

## 11.2 класс (ЕН+СЭ)

Учебник: Геометрия (Атанасян Л.С.)  
2020-2021 гг.

### Тема модуля: «Некоторые сведения из планиметрии»

**Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:**

**Глава VIII. §1.** Углы и отрезки, связанные с окружностью.

1. Угол между касательной и хордой.
2. Две теоремы об отрезках, связанных с окружностью.
3. Углы с вершинами внутри и вне круга.
4. Вписанный четырехугольник.
5. Описанный четырехугольник.

**Глава VIII. §2.** Решение треугольников.

1. Теорема о медиане.
2. Теорема о биссектрисе треугольника.
3. Формулы площади треугольника.
4. Формула Герона.

**Глава VIII. §3.** Теоремы Чебы и Менелая и их применение.

**Дополнительные темы на повторение планиметрии.**

1. Площади фигур.
2. Тригонометрия в треугольниках. Теоремы синусов, косинусов.
3. Прямоугольный треугольник. Углы и длины в прямоугольном треугольнике.
4. Вписанные и описанные многоугольники.
5. Векторы и координаты в решении задач.

**В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:**

обобщить, систематизировать и расширить имеющиеся знания о фигурах и формулах планиметрии.

использовать:

- правила вычисления углов с вершиной внутри и вне круга;
- формулы для вычисления угла между хордами, между хордой и касательной, между секущими, между касательной и секущей, между касательными;
- теорему о произведении отрезков хорд;
- теорему о касательной и секущей;
- теоремы о вписанных и описанных треугольниках;
- понятия, свойства и признаки вписанных и описанных многоугольников, вписанных и описанных четырехугольников.

решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и соотношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический аппарат

проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования.

*Примерные практические задания.*

**1. Углы и отрезки, связанные с окружностью.**

- 1.1. Угол  $ACO$  равен  $32^\circ$ . Его сторона  $CA$  в точке  $A$  касается окружности с центром в точке  $O$ . Найдите градусную величину дуги  $AD$  окружности, заключённой внутри этого угла (см. рис. 258). Ответ дайте в градусах.

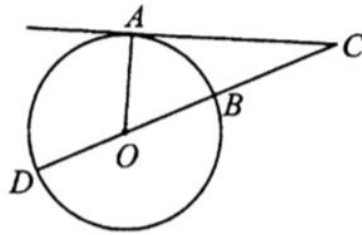


Рис. 258.

- 1.2. Хорда  $PK$  делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как  $11 : 7$ . Под каким углом видна эта хорда из точки  $M$ , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах (см. рис. 259).

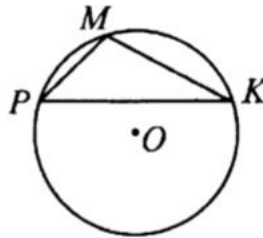


Рис. 259.

- 1.3. Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности в точке  $A$ ,  $O$  — центр окружности, а меньшая дуга окружности  $AB$ , заключённая внутри этого угла, равна  $71^\circ$ . Ответ дайте в градусах (см. рис. 264).

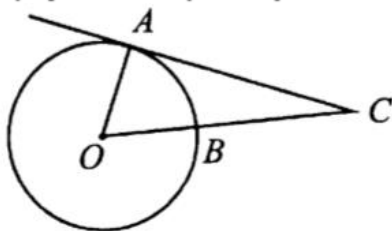


Рис. 264.

- 1.4. Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $104^\circ$ . Найдите угол  $ABC$  между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах (см. рис. 268).

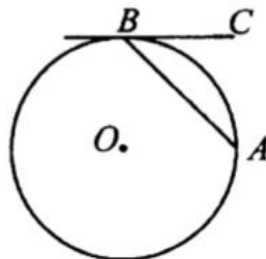


Рис. 268.

## 2. Решение треугольников. Углы и длины в прямоугольном треугольнике.

- 2.1. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $38^\circ$ , угол  $C$  равен  $58^\circ$ . На продолжении стороны  $AB$  отложен отрезок  $BK = BC$ . Найдите угол  $K$  треугольника  $BCK$ . Ответ дайте в градусах (см. рис. 257).

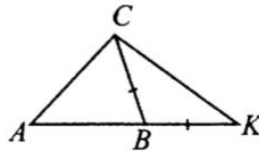


Рис. 257.

- 2.2. Один из внешних углов треугольника равен  $72^\circ$ . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как  $5 : 13$ . Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах (см. рис. 262).

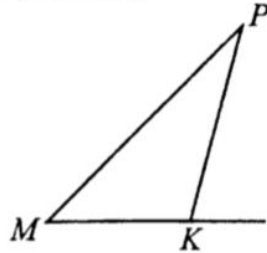


Рис. 262.

- 2.3. Углы треугольника относятся как  $2 : 3 : 7$ . Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.

- 2.4. В треугольнике  $MPK$   $MK = PK = 18\sqrt{3}$ , угол  $K$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $MH$  (см. рис. 271).

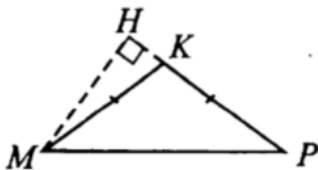


Рис. 271.

- 2.5. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $50^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах (см. рис. 263).

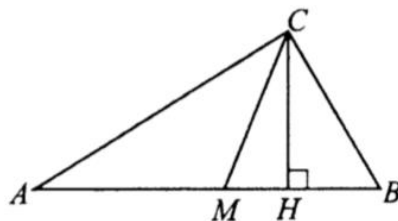


Рис. 263.

- 2.6. Острые углы прямоугольного треугольника равны  $27^\circ$  и  $63^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах (см. рис. 267).

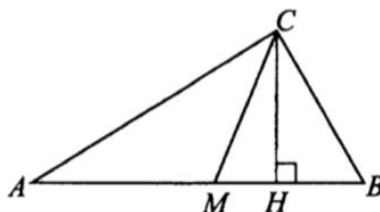


Рис. 267.

- 2.7. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $31^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах (см. рис. 273).

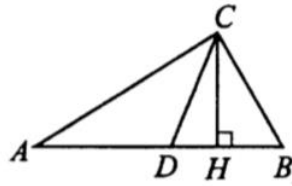


Рис. 273.

- 2.8. Острые углы прямоугольного треугольника равны  $39^\circ$  и  $51^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах (см. рис. 207).

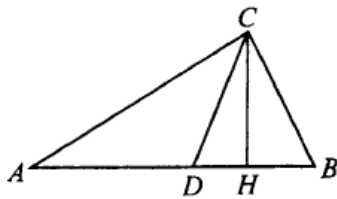


Рис. 207.

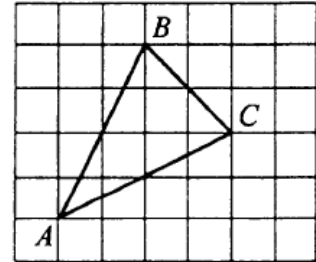


Рис. 206.

- 2.9. Найдите высоту треугольника  $ABC$ , опущенную на сторону  $BC$  (см. рис. 206), если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{2}$ .

- 2.10. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника  $MPK$ , если стороны клеток равны 1 (см. рис. 274).

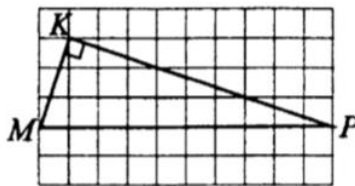


Рис. 274.

### 3. Вписанные и описанные четырехугольники и многоугольники.

- 3.1. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 18 (см. рис. 260).

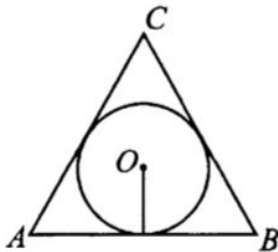


Рис. 260.

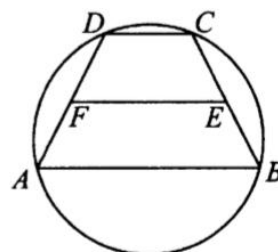


Рис. 261.

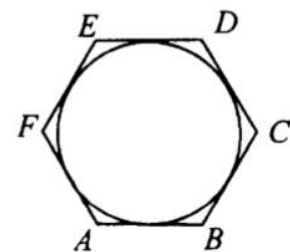


Рис. 265.

- 3.2. Около трапеции описана окружность (см. рис. 261). Периметр трапеции равен 142, средняя линия равна 50. Найдите боковую сторону трапеции.

- 3.3. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен  $5\sqrt{12}$  (см. рис. 265).

- 3.4. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата со стороной, равной  $5\sqrt{2}$  (см. рис. 266).

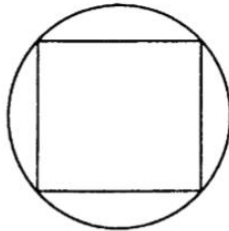


Рис. 266.

- 3.5. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $65^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах (см. рис. 269).

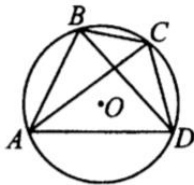


Рис. 269.

- 3.6. Три стороны описанного около окружности четырёхугольника относятся (в последовательном порядке) как  $2 : 3 : 4$ . Найдите большую сторону этого четырёхугольника, если известно, что его периметр равен 36 (см. рис. 270).

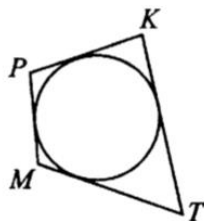


Рис. 270.

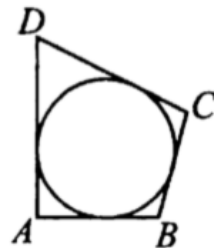


Рис. 272.

- 3.7. В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 11$ ,  $CD = 24$  (см. рис. 272). Найдите периметр четырёхугольника.

- 3.8. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, её большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности (см. рис. 275).



Рис. 275.

#### 4. Тригонометрия в треугольниках.

- 4.1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$   $AC = 3$ ,  $AB = 5$ . Найдите  $\sin B$ .

- 4.2. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ , причём известно, что  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{12}$ ,  $AC = 3$ . Найдите  $AB$ .

- 4.3. Найдите основание  $AB$  равнобедренного треугольника  $ABC$ , если  $AC = 7$ ,  $\cos A = 0,125$ .

- 4.4. В треугольнике  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = \sqrt{17}$ ,  $AB = 17$ . Найдите  $\operatorname{tg} A$ .
- 4.5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$   $BC = 2,25$  и  $\sin A = \frac{9}{13}$ . Найдите длину гипотенузы.
- 4.6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$   $AB = 11\sqrt{11}$  и  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{2}}{3}$ . Найдите  $AC$ .
- 4.7. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. Найдите  $\cos B$ , если  $AB = 20$ ,  $AC = 2\sqrt{19}$ .
- 4.8. Дан острый угол  $\alpha$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ . Вычислите  $\cos \alpha$ .
- 4.9. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с гипотенузой  $AB = 8\sqrt{58}$  известен  $\operatorname{tg} A = \frac{3}{7}$ . Найдите  $AC$ .
- 4.10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  даны длины катета  $AC = \sqrt{19}$  и гипотенузы  $AB = 10$ . Найдите  $\sin A$ .
- 4.11. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{7}{2}$ . Найдите  $AC$ , если  $BC = 2,8$ .
- 4.12. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. Найдите  $BC$ , если  $\sin A = \frac{3}{4}$ ,  $AC = 8\sqrt{7}$ .

## 5. Векторы и координаты.

- 5.1. Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки  $A(-6; 4)$  и  $B(4; 16)$ .
- 5.2. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  (см. рис. 326).

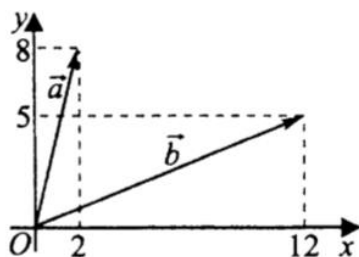


Рис. 326.

- 5.3. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(8; 6)$ ,  $B(3; 4)$  и  $D$  являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки  $D$  (см. рис. 327).

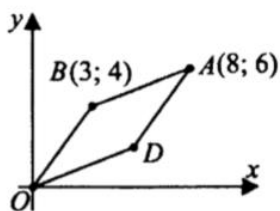


Рис. 327.

- 5.4. Стороны правильного треугольника  $MKP$  равны 12 (см. рис. 328).  
Найдите длину вектора  $\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MP}$ .

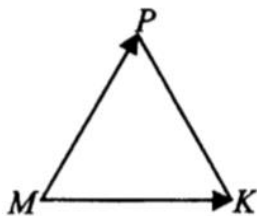
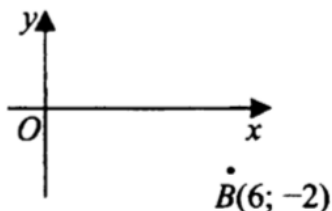


Рис. 328.

- 5.5. Найдите ординату точки, симметричной точке  $B(6; -2)$  относительно оси абсцисс (см. рис. 329).



- 5.6. Диагонали ромба  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  и равны 15 и 6 (см. рис. 330). Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AO}$  и  $\overrightarrow{BO}$ .

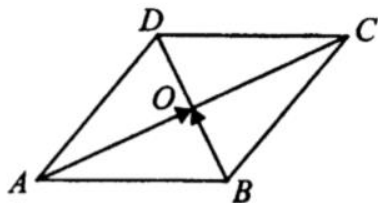


Рис. 330.

- 5.7. Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки  $A(6; 4)$  и  $B(14; -2)$ .

- 5.8. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 12 и 16 (см. рис. 331). Найдите длину разности векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .

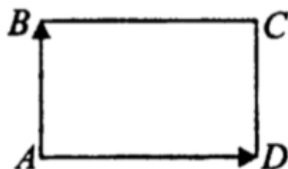


Рис. 331.