

10.1.2, 10.2.1 классы (ен, сэ)

2020-2021 уч.год

Банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(учебник Никольский С.М., углублённый уровень)

Тема модуля № 5 «Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства»

(Глава II. §10, §11)

ТЕМА	Обучающийся научится:	Получит возможность:
<b>ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.</b>	<p>Определять функции <math>y = \sin x</math>, <math>y = \cos x</math>, <math>y = \operatorname{tg} x</math>, <math>y = \operatorname{ctg} x</math>, их свойства и графики, обратные тригонометрические функции: <math>y = \operatorname{arcsin} x</math>, <math>y = \operatorname{arccos} x</math>, <math>y = \operatorname{arctg} x</math>, <math>y = \operatorname{arctctg} x</math>, их свойства и графики. Строить графики изучаемых функций; определять их промежутки возрастания и убывания; сравнивать значения функций</p>	<p>Читать графики тригонометрических функций, свойства функций по графикам, использовать графики тригонометрических функций для решения и для отбора корней тригонометрических уравнений и неравенств.</p>
<b>ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА</b>	<p>Решать простейшие тригонометрические уравнения: определять, какие уравнения называют простейшими тригонометрическими, выбирать приемы решения тригонометрических уравнений. Узнавать уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Применять основные тригонометрические формулы, формулы сложения и другие формулы для решения уравнений. Применять приемы понижения кратности угла и понижения степени уравнения. Определять, какое уравнение называют тригонометрическим однородным, узнавать и решать однородные уравнения. Решать простейшие неравенства для синуса и косинуса, для тангенса и котангенса. Выбирать способы решения тригонометрических неравенств; однородных тригонометрических уравнений и неравенств; неравенств, сводящихся к простейшим заменой переменного. Вводить вспомогательный угол. Использовать замену неизвестного <math>t = \sin x + \cos x</math>.</p>	<p>Решать любые тригонометрические уравнения; применяя метод замены неизвестного, основные тригонометрические формулы для решения уравнений; отбирать корни тригонометрических уравнений согласно заданным условиям различными способами. Решать неравенства, опираясь на графики, на единичную окружность; использовать знания для построения простейших математических моделей; решать неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.</p>

**ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)**

ТЕМА	ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)
Тригонометрические функции	1. Сравните: а) $\sin \frac{\pi}{7}$ и $\sin \frac{3\pi}{7}$ ;      б) $\sin \left(-\frac{\pi}{8}\right)$ и $\sin \left(-\frac{3\pi}{8}\right)$ ; в) $\sin \frac{\pi}{15}$ и $\sin \left(-\frac{7\pi}{15}\right)$ ;      г) $\sin \frac{3\pi}{5}$ и $\sin \frac{4\pi}{5}$ ; д) $\sin \frac{7\pi}{12}$ и $\sin \frac{11\pi}{12}$ ;      е) $\sin \frac{8\pi}{9}$ и $\sin \frac{7\pi}{9}$ .
	2. Сравните: а) $\cos \frac{3\pi}{7}$ и $\cos \frac{2\pi}{7}$ ;      б) $\cos \left(-\frac{\pi}{7}\right)$ и $\cos \left(-\frac{2\pi}{7}\right)$ ; в) $\cos \frac{\pi}{8}$ и $\cos \frac{5\pi}{8}$ ;      г) $\cos \left(-\frac{5\pi}{7}\right)$ и $\cos \left(-\frac{3\pi}{7}\right)$ ; д) $\cos \frac{13\pi}{12}$ и $\cos \frac{23\pi}{12}$ ;      е) $\cos \frac{\pi}{9}$ и $\cos \frac{5\pi}{9}$ .
	3. Сравните: а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}$ и $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$ ;      б) $\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{7}\right)$ и $\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{8}\right)$ ; в) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{9}$ и $\operatorname{tg} \frac{8\pi}{9}$ ;      г) $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{10}$ и $\operatorname{tg} \frac{13\pi}{10}$ ; д) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{11}$ и $\operatorname{tg} \frac{13\pi}{12}$ ;      е) $\operatorname{tg} \frac{6\pi}{7}$ и $\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{5}\right)$ .
	4. Сравните: а) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}$ и $\operatorname{ctg} \frac{6\pi}{7}$ ;      б) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{7}\right)$ и $\operatorname{ctg} \left(-\frac{6\pi}{7}\right)$ ; в) $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{9}$ и $\operatorname{ctg} \frac{8\pi}{9}$ ;      г) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{10}$ и $\operatorname{ctg} \frac{13\pi}{10}$ ; д) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{11}$ и $\operatorname{ctg} \frac{13\pi}{12}$ ;      е) $\operatorname{ctg} \frac{6\pi}{7}$ и $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{5}\right)$ .
	5. <i>Расположите в порядке возрастания числа:</i> $\cos 1,5$ ; $\cos(-1,3)$ ; $\cos \frac{3\pi}{2}$ ; $\cos \frac{6\pi}{5}$ ; $\cos(-2)$ .
	6. Определите промежутки возрастания функции $y = \sin \frac{x}{2}$
	7. Определите промежутки возрастания функции $y = \cos 2x$
	8. Определите промежутки возрастания функции $y = \operatorname{tg} 3x$
	9. Определите промежутки возрастания функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$
	10. Определите промежутки возрастания функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
	11. <i>Найдите область определения и область значений функции:</i> а) $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ ; б) $y = \cos x + 2$ ; в) $y = -\operatorname{ctg} x$ .
	12. <i>Найдите наименьший положительный период каждой из функций:</i> а) $y = 5\operatorname{tg} \frac{x}{3} - 1$ ; б) $y = \cos x \sin 5x - \sin x \cos 5x$ ; в) $y = 2\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 - 1$ .
	13. Определите главный период функции $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$ .

	<p>14. Определите главный период функции  <math>f(x) = \sin 4x \cos 3x - \sin 3x \cos 4x</math>.</p>																				
	<p>15. Постройте график функции:  а) <math>y =  \sin x </math>; б) <math>y = \sin(\pi - x)</math>; в) <math>y = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}</math>;  г) <math>y = \sin  x </math>; д) <math>y =  \sin x - 0,5 </math>; е) <math>y = \sin x - 1</math>.</p>																				
	<p>16. Постройте график функции:  а) <math>y =  \cos x </math>; б) <math>y = \cos(\pi - x)</math>; в) <math>y = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}</math>;  г) <math>y = \cos  x </math>; д) <math>y = \cos x + 1</math>; е) <math>y =  \cos x + 0,5 </math>.</p>																				
	<p>17. Постройте график функции:  а) <math>y =  \operatorname{tg} x </math>; б) <math>y = \operatorname{tg}  x </math>; в) <math>y = \operatorname{tg}(\pi - x)</math>;  г) <math>y = \operatorname{tg} x - 1</math>; д) <math>y =  \operatorname{tg} x - 1 </math>; е) <math>y = \operatorname{tg} x \cos x</math>.</p>																				
	<p>18. Постройте график функции:  а) <math>y =  \operatorname{ctg} x </math>; б) <math>y = \operatorname{ctg}  x </math>; в) <math>y = \operatorname{ctg} x \sin x</math>;  г) <math>y = \operatorname{ctg}(\pi - x)</math>; д) <math>y = \operatorname{ctg} x + 1</math>; е) <math>y =  \operatorname{ctg} x + 1 </math>.</p>																				
Обратные тригонометрические функции	<p>19. Вычислите значения аркфункций  а) <math>\arcsin 1</math>; б) <math>\arcsin \frac{1}{2}</math>; в) <math>\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)</math>;  г) <math>\arccos(-1)</math>; д) <math>\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}</math>; е) <math>\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)</math>;  ж) <math>\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)</math>; з) <math>\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})</math>.</p>																				
	<p>20. Вычислите значение выражений</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td>1. <math>\arcsin 0</math></td> <td>12. <math>\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1</math></td> </tr> <tr> <td>2. <math>\arccos 1</math></td> <td>13. <math>\cos(\arccos 1)</math></td> </tr> <tr> <td>3. <math>\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> <td>14. <math>\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)</math></td> </tr> <tr> <td>4. <math>\arccos 3</math></td> <td>15. <math>\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)</math></td> </tr> <tr> <td>5. <math>\arcsin(-1)</math></td> <td>16. <math>\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)</math></td> </tr> <tr> <td>6. <math>\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)</math></td> <td>17. <math>\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)</math></td> </tr> <tr> <td>7. <math>\operatorname{arctg} 0</math></td> <td>18. <math>\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)\right)</math></td> </tr> <tr> <td>8. <math>\operatorname{arctg} 1</math></td> <td>19. <math>\sin(\operatorname{arctg}(-2))</math></td> </tr> <tr> <td>9. <math>\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10. <math>\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	1. $\arcsin 0$	12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$	2. $\arccos 1$	13. $\cos(\arccos 1)$	3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$	14. $\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	4. $\arccos 3$	15. $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$	5. $\arcsin(-1)$	16. $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$	6. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	17. $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$	7. $\operatorname{arctg} 0$	18. $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$	8. $\operatorname{arctg} 1$	19. $\sin(\operatorname{arctg}(-2))$	9. $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$		10. $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	
	1. $\arcsin 0$	12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$																			
	2. $\arccos 1$	13. $\cos(\arccos 1)$																			
3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$	14. $\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$																				
4. $\arccos 3$	15. $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$																				
5. $\arcsin(-1)$	16. $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$																				
6. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	17. $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$																				
7. $\operatorname{arctg} 0$	18. $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$																				
8. $\operatorname{arctg} 1$	19. $\sin(\operatorname{arctg}(-2))$																				
9. $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$																					
10. $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$																					
<p>21. Найдите значение выражения:  а) <math>\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}</math>; б) <math>\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg}(-1)</math>;  в) <math>\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})</math>.</p>																					
<p>22. Вычислите:  а) <math>2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}</math>;  б) <math>3 \arcsin \frac{1}{2} + 4 \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})</math>;  в) <math>\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin 1</math>;</p>																					

	$г) \arcsin(-1) - \frac{3}{2} \arccos \frac{1}{2} + 3 \operatorname{arctg} \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \right).$														
	<p>23. Упростите:</p> <p>а) <math>\sin \left( \arccos \frac{4}{5} \right)</math> б) <math>\cos \left( \arcsin \left( -\frac{4}{5} \right) \right)</math> в) <math>\operatorname{tg} \left( \operatorname{arctg} \frac{12}{13} \right)</math></p> <p>г) <math>\operatorname{ctg} \left( \operatorname{arctg} \left( -\frac{15}{14} \right) \right)</math> д) <math>\sin \left( \operatorname{arctg} \left( -\frac{4}{3} \right) \right)</math> е) <math>\cos \left( \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \right).</math></p>														
Тригонометрические уравнения	<p>24. Решите простейшие тригонометрические уравнения:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">1. <math>\sin t = 0</math></td> <td style="width: 50%;">8. <math>\cos t = 2</math></td> </tr> <tr> <td>2. <math>\operatorname{tg} t = 1</math></td> <td>9. <math>\operatorname{ctg} t - \sqrt{3} = 0</math></td> </tr> <tr> <td>3. <math>\cos t = 1</math></td> <td>10. <math>2 \sin t + 5 = 0</math></td> </tr> <tr> <td>4. <math>\sin t = -1</math></td> <td>11. <math>2 \cos t = \sqrt{2}</math></td> </tr> <tr> <td>5. <math>\operatorname{ctg} t = 0</math></td> <td>12. <math>2 \sin t + 1 = 0</math></td> </tr> <tr> <td>6. <math>\sin(-t) = 1</math></td> <td>13. <math>\cos \left( 2t + \frac{\pi}{4} \right) = 0</math></td> </tr> <tr> <td>7. <math>\cos(-t) = -1</math></td> <td></td> </tr> </table>	1. $\sin t = 0$	8. $\cos t = 2$	2. $\operatorname{tg} t = 1$	9. $\operatorname{ctg} t - \sqrt{3} = 0$	3. $\cos t = 1$	10. $2 \sin t + 5 = 0$	4. $\sin t = -1$	11. $2 \cos t = \sqrt{2}$	5. $\operatorname{ctg} t = 0$	12. $2 \sin t + 1 = 0$	6. $\sin(-t) = 1$	13. $\cos \left( 2t + \frac{\pi}{4} \right) = 0$	7. $\cos(-t) = -1$	
	1. $\sin t = 0$	8. $\cos t = 2$													
	2. $\operatorname{tg} t = 1$	9. $\operatorname{ctg} t - \sqrt{3} = 0$													
	3. $\cos t = 1$	10. $2 \sin t + 5 = 0$													
	4. $\sin t = -1$	11. $2 \cos t = \sqrt{2}$													
	5. $\operatorname{ctg} t = 0$	12. $2 \sin t + 1 = 0$													
	6. $\sin(-t) = 1$	13. $\cos \left( 2t + \frac{\pi}{4} \right) = 0$													
	7. $\cos(-t) = -1$														
	<p>25. Решите уравнение (1—4).</p> <p>1. а) <math>\sin x = -1</math>; б) <math>\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}</math>; в) <math>\sin x = -\frac{1}{2}</math>; г) <math>\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>.</p> <p>2. а) <math>\operatorname{tg} x = 1</math>; б) <math>\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}</math>; в) <math>\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}</math>.</p> <p>3. а) <math>\sin x = -\frac{1}{7}</math>; б) <math>\cos x = \frac{1}{8}</math>; в) <math>\operatorname{tg} x = -\frac{1}{2}</math>; г) <math>\cos x = -\frac{\pi}{2}</math>.</p> <p>4. <math>2\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \sin x \cos x - \cos x - 2 = 0.</math></p>														
	<p>26. а) <math>\sin \left( -\frac{x}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}</math>; б) <math>\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}</math>;</p> <p>в) <math>\cos(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>; г) <math>\operatorname{ctg} \left( -\frac{x}{2} \right) = 1.</math></p>														
<p>27. а) <math>2 \cos \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}</math>; б) <math>2 \sin \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}</math>;</p> <p>в) <math>\sqrt{3} \operatorname{tg} \left( \frac{x}{3} + \frac{\pi}{3} \right) = 3</math>; г) <math>\sin \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) + 1 = 0.</math></p>															
<p>28. а) <math>\cos \left( \frac{\pi}{6} - 2x \right) = -1</math>; б) <math>2 \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{x}{4} \right) = \sqrt{3}</math>;</p> <p>в) <math>\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) = -1</math>; г) <math>2 \cos \left( \frac{\pi}{4} - 3x \right) = \sqrt{2}.</math></p>															
<p>29. В7 Найдите корень уравнения <math>\cos x = \frac{1}{2}</math> (в градусах). В ответе запишите корень принадлежащий промежутку <math>(270^\circ; 360^\circ)</math>.</p>															
<p>30. В7 Найдите корень уравнения <math>\sin x = -\frac{1}{2}</math> (в градусах). В ответе запишите корень принадлежащий промежутку <math>(180^\circ; 270^\circ)</math>.</p>															
<p>31. Найдите корень уравнения: <math>\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}</math>.</p> <p>В ответе запишите наибольший отрицательный корень.</p>															
<p>32. В5 Найдите корень уравнения <math>\sin \frac{\pi(2x+5)}{6} = 0,5</math>. В ответе напишите наименьший положительный корень.</p>															

33. **B7** Найдите корень уравнения  $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x-1)}{3} = \sqrt{3}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.
34. *Решите уравнение:*  
 а)  $2 \sin \left( 3x - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$ ; б)  $-2 \cos \left( \frac{\pi}{3} - 2x \right) = 1$ ;  
 в)  $\sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x = -1$ ; г)  $\operatorname{tg} \left( \frac{3\pi}{4} - 4x \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ .
35. а)  $\sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  
 б)  $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = 1$ ;  
 в)  $\sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4}$ ;  
 г)  $\sin \frac{x}{3} \cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{x}{3} \sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
36. Решите уравнения:  
 а)  $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ ; б)  $3 \cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ .  
 а)  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$ ;  
 б)  $\sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ .  
 а)  $\sin x = -0,6$ ; б)  $\cos x = \frac{2}{3}$ ; в)  $\operatorname{tg} x = -4$ .
37. Решите уравнения:  
 а)  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ ; б)  $3 \sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$ .  
 а)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$ ;  
 б)  $\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ .  
 а)  $\cos x = -0,7$ ; б)  $\sin x = \frac{1}{4}$ ; в)  $\operatorname{tg} x = 5$ .
38. Решите уравнение (1—5).  
 1.  $\cos \left( 3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      2.  $\sin^2 x - 5 \sin x - 6 = 0$ .  
 3.  $3 \cos^2 \pi x + 4 \cos \pi x - 7 = 0$ .      4.  $\operatorname{tg} x + \frac{4}{3 \operatorname{tg} x + 2} + 5 = 0$ .  
 5.  $\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x - 9 \operatorname{ctg} x - 9 = 0$ .
39. Решите уравнение (1—5).  
 1.  $2 \sin^2 \pi x - \cos \pi x - 1 = 0$ .      2.  $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos 2x = 0,5$ .  
 3.  $\cos 2x + 3 \cos x - 1 = 0$ .      4.  $\cos(1,5\pi + 2x) - \cos x = 0$ .  
 5.  $\cos \left( 4x - \frac{\pi}{4} \right) \cos x + \sin \left( 4x - \frac{\pi}{4} \right) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
40. Решите уравнение (1—4).  
 1.  $2 \sin x - 3 \cos x = 0$ .  
 2.  $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 0$ .  
 3.  $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ .  
 4.  $2 \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = -1$ .
41. Решить однородные тригонометрические уравнения:  
 а)  $3 \sin^2 x + \sin x \cos x = 2 \cos^2 x$ ;  
 б)  $2 \cos^2 x - 3 \sin x \cos x + \sin^2 x = 0$ ;  
 в)  $9 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 2 \sin^2 x$ ;  
 г)  $2 \sin^2 x - \sin x \cos x = \cos^2 x$ .

Тригонометрические неравенства	42. Решите неравенства: а) $\sin x > -\frac{1}{2}$ ; б) $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; в) $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$ .
	43. а) $2 \cos x - 1 \geq 0$ ; б) $2 \sin x + \sqrt{2} \geq 0$ ; в) $2 \cos x - \sqrt{3} \leq 0$ ; г) $3 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} \geq 0$ .
	44. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б) $\cos\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) \geq -\frac{1}{2}$ .
	45. $\sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) \geq \frac{1}{2}$ ; б) $\cos\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
	46. а) $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) < 1$ ; б) $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) < 1$ ; в) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \geq 1$ ; г) $2 \cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}$ .
	47. а) $\operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}$ ; б) $\sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) > 1$ ; в) $\operatorname{ctg} 3x \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; г) $3 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right) > -\sqrt{3}$ .
	48. $2 \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x > 2$ .
	49. $4 \cos^2 x - (2\sqrt{2} - 2) \sin x > 4 - \sqrt{2}$ .
50. а) $\sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} \leq \frac{1}{2}$ ; б) $\sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos \frac{\pi}{4} \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$	

## ЧАСТЬ 2.

Тригонометрические уравнения с отбором корней	51. а) Решите уравнение: $\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$ б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; 2\pi\right]$ .
	52. а) Решите уравнение $4\sqrt{3} \cos x - 4 \sin x = 2\sqrt{3} \cos^2 x - \sin 2x$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .
	53. а) Решите уравнение $\cos 2x + 3\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 5 = 0$ . б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .
	54. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{121}\right)^{\cos x} = 11^{2 \sin 2x}$ . б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .
	55. а) Решите уравнение $\sin^2 x + \sin 2x = 1$ ; б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .