

10.1 класс (технологический профиль)

2020 – 2021 уч. год.

Алгебра и начала анализа. УМК Никольский С.М. Модуль 8.

Тема модуля: «ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ. ПРЕДЕЛЫ»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

11 класс. Глава I. § 3, п.п.3.1, 3.2, 3.7, 3.8. 11 класс. Глава I. §§ 1, 2, 3, п.п.1.2 – 1.8, 2.1 – 2.6, 3.1 – 3.3.

Понятия области определения и области значений функций, чётности-нечётности функции, ее периодичности, понятие и признаки монотонности функции, нулей функции, их знакопостоянства. Основные типы элементарных функций, общий вид формул, их задающих, вид и расположение графиков элементарных функций с учетом их параметров, виды преобразований графиков функций, общий вид формулы, задающей определенное преобразование. Понятие и вид сложной функции.

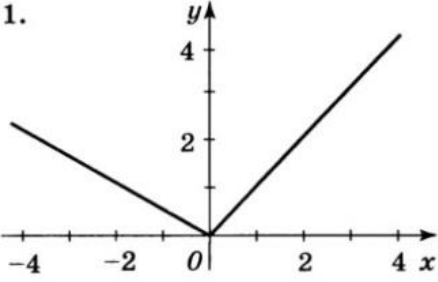
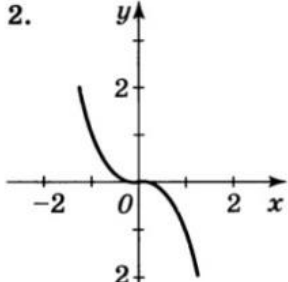
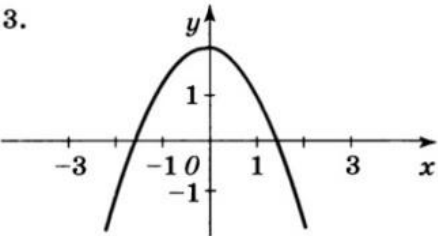
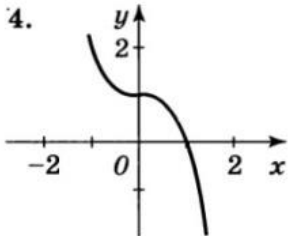
Понятия предела последовательности, предела функции, бесконечно малой и бесконечно большой функций, свойства пределов функций, первый и второй замечательные пределы.

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. Аналитически и графически находить область определения и область значений, определять чётность – нечётность, находить промежутки монотонности и знакопостоянства, строить, читать и преобразовывать графики функций, распознавать по формуле вид преобразования графика.
2. Раскладывать сложные функции по элементарным, составлять из элементарных функций сложные.
3. На интуитивном уровне понимать определение предела, использовать основные приемы вычисления пределов, узнавать правила и приемы раскрытия неопределенностей
4. Вычислять элементарные пределы функций, находить пределы неопределенностей типа $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$, $\left[\frac{0}{0} \right]$, $[\infty - \infty]$ для рациональных дробей и иррациональных выражений, вычислять пределы с использованием первого и второго замечательных пределов.

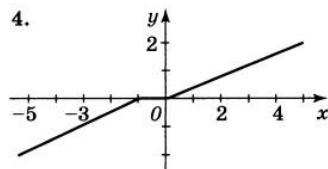
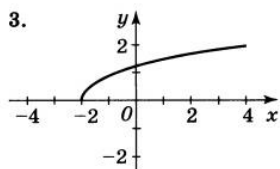
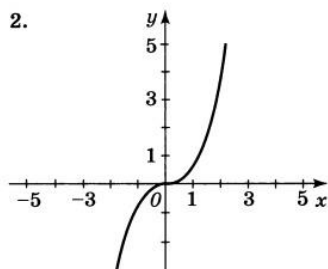
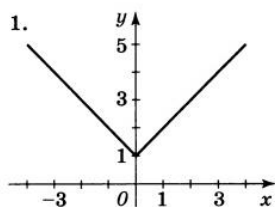
Примерные практические задания.

№	Задание	Ответ
ФУНКЦИИ. ПРЕДЕЛЫ.		
1	Найдите область определения функции:	
	а) $y = \log_5 \frac{4-x^2}{x-1}$	
	б) $y = \sqrt{2^x - 8}$	
	в) $y = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$	
	г) $y = \log_2(x^2 - 3x + 7)$	
д) $y = \frac{\sqrt{36-x^2}}{\log_{22}(x+6)}$		

е)	$y = \sqrt{5^{3x+1} - 1}$ Укажите номер правильного ответа 1. $(-\infty; -\frac{1}{3}]$ 2. $[\frac{1}{3}; +\infty)$ 3. $[-\frac{1}{3}; +\infty)$ 4. $(-\infty; \frac{1}{3})$	
ж)	$y = \log_{0,3}(6x - 3x^2)$ Укажите номер правильного ответа 1. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 3. $(2; +\infty)$ 2. $(-2; +\infty)$ 4. $(0; 2)$	
2	Оцените область значений $E(y)$ функции $y = \frac{24}{\sqrt{100 - x^2}}$, если $x \in [-6; 8]$	
3	Найдите наибольшее значение функции $y = \log_5(3 + 4x - 2x^2).$	
4	Какая из данных функций возрастает (строго монотонна) на всей ее области определения 1. $y = 2^x$ 2. $y = x^2$ 3. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 4. $y = \cos x$	
5	Какая из данных функций убывает (строго монотонно) на всей ее области определения 1. $y = (\frac{1}{3})^x$ 2. $y = \operatorname{tg} x$ 3. $y = \sin x$ 4. $y = -x^2$	
Исследуйте на четность-нечетность функцию:		
а)	$y = 8x^5 + 10x^3 - x$	
б)	$y = 13x^8 - 3x^4 - 11$	
6 в)	$y = \frac{13x}{(x-23)(x+23)}$	
г)	$y = \sin 4x + 4x^{2015}$	
д)	$y = \frac{1}{x-100} - \frac{1}{x+200}$	
7	На каком рисунке изображен график четной функции <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>1.</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>2.</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>3.</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>4.</p>  </div> </div>	

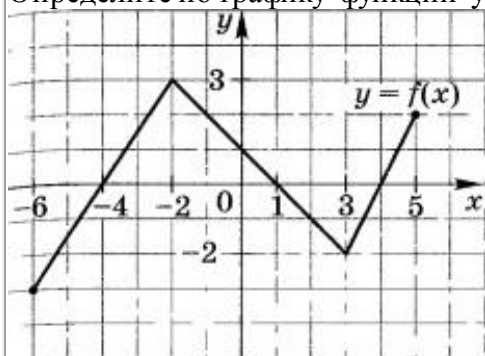
На каком рисунке изображен график нечетной функции

8



Определите по графику функции $y=f(x)$

9



а) ее промежутки монотонности

б) ее промежутки знакопостоянства

Определите промежутки знакопостоянства функции

10

а) $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$

б) $f(x) = \frac{(x+7)(x-5)}{x^2 - 6x + 9}$

в) $f(x) = \frac{x}{5} - 1$

г) $f(x) = \frac{12}{x} - 4$

Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x < 0, \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ -x + 6, & \text{если } 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

Укажите:

11

а) область определения функции

б) область значений функции

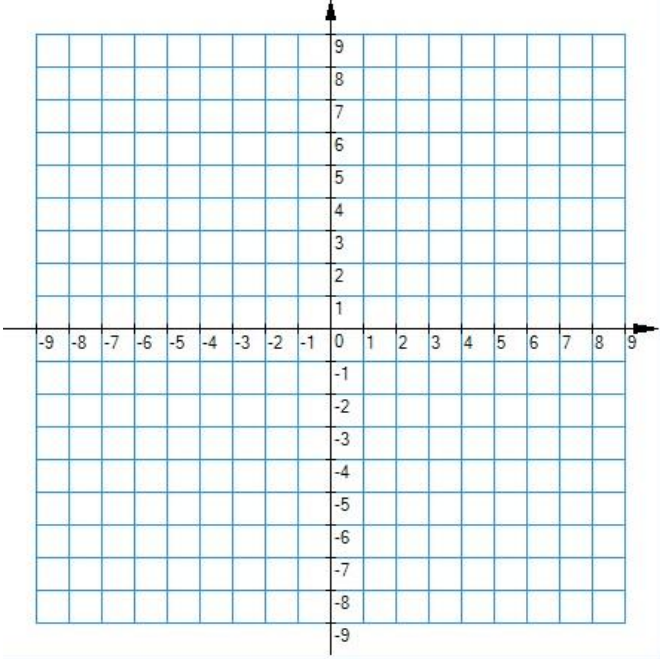
в) промежутки строгого возрастания функции

г) промежутки строгого убывания функции

д) промежутки неубывания функции

е) промежутки невозрастания функции

ж) промежутки знакопостоянства функции

12	<p>Построить в одной системе координат графики функций</p> $f(x) = \frac{1}{x}, \quad f(x) = \frac{1}{x-2} + 1, \quad f(x) = \left \frac{1}{x-2} + 1 \right , \quad f(x) = \frac{1}{ x -2} + 1$ 		
13	<p>Выпишите основные элементарные функции $f(x)$ и $g(x)$, с помощью которых задана сложная функция</p> $f(g(x)) = (\sin x)^{10}$		
14	<p>Выпишите основные элементарные функции $f(x)$, $g(x)$ и $\varphi(x)$, с помощью которых задана сложная функция</p> $f(g(\varphi(x))) = \log_5(\sin x^3)$		
15	<p>Даны элементарные функции $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $\varphi(x) = 5^x$. Запишите сложную функцию:</p>		
	а)	$f(\varphi(x))$	
	б)	$\varphi(f(x))$	
	в)	$\varphi(g(x))$	
	г)	$f(g(x))$	
	д)	$f(g(\varphi(x)))$	
е)	$\varphi(g(f(x)))$		
16	<p>Вычислить предел:</p>		
	1)	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10}{x - 2}$	
	2)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 17}{7 + 2x}$	
	3)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{470}{13x^2} \right)$	
	4)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 11x + 28}{3x^2 + 8x - 12}$	
	5)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 11x + 22}{2x^3 + 5x - 11}$	

6)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 13x + 23}{4x^2 + 15x - 21}$	
7)	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	
8)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$	
9)	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$	
10)	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 27}$	
11)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{6x}$	
12)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x}$	
13)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x}$	
14)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}$	
15)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}$	
16)	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$	
17)	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$	
18)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x}\right)^x$	
19)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^x$	