанием меньшим единицы? 4. Есть ли асимптоты у графика показательной функции, если есть, то какие? 5. Через какую точку проходят все графики показательных функций? 6. Является ли показательная функция ограниченной сверху? 7. Записать множество значений показательной функции. 8. В каких четвертях расположен график показательной функции? 9. Каков характер монотонности показательной функции с основанием большим единицы? 10. Есть ли нули у показательной функции, если есть, то какие?
<u>3.2.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Привести пример возрастающей показательной функции. 2. Привести пример двух показательных функций, графики которых симметричны относительно оси ординат. 3. Привести пример убывающей показательной функции.
<u>3.3.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Какое выражение больше: 3^5 или 3^π? 2. Какое выражение меньше: $0,4^2$ или $0,4^{1,9}$? 3. Какое выражение больше: $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^7$? 4. Какое выражение меньше: $5^{3,2}$ или $5^{3,5}$?

4. Понятие логарифма и его свойства

<u>4.1.</u>	<ol style="list-style-type: none">1. Запишите с помощью символов «логарифм 4 по основанию 3»2. Продолжите запись $\log_a b = c \Rightarrow \dots$3. Чему равен логарифм произведения?4. Чему равен логарифм единицы по основанию c?5. Запишите формулу перехода к новому основанию.6. Продолжите запись $\log_{a^k} b = \dots$7. Продолжите запись $\log_a x - \log_a y = \dots$8. Запишите с помощью символов «логарифм 5 по основанию 6».9. Запишите «десятичный логарифм 20».10. Запишите основное логарифмическое тождество.11. Запишите формулу, с помощью которой можно поменять местами основание логарифма с выражением, стоящим под знаком логарифма.12. Продолжите запись $\log_x a + \log_x c = \dots$
<u>4.2.</u>	<ol style="list-style-type: none">1. Может ли основание логарифма равняться единице?2. Можно ли найти логарифм отрицательного числа?3. Может ли логарифм быть отрицательным числом?4. Может ли основание логарифма быть отрицательным числом?
<u>4.3.</u>	<ol style="list-style-type: none">1. Верно ли, что $\log_3 9 = 3$?2. Верно ли, что $\log_7 49 = 2$?3. Верно ли, что $\log_9 3 = 2$?4. Верно ли, что $\log_{25} 5 = 0,5$?5. Чему равен $\log_4 4$?6. Вычислить $\log_8 \frac{1}{64}$.7. Вычислить $\log_{0,2} 0,04$.8. Чему равен $\log_7 1$?9. Вычислить $\log_{\frac{1}{4}} 64$.10. Вычислить $\log_{0,3} 0,027$.
<u>4.4</u>	<ol style="list-style-type: none">1. Найти значение выражения $3^{\log_3 8}$.2. Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$3. Найдите значение выражения $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$4. Найти значение выражения $2^{3+\log_2 9}$5. Найти значение выражения $6^{\log_6 10}$.6. Найти значение выражения $3^{2\log_3 5}$

7. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$

8. Найдите значение выражения $6 \cdot 7^{\log_7 2}$

9. Найдите значение выражения $5 \cdot 7^{\log_7 3}$

10. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$

11. Найдите значение выражения $5^{\log_5 3^3} - 5$

12. Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$

13. Найдите значение выражения $64^{\log_4 5}$

14. Найдите значение выражения $5^{2 + \log_5 \frac{1}{4}}$

15. Найдите значение выражения $3^{3 - \log_3 6}$

16. Найдите значение выражения $2^{3 + \log_2 6}$

17. Найдите значение выражения $9^{\frac{1}{2} + \log_9 4}$

18. Найдите значение выражения $6^{2 + \log_6 \frac{1}{16}}$

19. Найдите значение выражения $9^{\log_3 9}$

20. Найдите значение выражения $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$

21. Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$

22. Найдите значение выражения $(7^{2 + \log_5 2})^{\log_7 5}$

23. Найдите значение выражения $(3^{4 \log_3 7})^{\frac{1}{4}}$

24. Найдите значение выражения $5^{2 - 2 \log_5 25}$

25. Найдите значение выражения $5^{-2 \log_5 3^{-2}}$

26. Вычислите значение выражения $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$

27. Найдите значение выражения $2^{\log_2 5} + 81^{\log_9 \sqrt{17}}$

4.5 1. Найдите значение выражения $\log_{0,25} 2$

2. Найдите значение выражения $\log_4 8$

4.6 1. Вычислить $\log_6 2 + \log_6 3$.

2. Вычислить $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$.

3. Найти значение выражения $7 \log_9 7 \cdot \log_7 9$

4. Вычислить $\log_4 32 - \log_4 2$.
5. Вычислить $\log_4 8 + \log_4 \frac{1}{2}$.
6. Найти значение выражения $12 \log_3 8 \cdot \log_8 3$.
7. Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$
8. Найдите значение выражения $(\log_3 81) \cdot (\log_6 216)$
9. Найдите значение выражения $7^{\log_7 3} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$
10. Найдите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$
11. Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$
12. Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$
13. Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4,5$
14. Найдите значение выражения $\log_{12} 36 - \log_{12} 3$
15. Найдите значение выражения $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$
16. Найдите значение выражения $\log_2 \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$
17. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$
18. Найдите значение выражения $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$
19. Найдите значение выражения $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$
20. Найдите значение выражения $3 \log_2 \sqrt[3]{2}$.
21. Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.
22. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{7}}^2 49$.
23. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$
24. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$.

5. Логарифмическая функция

5.1.

1. Какая функция называется логарифмической?
2. Записать область определения логарифмической функции.
3. В каких четвертях расположен график логарифмической функции?
4. Каков характер монотонности логарифмической функции с основанием большим единицы?
5. Есть ли нули у логарифмической функции, если есть, то какие?
6. Что можно сказать о непрерывности логарифмической функции?
7. Является ли логарифмическая функция ограниченной?

	8. Каков характер монотонности логарифмической функции с основанием меньшим единицы? 9. Через какую точку проходят все графики логарифмических функций?
<u>5.2.</u>	1. Какое выражение больше: $\log_{0,5} 2,3$ или $\log_{0,5} 2,7$? 2. Какое выражение меньше: $\log_3 5,1$ или $\log_3 4,9$? 3. Какое выражение больше: $\log_{\frac{1}{3}} 7$ или $\log_{\frac{1}{3}} 9$? 4. Какое выражение меньше: $\log_{\pi} 13$ или $\log_{\pi} 11$?

6. Показательные уравнения и неравенства

<u>6.1.</u>	1. Является ли число 2 корнем уравнения $0,3^x=0,9$? 2. Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем уравнения $\left(\frac{1}{27}\right)^x = 3$? 3. Является ли число -2 корнем уравнения $0,5^x=0,25$? 4. Является ли число $\frac{1}{4}$ корнем уравнения $16^x = \frac{1}{2}$?
<u>6.2.</u>	1. Сравнить a с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) \leq g(x)$. 2. Сравнить a с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) > g(x)$.
<u>6.3.</u>	1. Решить уравнение $\left(\frac{1}{16}\right)^x = 0,5$. 2. Решить уравнение $6^x = \frac{1}{36}$. 3. Решить уравнение $3^x=9$. 4. Найти корень уравнения $7^{x-5} = 3^{x-5}$. 5. Решить уравнение $5^{x-2} = 125$. 6. Найдите корень уравнения: $5^{7-3x} = \frac{1}{25}$ 7. Найдите корень уравнения: $9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$ 8. Найдите корень уравнения: $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$ 9. Решить уравнение $8 \cdot 2^x = 1$. 10. Решить уравнение $2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 16$. 11. Решить уравнение $2^x - 2^{x-1} = 32$. 12. Решить уравнение $2^x = 32$. 13. Решить уравнение $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 81$. 14. Решить уравнение $0,5^x = 8$. 15. Найти корень уравнения $5^{x+4} = 2^{x+4}$.

	<p>16. Решить уравнение $3^{x+1}=81$.</p> <p>17. Решите уравнение $2^x + 10 \cdot (\sqrt{2})^x - 144 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму корней</p>
<u>6.4.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Решить неравенство $2^x \geq 4$. 2. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^x > \frac{8}{125}$. 3. Решить неравенство $3^x < \sqrt{3}$. 4. Решить неравенство $0,2^x \leq 0,008$. 5. Решить неравенство $3^x < 27$. 6. Решить неравенство $7^x \geq \sqrt{7}$. 7. Решить неравенство $0,3^x \geq 0,09$. 8. Решить неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{32}{243}$. 9. Решить неравенство $12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 3$ 10. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства 11. Решить неравенство $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства 12. Решить неравенство $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \frac{121}{169}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства 13. Решить неравенство $\left(2\frac{2}{3}\right)^{6x^2+x} \leq 7\frac{1}{9}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
<u>6.5.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Решить уравнение $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$ 2. Решить уравнение $6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} = 42$

7. Логарифмические уравнения и неравенства

<u>7.1.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Является ли число 0,008 корнем уравнения $\log_{0,2} x = 3$? 2. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = -4$? 3. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = 4$ 4. Является ли число 27 корнем уравнения $\log_{\frac{1}{3}} x = 3$
-------------	--

7.2.	<p>1. Сравнить a с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) > g(x)$.</p> <p>2. Сравнить a с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) \geq g(x)$.</p>
7.3.	<p>1. Решить уравнение $\log_2 x = 5$.</p> <p>2. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$.</p> <p>3. Решить уравнение $\log_5(x+1) = 2$.</p> <p>4. Решить уравнение $\log_x 64 = 3$.</p> <p>5. Решить уравнение $\log_x \frac{1}{32} = -5$.</p> <p>6. Решить уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(3x+22) = \log_{\frac{1}{2}} 40$.</p> <p>7. Решить уравнение: $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$.</p> <p>8. Решить уравнение $\log_5 x = 3$.</p> <p>9. Решить уравнение $\log_7 x = -1$.</p> <p>10. Решить уравнение $\log_4(x-5) = 2$.</p> <p>11. Решить уравнение $\log_x 81 = 4$.</p> <p>12. Решить уравнение $\log_x 25 = -2$.</p> <p>13. Решить уравнение $\lg(x-2) = -1$.</p> <p>14. Решить уравнение $\log_{0,1}(3x-5) = -1$</p> <p>15. Решить уравнение $\log_2(x-3) = \log_2 5$</p> <p>16. Решить уравнение $\log_2(x-7) = \log_2(x+2) + 2$</p> <p>17. Решить уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$.</p> <p>18. Решить уравнение $3^{\log_{27}(3x-2)} = 7$</p> <p>19. Решить уравнение $\log_3 2^{8x-4} = 4$</p> <p>20. Решить уравнение $\log_x(3+2x) = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней</p> <p>21. Решить уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней</p>
7.4.	<p>1. Решить неравенство $\log_{0,5} x > 3$.</p> <p>2. Решить неравенство $\log_2 x \geq 3$.</p> <p>3. Решить неравенство $\log_3 x \leq 2$.</p> <p>4. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x < 2$.</p>

5. Решить неравенство $3 \log_{\frac{1}{2}} x < -3$
6. Решить неравенство $\log_{16} x > \frac{1}{2}$
 $\log_{\frac{1}{4}} x > -2$.
7. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
8. Решить неравенство $3 \log_{0,2} x > -6$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
9. Решить неравенство $\log_3(x+2) < 3$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
10. Решить неравенство $\log_3(x+1) < -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
11. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
12. Решить неравенство $\lg x > \lg 8 + 1$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
13. Решить неравенство $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
14. Решить неравенство $\lg x > 2 - \lg 4$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
15. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(3x-6) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
16. Решить неравенство $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$
17. Решить неравенство $\lg(x^2 - 8x + 13) > 0$
18. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 5x + 7) > 0$
19. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \geq -3$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства.
20. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.

7.5.

- Решить уравнение $\log_2^2(3-x) + 3 \log_2(3-x) = 4$.
- Найдите наименьший корень уравнения $3 \log_8^2(5x+7) - 7 \log_8(5x+7) + 2 = 0$