

8.1, 8.2, 8.3.1 классы (тех, ен, сэ)

2020-2021 уч.год

Примерный банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(АЛГЕБРА: учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 6

«Рациональные уравнения. Системы рациональных уравнений»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

Глава 2: §5 (пп 5.1. – 5.8), Глава 4: §9 (пп. 9.1 – 9.3)

### Рациональные уравнения

Понятие рационального уравнения.

Равносильные уравнения. Уравнение - следствие.

Биквадратное уравнение.

Распадающееся уравнение.

Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая равна нулю.

Решение задач при помощи рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).

Решение рационального уравнения при помощи замены неизвестного.

### Системы рациональных уравнений

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки.

Решение систем рациональных уравнений другими способами.

Решение задач при помощи систем рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).

*В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:*

- 1) определять рациональные уравнения, биквадратные уравнения, распадающиеся уравнения, уравнения-следствия, равносильные уравнения;
- 2) решать основные виды рациональных уравнений (биквадратные уравнения, распадающиеся, уравнения, одна часть которых алгебраическая дробь, а другая - нуль) разными способами и производить отбор корней уравнения;
- 3) понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций.
- 4) овладеть специальными приёмами решения уравнений и систем уравнений;
- 5) уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики.
- 6) решать системы уравнений с двумя переменными.
- 7) овладеть специальными приёмами решения систем уравнений.

### Примерные практические задания

Тема	Задания
Понятие рационального уравнения.	1. Является ли рациональным уравнение:
	а) $\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}$ д) $x^2 + 6x + 8 = 0$

**Уравнения —  
следствия\***

Параграф 5.  
п.5.1 стр. 95-95  
п. 5.8 стр 114

б)	$\sqrt{2x+1}=3$	е)	$\frac{x+5}{4}=\frac{x-9}{6}$
в)	$\frac{2x+3}{5}=5x$	ж)	$x-\sqrt{x}-2=0$
г)	$\frac{x+5}{4}=\frac{x-9}{6}$	з)	$\frac{x^2+6x+8}{x+2}=0;$

2.

Выберите уравнение, корнем которого является число  $-1$ .

- 1)  $\frac{3x+x^2}{x}=x+2$       2)  $x^3+2=x^2$   
 3)  $\frac{3+x}{x^2+1}=-1$       4)  $x^3-2=x^2$

3.

Выберите уравнение, корнем которого является число 1.

- 1)  $\frac{x^3+x}{2+x}=2-x$       2)  $\frac{(x^2+1)^2}{x^2+3}=1$   
 3)  $\frac{x+3}{x+1}=-2$       4)  $\frac{x^2+1}{x-1}=\frac{x+1}{2}$

4.

Равносильны ли уравнения:

- а)  $x+2=3$  и  $x+5=6$ ;      б)  $12x=7$  и  $1,2x=0,7$ ;  
 в)  $2x=4$  и  $24x-7=41$ ;      г)  $x-1=3$  и  $\frac{x^2-x}{5}=\frac{3x}{5}$ ;  
 д)  $\frac{x^2+x}{x-1}=0$  и  $\frac{x+1}{x-1}=0$ ;      е)  $\frac{x^2-1}{x-1}=0$  и  $x+1=0$ ;  
 ж)  $3x-1+5x=x-12$  и  $7x=-11$ ;  
 з)  $1\frac{1}{3}x^2-x+8=0$  и  $x^2-0,75x+6=0$ ?

5. Укажите степень каждого уравнения:

- $\frac{1}{2}x^3+4x^7-x^2+3=0$        $5-4x+3x^2=4$   
 $5x-7=0$        $2x+5x^2=5x^2-2x$   
 $7x^2-9x+4=0$        $x^4-5x^2+4=0$   
                                           $x^3+5x^2-6x=0$

6.

Укажите степень уравнения  $x^2(5x^3-2x^2)+8-5x^5+x^3=0$ .

- 1) 3      2) 5      3) 4



$$a) x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

$$б) y^4 - 6y^2 + 8 = 0$$

$$в) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$г) x^4 - 25x^2 + 144 = 0$$

$$д) 5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$$

$$е) t^4 - 2t^2 - 3 = 0$$

**Распадающиеся  
уравнения**

Параграф 5.  
п.5.3 стр. 99-101

12. Разложите на множители левую часть уравнения и решите уравнение:

$$а) 2x^2 - 3x = 0;$$

$$б) 7x^2 + 5x = 0;$$

$$в) x^3 - x = 0;$$

$$г) x^2 + x^3 = 0;$$

$$д) 1 - x^3 = 0;$$

$$е) 1 + x^3 = 0;$$

$$ж) x^3 - 8 = 0;$$

$$з) 125 - x^3 = 0;$$

$$и) x^4 - 1 = 0.$$

13. Решите уравнение:

$$а) (2x-4)(x-9)=0$$

$$б) (x+5)((4-6x)=0$$

$$в) (x^2 - 9)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$г) x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

14. Представьте левую часть уравнения в виде произведения многочленов и решите уравнение:

$$1) a^6 - 1 = 0;$$

$$2) 10x^2 - x^4 - 3x^3 = 0;$$

$$3) y^2 - 7y + 12 = 0;$$

$$4) c^3 + 2c - 3 = 0.$$

Уравнение, одна  
часть которого  
алгебраическая  
дробь, а другая —  
нуль.

Параграф 5.  
п.5.4 стр. 101-104

15.

а) Для каких пар чисел  $a$  и  $b$  верно равенство  $\frac{a}{b} = 0$ ?

б) Верно ли, что если числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $\frac{a}{b} = 0$ , то  $a = 0$ ?

в) Верно ли, что если число  $a = 0$ , то  $\frac{a}{b} = 0$  для любого числа  $b$ ?

г) Является ли корнем уравнения  $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$  число 1? число 5?

д) Является ли число 3 корнем уравнения  $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$ ?

16. При каком значении переменной равна нулю дробь:

$$1) \frac{x}{312};$$

$$1) \frac{x-7}{2x};$$

$$1) \frac{4x-8}{x+6};$$

$$2) \frac{6x+3}{x-5};$$

$$2) \frac{x^2-9}{x+3};$$

$$2) \frac{100-x^2}{x-10};$$

3)  $\frac{x^2 - 25}{(x-5)^2}$ ;

3)  $\frac{(x+4)^2}{x^2 - 4x}$ ;

3)  $\frac{18a+18}{13a-18}$ ;

4)  $\frac{4c^2 - 9}{2c+3}$ .

4)  $\frac{16c+4}{3c-15}$ .

4)  $\frac{4y^2 - 25}{2y-5}$ .

17.

Найдите корни уравнения  $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 0$ .

- 1) 1      2) 1 и
- $-\frac{1}{2}$
- 3)
- $-\frac{1}{2}$
- 4) другой ответ

18.

Найдите корни уравнения  $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + 5x - 6} = 0$ .

- 1) 1 и
- $-\frac{5}{2}$
- 2) 1      3)
- $-\frac{5}{2}$
- 4) другой ответ

19. Решите уравнение:

а)  $\frac{(x-1)^2(x+2)}{x-1} = 0$ ;

б)  $\frac{(x+7)^2(x-4)}{x-4} = 0$ .

в)  $\frac{4x^2 - 12x - 27}{x^2 - 3x - 10} = 0$ ;

**Решение  
рациональных  
уравнений***Параграф 5.  
п.5.5 стр. 104-107,  
п.5.7. стр. 111-113*

20.

При каком значении  $x$  значение дроби  $\frac{4x+6}{3x-2}$  равно 2?

- 1) 4      2) 5      3) 6      4) другой ответ

21.

При каком значении  $x$  дроби  $\frac{3}{3+4x}$  и  $\frac{4}{5x+3}$  равны?

- 1) -3      2) 3      3) 0,4      4) другой ответ

22. Решите уравнение:

1)  $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$ .      2)  $x - \frac{6}{x} = -1$ .

23. Решите уравнение:

а)  $\frac{x^2 + 2x}{x+4} = \frac{8}{x+4}$ ;

б)  $\frac{10}{x} = 7 - x;$

в)  $\frac{x + 3}{x} = \frac{2x + 10}{x - 3}.$

г)  $\frac{7}{x^2 + x + 12} - \frac{6}{x^2 + 2x - 8} = 0;$

д)  $\frac{1}{2a - 3} + \frac{1}{a - 1} = 2;$

е)  $\frac{1}{x - 1} + \frac{4}{x + 2} = \frac{3}{x};$

24. Решите уравнение:

а)  $\frac{1}{z + 1} + \frac{2}{z^2 - 1} = \frac{3}{z - 1}.$

б)  $\frac{2}{a} + \frac{10}{a^2 - 2a} = \frac{1 + 2a}{a - 2};$

г)  $\frac{3m}{m + 1} + \frac{2}{m} = \frac{2m + 5}{m^2 + m};$

25. Решите уравнение:

а)  $(x + 2)^2 = 2(x + 2) + 3;$

б)  $(x^2 + 3x - 25)^2 - 2(x^2 + 3x - 25) = -7;$

в)  $(x^4 + x^2 + 1)(x^4 + x^2 + 2) = 12;$

26. Решите уравнение:

а)  $\left(\frac{2x + 1}{x}\right)^2 - 2\left(\frac{2x + 1}{x}\right) = 3;$

б)  $\frac{x}{2x + 1} + \frac{2x + 1}{x} = 2;$

27. Решите уравнение:

а)  $x(x + 2)(x + 3)(x + 5) = 72;$

б)  $x(x + 2)(x + 4)(x + 6) = 105;$

28.

**Понятие системы рациональных уравнений**

**Определите степень уравнения:**

а)  $2x - 5y = 7;$

б)  $x + x^2 - xy - 5 = 0;$

в)  $xy = 4;$

г)  $x^2 - xy^2 - 7x = 0;$

д)  $xy^5 - x^3y + 3 = 0;$

е)  $x^6 - x^8 - x^{10} = 0.$

29.

Дано уравнение  $xy + x = 8$ .

а) Какова степень этого уравнения?

б) Выразите  $x$  через  $y$ . Для любого ли  $y$  можно найти  $x$ ?

в) Выразите  $y$  через  $x$ . Для любого ли  $x$  можно найти  $y$ ?

30.

Выберите систему уравнений, решением которой является пара чисел  $(1; -2)$ .

1)  $\begin{cases} x + 2y^2 = 9, \\ (x - 3)(1 - y) = 6 \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2x - y^2 = -2, \\ \frac{2}{x} - 4 = y \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x + 2y = -3, \\ x^2 + 2y = -y^2 \end{cases}$       4)  $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{1}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$

31.

При каком значении  $a$  система уравнений  $x - 2y = 2$  и  $x + y^2 = a$  имеет единственное решение?

1) 1      2) 2      3) 3      4) другой ответ

32.

Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 3x - y = 1 \end{cases} ?$$

1) ни одного      2) одно      3) два      4) другой ответ

33.

Является ли тройка чисел  $(1; 1; 1)$  решением системы уравнений:

а)  $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ xy + xz + yz = 3, \\ x^2 + x - y = 1; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 8, \\ xy - 3x^2 + z = -1, \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2, \\ x + y + z = 3, \\ xy + yz = 2? \end{cases}$

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки

34.

Известно, что  $x - y = 3$ , а  $x^2 + y^2 = 5$ . Вычислите  $xy$ .

35.

Решите систему уравнений  $\begin{cases} 4x - 2y = -6, \\ 6x + y = 11. \end{cases}$

Параграф 9.  
п.9.2 стр. 195-200

36.

Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2. \end{cases}$

37. Решить систему:

а)  $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + z = 3, \\ x + 9y + 4z = 5; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x + y = 5, \\ \frac{x-3}{y+4} + \frac{y-3}{x+4} = -\frac{1}{20}; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$  д)  $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$  е)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$

**Решение систем рациональных уравнений другими способами**

Параграф 9.  
п.9.3 стр. 201-203

38.

Известно, что  $x + y = 3$ , а  $xy = 1$ . Вычислите  $x^2 + xy + y^2$ .

39.

Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$

40. Решить систему уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + 12y = -68, \\ y^2 - 4x = 28; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{5}{3x-y} - \frac{2}{2x+y} = \frac{29}{21}, \\ \frac{2}{3x-y} + \frac{5}{2x+y} = \frac{29}{21}. \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 7, \\ \frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}; \end{cases}$  д)  $\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$  е)  $\begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = \frac{9}{4} \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{97}{9} \end{cases}$

ж)  $\begin{cases} 5(x+y) + 4xy = 32, \\ xy(x+y) = 12; \end{cases}$