

## 10.1 класс (технологический профиль)

2020 – 2021 уч. год.

### Геометрия. УМК Атанасян Л.С. Модуль 9.

Тема модуля: **«Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»**

Глава IV. §1: п.п.38, 39; §2: п.п.40, 41, 42; §3: п.п.43, 44, 45

Глава V. §1: п.п.46, 47, 48,49; §2: п.п.50, 51, 52, 53\*; §3: п.п.54, 55, 56, 57, 58\*

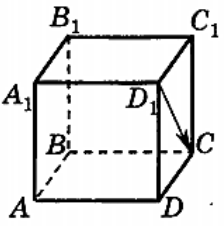
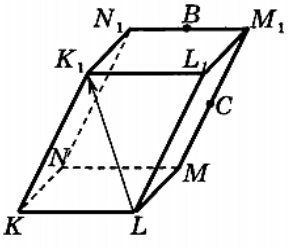
#### **В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:**

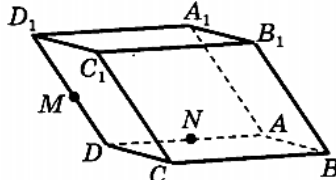
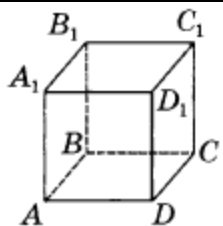
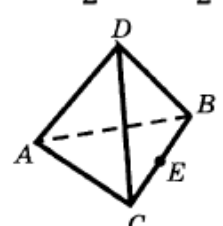
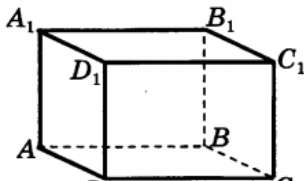
1. Определять понятие вектора, способы его изображения и названия; длину (абсолютную величину, модуль) вектора, равные векторы, противоположные векторы, коллинеарные векторы, виды коллинеарности; компланарные векторы; угла между векторами; свойства действий над векторами; скалярное произведение векторов, понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой; координат вектора в пространстве, радиус-вектора, *направляющего вектора, вектора нормали к прямой и плоскости* \*.
2. Строить и распознавать векторы различных видов, выполнять действия над векторами, разложение вектора по трем некопланарным векторам.
3. Понимать принцип разложения и полезность использования разложения вектора по трем некопланарным векторам.
4. Применять правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число в пространстве, применять правило параллелепипеда для сложения трех некопланарных векторов.
5. Воспроизводить формулу нахождения скалярного произведения векторов, использовать его свойства. *Иметь элементарные представления о существовании векторного и смешанного произведения векторов.*
6. *Определять и понимать область использования понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой.*
7. Понимать и применять необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов в пространстве. Узнавать компланарные векторы на уровне логических умозаключений. *Понимать и применять необходимое и достаточное условие компланарности векторов через смешанное произведение векторов и через определитель.*
8. Называть составляющие прямоугольной системы координат в пространстве, воспроизводить и применять формулу связи между координатами векторов и координатами точек в пространстве, выполнять действия над векторами в координатах.
9. Иметь представление о простейших задачах в координатах. Находить длину вектора, его сумму, разность и произведение вектора на число. Находить скалярное произведение векторов по формуле и в координатах, угол между векторами.
10. Применять при решении задач формулы расстояния между двумя точками, середины отрезка, скалярного произведения векторов в координатах; *уравнение прямой и плоскости в пространстве, формулу вычисления угла между прямыми через координаты направляющих векторов; формулы вычисления расстояния между точкой и прямой, между точкой и плоскостью в пространстве.*
11. Применять правило параллелепипеда, формулы для векторов в общем виде и в координатах при решении простейших задач.
12. Переводить геометрические факты на векторный и координатный язык и переводить векторные соотношения на геометрический язык.

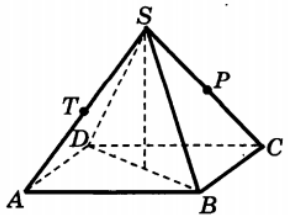
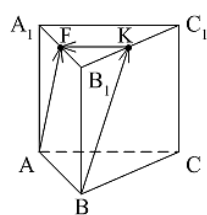
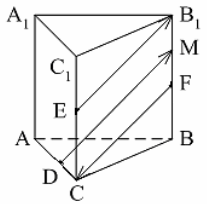
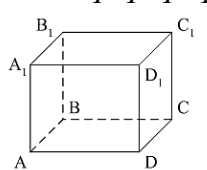
13. Применять коллинеарность и компланарность векторов, векторно-координатный метод при решении задач. Отбирать и применять элементарные приемы векторно-координатного метода решения стереометрических задач.
14. *Использовать различные способы вывода уравнений прямой и плоскости в пространстве, применять формулы расстояния между точкой и прямой, между точкой и плоскостью, скалярное произведение векторов при решении стереометрических задач. Использовать язык и инструменты аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач.*

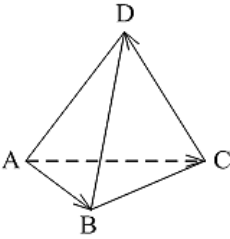
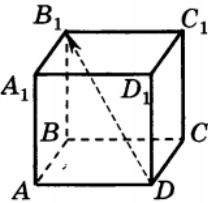
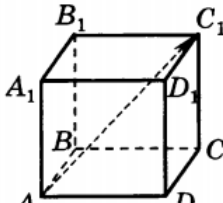
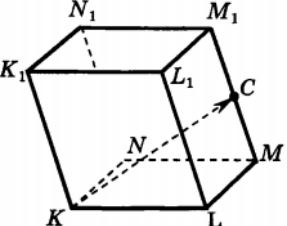
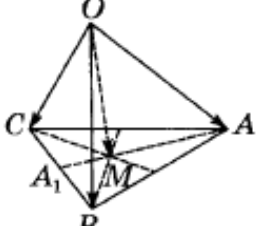
\* материал, не входящий в обязательный минимум содержания образования в средней школе

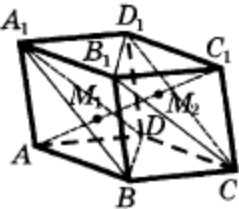
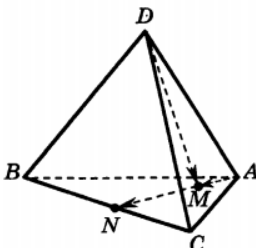
15. **Решать задачи с использованием понятий векторной математики:**

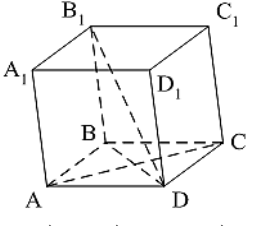
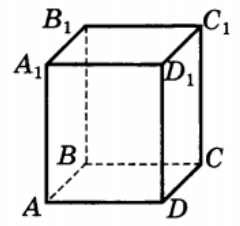
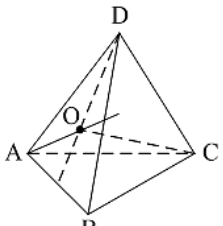
Часть 1.	
1.	<p>Какое утверждение <b>неверное</b>?</p> <p>1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны.            2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены.            3) Любые два равных вектора коллинеарны.</p>
2.	<p>Какое утверждение <b>неверное</b>?</p> <p>1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны.            2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны.            3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.</p>
3.	<p>Какое утверждение <b>верное</b>?</p> <p>1) Любые два вектора компланарны.            2) Любые три вектора компланарны.            3) Три нулевых вектора компланарны.</p>
4.	<p>Какое утверждение <b>верное</b>?</p> <p>1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны.            2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой.            3) Если векторы компланарны, то они равны.</p>
5.	<p>Какое утверждение <b>неверное</b>?</p> <p>1) Коллинеарные векторы компланарны.            2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны.            3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.</p>
6.	<p>Дан куб <math>ABCA_1B_1C_1D_1</math>. Укажите вектор, равный вектору <math>\overrightarrow{D_1C}</math>.</p>  <p>1) <math>\overrightarrow{A_1D}</math>      2) <math>\overrightarrow{A_1B}</math>      3) <math>\overrightarrow{AC}</math>      4) <math>\overrightarrow{DC_1}</math></p>
7.	<p>Точки <math>B</math> и <math>C</math> — середины рёбер <math>M_1N_1</math> и <math>M_1M</math> параллелепипеда <math>KL MNK_1L_1M_1N_1</math>. Укажите вектор противоположно направленный вектору <math>\overrightarrow{LK_1}</math>.</p>  <p>1) <math>\overrightarrow{MN_1}</math>      2) <math>\overrightarrow{BC}</math>      3) <math>\overrightarrow{KL_1}</math>      4) <math>\overrightarrow{CB}</math></p>

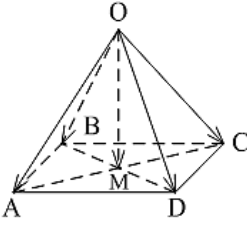
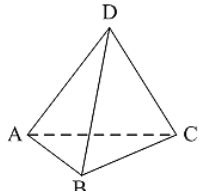
8.	<p>Точки <math>M</math> и <math>N</math> — середины рёбер <math>DD_1</math> и <math>AD</math> параллелепипеда <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math>. Укажите <b>неверное</b> утверждение.</p>  <p>1) <math>\overline{BC}</math> и <math>\overline{A_1 D_1}</math> равны  2) <math>\overline{NM}</math> и <math>\overline{BC_1}</math> сонаправлены  3) <math>\overline{A_1 D}</math> и <math>\overline{D_1 A}</math> противоположные  4) <math>\overline{MN}</math> и <math>\overline{BC_1}</math> коллинеарны</p>	
9.	<p>Дано: <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> — прямоугольный параллелепипед, <math>AD = 8</math> см, <math>AB = 9</math> см, <math>AA_1 = 12</math> см.</p> <p>Найти: а) <math> \overline{CC_1} </math>, <math> \overline{CB} </math>, <math> \overline{CD} </math>; б) <math> \overline{DC_1} </math>, <math> \overline{DB} </math>, <math> \overline{DB_1} </math>.</p>	
10.	 <p>В кубе <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> найдите разность векторов  а) <math>\overline{C_1 B} - \overline{C_1 D}</math>; б) <math>\overline{CB} - \overline{DB_1}</math>.</p>	
11.	<p>В правильном тетраэдре <math>DABC</math> точка <math>E</math> — середина ребра <math>BC</math>. Найдите векторы:</p> <p>а) <math>\frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}</math>; б) <math>\frac{1}{2} \overline{CB} - \overline{CA}</math>.</p> 	
12.	<p>В тетраэдре <math>ABCD</math> точки <math>M</math>, <math>N</math> и <math>K</math> — середины ребер <math>AC</math>, <math>BC</math> и <math>CD</math> соответственно, <math>AB = 3</math> см, <math>BC = 4</math> см, <math>BD = 5</math> см. Найдите длины векторов:</p> <p>а) <math>\overline{AB}</math>, <math>\overline{BC}</math>, <math>\overline{BD}</math>, <math>\overline{NM}</math>, <math>\overline{BN}</math>, <math>\overline{NK}</math>;  б) <math>\overline{CB}</math>, <math>\overline{BA}</math>, <math>\overline{DB}</math>, <math>\overline{NC}</math>, <math>\overline{KN}</math>.</p>	
13.	<p>Векторы <math>\overline{DE} + \overline{DF} - \overline{KF}</math> и <math>\overline{MC} - \overline{MK} - \overline{EC}</math> являются:</p> <p>а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.</p>	
14.	<p>Упростите выражение <math>\overline{BC} + \overline{EA} + \overline{DF} + \overline{CE} - \overline{KF} + \overline{AD}</math>.</p>	
15.	<p>Дан параллелепипед <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math>. Найдите вектор <math>\vec{a} = \overline{DA_1} + \overline{BC} + \overline{BA}</math>, началом и концом которого служат вершины данного параллелепипеда.</p> 	

16.	<p>Все рёбра правильной пирамиды <math>SABCD</math> равны 2, точки <math>T</math> и <math>P</math> — середины рёбер <math>AS</math> и <math>CS</math>. Найдите длину вектора, равного сумме векторов <math>\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TP}</math>.</p> 	
17.	<p>В прямоугольном параллелепипеде <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> <math>AD=8</math> см, <math>AB=9</math> см, <math>AA_1=12</math> см. Найдите длины векторов <math>\overrightarrow{DD_1}</math> и <math>\overrightarrow{C_1 B_1}</math></p>	
18.	<p><math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> — куб. Найдите вектор, равный <math>\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1 C_1} - \overrightarrow{C_1 D_1}</math>.  а) <math>\overrightarrow{C_1 A_1}</math>; б) <math>\overrightarrow{AC}</math>; в) <math>\overrightarrow{BD}</math>; г) нет верного ответа.</p>	
19.	<p>Даны точки <math>A, B, C, D, K</math>. Известно, что <math>\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{DK}</math>, <math>\overrightarrow{AC} = z \cdot \overrightarrow{CD}</math>,  <math>\overrightarrow{AK} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}</math>.  Тогда <b>неверно</b>, что...  1) все точки лежат в одной плоскости;  2) прямые <math>BC</math> и <math>DK</math> параллельны;  3) точки <math>A, C</math> и <math>D</math> не лежат на одной прямой.</p>	
20.	<p><math>\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}</math>, причём точки <math>A, B</math> и <math>C</math> не лежат на одной прямой. Прямые <math>AC</math> и <math>BD</math> <b>не могут</b> быть...  1) параллельными;  2) пересекающимися;  3) скрещивающимися.</p>	
21.	<p><math>ABCA_1 B_1 C_1</math> — правильная призма. <math>A_1 F = FB_1</math>, <math>B_1 K = KC_1</math>.</p>  <p>Какое утверждение <b>неверное</b>?  1) <math>\overrightarrow{KF} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AC}</math>. 2) <math> \overrightarrow{AF}  =  \overrightarrow{BK} </math>. 3) <math>\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BK}</math>.</p>	
22.	<p><math>ABCA_1 B_1 C_1</math> — правильная призма. <math>CE = EC_1</math>, <math>BF = FB_1</math>, <math>FM = MB_1</math>, <math>AD : DC = 3 : 1</math>.  Какое утверждение <b>верное</b>?</p>  <p>1) <math>\overrightarrow{DM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{EB_1}</math>. 2) <math>\overrightarrow{FC} \uparrow \downarrow \overrightarrow{DM}</math>. 3) <math>\overrightarrow{EB_1} \uparrow \downarrow \overrightarrow{FC}</math>.</p>	
23.	<p><math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> — параллелепипед.  Тогда <math>\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{D_1 B} + \overrightarrow{B_1 D_1} + \overrightarrow{DC} = \dots</math></p>	
24.	<p><math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> — параллелепипед. <math>\overrightarrow{AD} = \dots</math></p>  <p>1) <math>\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{DC_1}</math>; 2) <math>\overrightarrow{D_1 C_1} - \overrightarrow{DC_1} - \overrightarrow{D_1 A_1} + \overrightarrow{BB_1}</math>; 3) <math>\overrightarrow{AB_1} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CC_1}</math>.</p>	

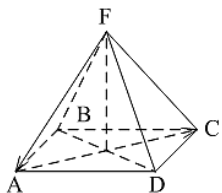
25.	<p>Векторы <math>\vec{AC}_1 - \vec{AC} - \vec{A_1C_1}</math> и <math>\vec{A_1A} - \vec{CB} + \vec{AB}</math> <u>являются...</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>равными;</li> <li>противоположными;</li> <li>сонаправленными.</li> </ol>	
26.	<p><math>DABC</math> – тетраэдр. <math>\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}</math>. Тогда <math>\vec{x} = \dots</math></p>  <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{DA}</math>;</li> <li><math>\vec{BC}</math>;</li> <li><math>\vec{DB}</math>.</li> </ol>	
27.	<p>Дан куб <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math>. Укажите три вектора, по которым можно разложить вектор <math>\vec{DB_1}</math>.</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{AA_1}, \vec{DD_1}, \vec{CC_1}</math></li> <li><math>\vec{CB}, \vec{AD}, \vec{BC_1}</math></li> <li><math>\vec{BC_1}, \vec{DA_1}, \vec{DD_1}</math></li> <li><math>\vec{DA}, \vec{AB}, \vec{BB_1}</math></li> </ol>	
28.	<p>Дан куб <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math>. Разложите вектор <math>\vec{AC_1}</math> по векторам <math>\vec{a} = \vec{AD}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AA_1}</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{a} + 0,5\vec{b} + \vec{c}</math></li> <li><math>\vec{a} - 0,5\vec{b} + \vec{c}</math></li> <li><math>\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}</math></li> <li><math>\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}</math></li> </ol> 	
29.	<p>Точка <math>C</math> – середина ребра <math>M_1M</math> параллелепипеда <math>KLMNK_1L_1M_1N_1</math>. Выразите вектор <math>\vec{KC}</math> через векторы <math>\vec{a} = \vec{KN}, \vec{b} = \vec{KL}, \vec{c} = \vec{KK_1}</math>.</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{a} + 0,5\vec{b} + \vec{c}</math></li> <li><math>\vec{a} - \vec{b} + 0,5\vec{c}</math></li> <li><math>0,5\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}</math></li> <li><math>\vec{a} + \vec{b} + 0,5\vec{c}</math></li> </ol>	
30.	<p>Докажите:</p> <p>Если <math>M</math> – точка пересечения медиан треугольника <math>ABC</math>, а <math>O</math> – произвольная точка пространства, то</p> $\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}).$ 	

31.	<p>Докажите:  <b>Диагональ <math>AC</math> параллелепипеда <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> проходит через точки пересечения медиан треугольников <math>A_1 B D</math> и <math>C B_1 D_1</math> и делится этими точками на три равные части.</b></p> 	
32.	<p>Точка <math>N</math> — середина ребра <math>BC</math> тетраэдра <math>DABC</math>, <math>M \in AN</math>, <math>\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AN}</math>. Выразите вектор <math>\overrightarrow{DM}</math> через векторы <math>\vec{a} = \overrightarrow{AB}</math>, <math>\vec{b} = \overrightarrow{AC}</math>, <math>\vec{c} = \overrightarrow{AD}</math>.</p> 	
33.	<p><math>ABCA_1 B_1 C_1</math> — призма. Укажите точку <math>M</math>, если:  а) <math>\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C_1 B_1} + \overrightarrow{A_1 C_1}</math>; б) <math>\overrightarrow{B_1 M} = \overrightarrow{B_1 A} + \overrightarrow{B_1 B} + \overrightarrow{A A_1}</math>;  в) <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{B_1 C_1}</math>.</p>	
34.	<p>Точка <math>M(-2; 3; -7)</math> находится от плоскости <math>XOY</math> на расстоянии, равном...  1) 7; 2) 2; 3) 3.</p>	
35.	<p>Расстояние от точки <math>B(-2; -5; \sqrt{3})</math> до оси <math>OX</math> равно:  а) <math>4\sqrt{3}</math>; б) <math>7\sqrt{2}</math>; в) <math>3\sqrt{2}</math>; г) <math>2\sqrt{7}</math>.</p>	
36.	<p>Дана точка <math>M(2; -3; -4)</math>. Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат.  а) <math>M_1(-2; 3; 4)</math>; б) <math>M_1(2; 3; 4)</math>; в) <math>M_1(-2; -3; 4)</math>; г) <math>M_1(-2; -3; -4)</math>.</p>	
37.	<p>Точка <math>M</math> — середина отрезка <math>AB</math>. Найдите координаты точки <math>M</math>, если <math>A(-6; 4; 0)</math>, <math>B(0; -9; 4)</math></p>	
38.	<p>Точка <math>E</math> — середина отрезка <math>AB</math>. Найдите координаты точки <math>B</math>, если <math>A(14; -8; 5)</math>, <math>E(3; -2; -7)</math>.  а) <math>B(-8; 4; -19)</math>; б) <math>B(8; -4; -19)</math>; в) <math>B(8; -4; -19)</math>; г) <math>B(8; 4; 19)</math>.</p>	
39.	<p><math>\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}</math>. Тогда вектор <math>\vec{m}</math> <b>имеет</b> координаты...  1) <math>\vec{m} \{2; 1; 1\}</math>; 2) <math>\vec{m} \{-2; 1; 1\}</math>; 3) <math>\vec{m} \{2; -1; -1\}</math>.</p>	
40.	<p><math>\vec{a} \{1; 2; -3\}</math>, <math>\vec{b} \{-3; 2; 1\}</math>, <math>\vec{c} \{-3; -6; 9\}</math>. Тогда коллинеарными <b>будут</b> векторы...  1) <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math>; 2) <math>\vec{b}</math> и <math>\vec{c}</math>; 3) <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{c}</math>.</p>	
41.	<p>Первая и третья координаты ненулевого вектора <math>\vec{a}</math> равны нулю. Тогда <b>неверно</b>, что...  1) <math>\vec{a} \parallel OX</math>; 2) <math>\vec{a} \perp OZ</math>; 3) <math>\vec{a} \perp (XOZ)</math>.</p>	
42.	<p>Первая координата ненулевого вектора <math>\vec{AB}</math> равна нулю. Тогда <b>неверно</b>, что...  1) <math>\vec{AB} \perp OX</math>; 2) <math>\vec{AB} \cap OZ</math>; 3) <math>\vec{AB} \parallel OY</math>.</p>	
43.	<p><math>A(1; 2; 3)</math>, <math>B(1; 5; 4)</math>, <math>C(4; 5; 3)</math>. Тогда <b>верно</b>, что...  1) <math>\vec{BC} \perp OY</math>; 2) <math>\vec{AC} \parallel OZ</math>; 3) <math>\vec{AB} \parallel (ZOY)</math>.</p>	

44.	<p>Ордината точки <math>A</math> равна 3, ордината точки <math>B</math> равна 6. Длина отрезка <math>AB</math> равна 3. Тогда прямая <math>AB</math> и ось <math>OY</math>...</p> <p>1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.</p>	
45.	<p><math>M(x_1; y_1; z_1), K(x_2; y_2; z_2)</math>. Тогда координаты вектора <math>\vec{KM}</math> <u>равны</u>...</p> <p>1) <math>\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}</math>;  2) <math>\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}</math>;  3) <math>\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}</math>.</p>	
46.	<p><math>\vec{a} \{m; n; k\}</math>. Тогда <u>верно</u>, что...</p> <p>1) <math> \vec{a}  = \sqrt{m+n+k}</math>; 2) <math> \vec{a}  = \sqrt{m^2+n^2+k^2}</math>; 3) <math> \vec{a}  = \sqrt{mnk}</math>.</p>	
47.	<p><math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> – параллелепипед. <u>Являются</u> компланарными векторы...</p>  <p>1) <math>\vec{AD}, \vec{BA}</math> и <math>\vec{D_1C_1}</math>;  2) <math>\vec{BD}, \vec{DB_1}</math> и <math>\vec{AC}</math>;  3) <math>\vec{DB_1}, \vec{AB}</math> и <math>\vec{DD_1}</math>.</p>	
48.	<p>Дан параллелепипед <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math>. Укажите компланарные векторы.</p>  <p>1) <math>\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{CC_1}</math>                      3) <math>\vec{AD}, \vec{BC}, \vec{BB_1}</math>  2) <math>\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{CC_1}</math>                      4) <math>\vec{CB}, \vec{BA}, \vec{AD_1}</math></p>	
49.	<p>Известно, что <math>2\vec{AM} = 3\vec{AB} - \vec{AC}</math>.</p> <p>Тогда векторы <math>\vec{AM}, \vec{AB}</math> и <math>\vec{AC}</math> <u>являются</u>...</p> <p>1) коллинеарными; 2) компланарными; 3) некомпланарными.</p>	
50.	<p>Векторы <math>\vec{a}, \vec{b}</math> и <math>\vec{c}</math> <u>некомпланарны</u>, если...</p> <p>1) <math>\vec{a} = m \cdot \vec{b} + n \cdot \vec{c}</math>; 2) <math>\vec{p} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}</math>; 3) <math>\vec{c} = k \cdot \vec{a} + l \cdot \vec{b}</math>.</p>	
51.	<p><math>DABC</math> – тетраэдр. <math>O</math> – точка пересечения медиан грани <math>ABD</math>. Тогда <math>\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{DC} = \dots</math></p>  <p>1) <math>\frac{1}{3} \vec{OC}</math>;                      2) <math>3\vec{CO}</math>;                      3) <math>-3\vec{CO}</math>.</p>	

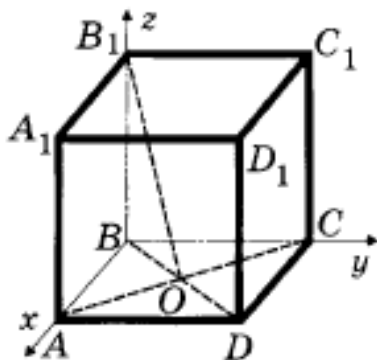
52.	<p>Диагонали параллелограмма <math>ABCD</math> пересекаются в точке <math>M</math>. Точка <math>O</math> – произвольная точка пространства.</p> <p><math>\vec{OM} = k(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})</math>. Тогда <math>k = \dots</math></p>  <p>1) <math>\frac{1}{2}</math>    2) 2    3) <math>\frac{1}{4}</math></p>	
53.	<p><math>DABC</math> – тетраэдр, <math>AB = BC = AC = AD = BD = CD</math>. Тогда <b>неверно</b>, что...</p>  <p>1) <math>\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90^\circ</math>;    2) <math>\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60^\circ</math>;    3) <math>\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60^\circ</math>.</p>	
54.	<p><math>\vec{a} \cdot \vec{b} &lt; 0</math>. Тогда угол между векторами <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math> ...</p> <p>1) острый; 2) тупой; 3) прямой.</p>	
55.	<p>Какое утверждение <b>верное</b>?</p> <p>1) <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))</math>.</p> <p>2) <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \sin(\angle(\vec{a}, \vec{b}))</math>.</p> <p>3) <math> \vec{a}  \cdot  \vec{b}  = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))</math>.</p>	
56.	<p>Скалярное произведение векторов <math>\vec{a} \{a_1; a_2; a_3\}</math> и <math>\vec{b} \{b_1; b_2; b_3\}</math> <b>равно</b>...</p> <p>1) <math>a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3</math>;</p> <p>2) <math>a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3</math>;</p> <p>3) <math>a_1 b_2 b_3 + b_1 a_2 b_3 + b_1 b_2 a_3</math></p>	
57.	<p>При каком <math>n</math> данные векторы <math>\vec{a} (2; -1; 3)</math> и <math>\vec{b} (1; 3; n)</math> перпендикулярны:</p> <p>а) <math>\frac{1}{3}</math>;    б) <math>\frac{1}{2}</math>;    в) <math>-\frac{1}{3}</math>;    г) -1.</p>	
58.	<p>Дана точка <math>A(-1; 2; 5)</math>. Тогда координаты точки – проекции точки <math>A</math> на ось <math>OZ</math> равны...</p>	
59.	<p>Даны точки <math>M(-1; 2; 3)</math> и <math>B(1; -1; 5)</math>. Тогда координаты вектора <math>\vec{BM}</math> равны...</p>	
60.	<p>Дан вектор <math>\vec{a} \{-3; 1; 2\}</math> и точка <math>A(2; -5; 1)</math>. Найдите координаты точки <math>B</math>, если <math>\vec{AB} = -2\vec{a}</math>.</p>	
61.	<p><math>A(-1; 0; 2)</math>, <math>B(1; -2; 3)</math>. Тогда <math> \vec{AB}  = \dots</math></p>	
62.	<p><math>ABCD</math> – параллелограмм, <math>AC \cap BD = O</math>. <math>B(-2; 1; 0)</math>, <math>O(0; 1,5; 0)</math>. Тогда координаты точки <math>D</math> равны...</p>	
63.	<p>Вектор <math>\vec{a}</math> сонаправлен с вектором <math>\vec{b} \{-2; 2; 1\}</math>, <math> \vec{a}  = 12</math>. Тогда координаты вектора <math>\vec{a}</math> равны...</p>	
64.	<p><math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> – прямой параллелепипед, <math>AA_1 = 2\sqrt{2}</math> см. <math>ABCD</math> – квадрат, <math>AB = 2</math> см. Тогда <math> \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1  = \dots</math></p>	
65.	<p>Скалярное произведение векторов <math>\vec{a} \{-2; 1; 3\}</math> и <math>\vec{b} \{-4; 2; -1\}</math> равно...</p>	



66.	$\vec{a} \perp \vec{b}$ , $\vec{a} \{1; -2; 4m\}$ , $\vec{b} \{2; 2m+1; -m\}$ . Тогда $m = \dots$	
67.	В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ все рёбра равны по 2 см. Тогда $\vec{FA} \cdot \vec{AC} = \dots$ 	
68.	Вычислите угол между векторами $\vec{a} \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$	
69.	Найдите угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{j} - \vec{k}$ .	
70.	Угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{a} \{1; -1; \sqrt{2}\}$ равен...	
71.	Даны координаты точек: $A(1; -1; -4)$ , $B(-3; -1; 0)$ , $C(-1; 2; 5)$ , $D(2; -3; 1)$ . Тогда косинус угла между прямыми $AB$ и $CD$ равен...	
72.	Найдите сумму координат вершины $D$ параллелограмма $ABCD$ , если $A(2; 3; 2)$ , $B(0; 2; 4)$ , $C(4; 1; 0)$ .	
73.	При каких $a$ векторы $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ коллинеарны, если $A(-2; -1; 2)$ , $B(4; 3; 6)$ , $C(-1; a-1; 1)$ , $D(-4; -1; a)$ .	
74.	Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}$ , $\vec{b} \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$ . Найдите $ \vec{a}  -  \vec{b} $ :	
75.	Даны координаты точек $A(-3; 2; 1)$ , $B(-1; 2; 1)$ , $C(1; -4; 3)$ , $D(-1; 2; -2)$ . Найти $ 2\vec{AB} + 3\vec{CD} $ .	
76.	Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$ , $\vec{b} \{0; -5; -2\}$ и $\vec{c} \{2; 1; -3\}$ . Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$ .	
77.	Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$ . $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$	
78.	Вычислите угол между прямыми $AB$ и $CD$ , если: а) $A(3; -2; 4)$ $B(4; -1; 2)$ , $C(6; -3; 2)$ , $D(7; -3; 1)$ ;	
79.	Определите, являются ли компланарными векторы $\vec{a} \{1; 6; 5\}$ , $\vec{b} \{3; -2; 4\}$ , $\vec{c} \{7; -18; 2\}$ .	

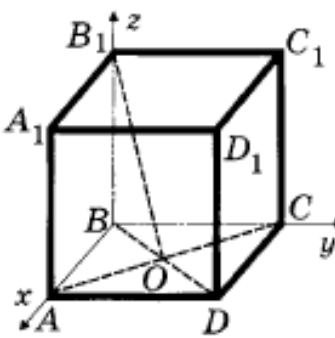
**Часть 2. (примерные задачи для письменной части итогового теста)**

80. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $O$  – центр грани  $ABCD$ .  
Используя метод координат, найдите:  
а) угол между прямыми  $B_1 O$  и  $C_1 D$ ;  
б) угол между прямой  $B_1 O$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .



Часть 3\*

(задачи, не входящие в обязательный минимум содержания образования в средней школе)

81.	В прямоугольной системе координат заданы два вектора: $\vec{a} = (2, 1, -3)$ , $\vec{b} = (0, -1, 1)$ . Найдите их векторное произведение.	
82.	Даны координаты трех векторов в прямоугольной системе координат $\vec{a} = (1, -1, 3)$ , $\vec{b} = (-2, 2, 1)$ , $\vec{d} = (3, -2, 5)$ . Найдите смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{d}$ .	
83.	Принадлежат ли точки одной плоскости? $A(2, 3, 1)$ , $B(4, 1, -2)$ , $C(6, 3, 7)$ , $D(-5, -4, 8)$	
84.	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -4 & 7 \end{vmatrix}$	
85.	Компланарны ли векторы $\vec{a} = (2, -1, 2)$ , $\vec{b} = (1, 2, -3)$ , $\vec{d} = (3, -4, 7)$ , заданные в прямоугольной системе координат.	
86.	Найдите координаты вектора нормали плоскости $\sqrt{2}x - 3y + 7z - 11 = 0$	
87.	Найдите общее уравнение плоскости МКР, если $M(0; 2; 4)$ , $K(3; 0; -1)$ , $P(0; 1; 0)$	
88.	<b>Дано:</b> точка $M(2; 0; 0)$ ; вектор $\overline{TN} \{-3; 0; 1\}$ , вектор $\overline{KP} \{0; 3; -1\}$ . <b>Найти:</b> общее уравнение плоскости $\beta$ , проходящей через точку $M$ , параллельно векторам $\overline{TN}$ и $\overline{KP}$ .	
89.	 <p>В кубе <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> точка <math>O</math> – центр грани <math>ABCD</math>.          Постройте сечение куба плоскостью <math>\alpha</math>, проходящей через середины ребер <math>AB</math> и <math>AD</math> параллельно прямой <math>B_1 O</math>          Используя метод координат, найдите:          а) уравнение плоскости <math>\alpha</math>;          б) расстояние от точки <math>B_1</math> до плоскости <math>\alpha</math>.</p>	
90.	<b>Задача № 2.</b> (НГУ ММФ 1987, В 1). Ребро куба $ABCD A' B' C' D'$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами $AA'$ , $BB'$ , $CC'$ , $DD'$ равно 1, точка $M$ – середина $AD$ . Через середину $N$ отрезка $B'M$ перпендикулярно прямой $B'M$ проведена плоскость $\alpha$ . Найти расстояние от центра куба до плоскости $\alpha$ .	