

9.5 класс (гуманитарный профиль)

Учебник: Геометрия (Атанасян Л.С.)

2020-2021 гг.

Тема модуля: «Длина окружности и площадь круга. Движения.»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

Длина окружности и площадь круга (Гл.12 §§1-2)

1. Понятие правильного многоугольника.
2. Теоремы об окружностях вписанных в правильный многоугольник.
3. Теоремы об окружностях описанных около правильного многоугольника.
4. Формулы, связывающие площадь правильного многоугольника, его сторону и радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.
5. Формула длины окружности и длины дуги окружности.
6. Формулы площади круга и кругового сектора.

Движения (Гл.13 §§1-2)

1. Понятие отображения плоскости на себя.
2. Понятие движения.
3. Теоремы и следствия из них представляющие собой свойства движений.
4. Виды движений: центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, параллельный перенос.

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. вычислять значения геометрических величин: длин отрезков (в том числе, сторон правильных многоугольников и радиусов окружностей, вписанных в эти многоугольники и описанных около них); длин окружностей и дуг; площадей правильных многоугольников, кругов и круговых секторов; углов;
2. решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и соотношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический аппарат, а также идеи движения: симметрии, поворота, параллельного переноса;
3. проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования.

Умения, характеризующие достижение этого результата:

1. распознавать правильный многоугольник;
2. применять формулу для вычисления углов правильного n -угольника, как внутренних так и внешних и определять количество сторон правильного многоугольника в зависимости от величины его внутреннего угла;

3. находить сторону правильного многоугольника, вписанного в окружность, используя соотношения между стороной многоугольника и радиусом данной окружности;
4. находить площадь правильного многоугольника, используя радиус вписанной в него окружности;
5. находить радиус вписанной в правильный многоугольник окружности; знать и использовать связь радиусов вписанной в правильный многоугольник окружности и окружности описанной около него;
6. находить длины окружностей, в том числе описанных около треугольников и правильных многоугольников;
7. находить длину дуги окружности и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
8. находить площадь круга и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
9. находить площадь кругового сектора и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
10. понимать понятие движения;
11. оперировать понятием осевой симметрии и использовать его при решении несложных задач;
12. оперировать понятием центральной симметрии и использовать его при решении несложных задач;
13. оперировать понятием параллельного переноса и использовать его при решении несложных задач;
14. оперировать понятием поворота и использовать его при решении несложных задач.

Примерные практические задания.

1. Распознавать правильный многоугольник.

1.1.

Четырехугольник является правильным, если:

- а) все его углы равны между собой;
- б) все его стороны равны между собой;
- в) все его углы равны между собой и все его стороны равны между собой.

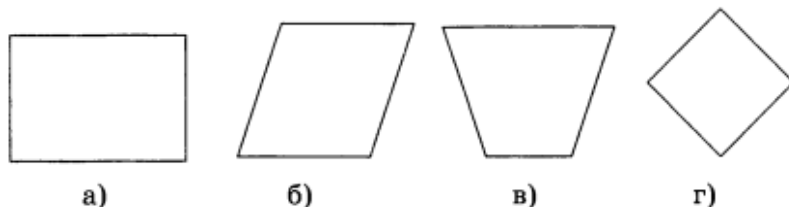
1.2.

Если в четырехугольнике все стороны равны, то он:

- а) всегда является правильным;
- б) может быть правильным;
- в) никогда не является правильным.

1.3.

Правильный многоугольник изображен на рисунке под буквой



2. Применять формулу для вычисления углов правильного n-угольника, как внутренних так и внешних и определять количество сторон правильного многоугольника в зависимости от величины его внутреннего угла.

2.1.

Формула, по которой находится внутренний угол правильного многоугольника, находится под буквой:

а) $\alpha_n = \frac{n-4}{n} \cdot 180^\circ$,

б) $\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 360^\circ$,

в) $\alpha_n = \frac{n}{n-2} \cdot 180^\circ$,

г) $\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$.

2.2.

Каждый угол правильного десятиугольника равен:

а) 140° ; б) 135° ; в) 144° .

2.3.

Найдите углы правильного n-угольника, если: а) $n=3$; б) $n=6$; в) $n=10$; г) $n=18$

2.4.

Внешний угол правильного двенадцатиугольника равен:

а) 36° ; б) 30° ; в) 45° .

2.5.

Внутренний угол правильного многоугольника равен 108° . Тогда число сторон данного многоугольника будет равно:

- а) 6,
- б) 7,
- в) 5,
- г) 4.

2.6. ABCDE... - правильный восемнадцатиугольник с центром O. Найдите угол BOE.

2.7.

Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен:

а) 60° ; б) 90° ; в) 135° .

2.8.

Число сторон правильного многоугольника, у которого внутренний угол в 5 раз больше внешнего, равно

1) 10

2) 11

3) 12

4) 13

2.9.

Около правильного многоугольника описана окружность, радиус которой 12 см. Сторона многоугольника удалена от его центра на 6 см.

Число сторон этого многоугольника равно _____.

3. Находить сторону правильного многоугольника, вписанного в окружность, используя соотношения между стороной многоугольника и радиусом данной окружности.

3.1.

Сторона правильного треугольника, вписанного в окружность с радиусом R , равна:

а) $R\sqrt{2}$;

б) $R\sqrt{3}$;

в) R .

3.2.

Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $15\sqrt{3}$.

3.3.

Верное соотношение между радиусом описанной около правильного шестиугольника окружности и стороной данного шестиугольника будет:

а) $R = a$,

б) $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

в) $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$,

г) $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

3.4. Найдите сторону правильного многоугольника, если радиус окружности, описанной около него, равен 8, а радиус вписанной окружности равен $4\sqrt{3}$.

3.5.

В окружность радиусом $2\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. Периметр этого треугольника равен

1) $6\sqrt{3}$ см

2) 6 см

3) $18\sqrt{3}$ см

4) 18 см

3.6. Около окружности описаны квадрат и правильный шестиугольник. Найдите периметр квадрата, если периметр шестиугольника равен 48 см.

3.7. Правильный шестиугольник вписан в окружность. Его периметр равен $12\sqrt{3}$. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в ту же окружность.

3.8. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 40. Найдите высоту этого треугольника.

3.9. Точка O – центр правильного десятиугольника, AB -его сторона, M -точка касания этой стороны с вписанной окружностью. Найдите угол AOM .

4. Находить площадь правильного многоугольника, используя радиус вписанной в него окружности.

4.1. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

4.2.

Радиус вписанной в правильный шестиугольник окружности равен 4 см. Тогда площадь данного шестиугольника будет равна _____

4.3.

Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 1. Найдите площадь треугольника.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	4	6	Нельзя определить

5. Находить радиус вписанной в правильный многоугольник окружности; знать и использовать связь радиусов вписанной в правильный многоугольник окружности и окружности описанной около него;

5.1.

Формула, по которой можно найти радиус вписанной в правильный многоугольник окружности, имеет вид:

$$\text{а) } r = R \sin \frac{180^\circ}{n}, \quad \text{в) } r = R \cos \frac{180^\circ}{n},$$

$$\text{б) } r = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}, \quad \text{г) } r = R \cos \frac{360^\circ}{n}.$$

5.2. Сторона правильного треугольника равна $36\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

5.3.

Отношение радиуса вписанной к радиусу описанной около квадрата окружности равно:

- а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 2; в) $\sqrt{2}$.

5.4.

Отношение радиуса описанной к радиусу вписанной в правильный шестиугольник окружности равно:

- а) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Находить длины окружностей, в том числе описанных около треугольников и правильных многоугольников.

6.1. Вычислите с точностью до целых длину окружности радиуса 4,0.

6.2. Найдите радиус окружности, если длина окружности равна 16π.

6.3.

Длина окружности больше диаметра в ...

- а) 2π раз; б) π раз; в) 2 раза.

6.4.

В окружность длиной 8π см вписан правильный четырехугольник. Тогда диагональ данного четырехугольника будет равна:

- а) 8 см,
б) 4 см,
в) 16 см,
г) $4\sqrt{2}$ см.

6.5.

Если радиус окружности уменьшить на 3 см, то длина окружности:

- а) увеличится в 3 раза,
б) уменьшится в 3 раза,
в) уменьшится на 6π см,
г) уменьшится на 3π см.

6.6.

Если длину окружности уменьшить в 8 раз, то диаметр окружности:

- а) уменьшится в 4 раза,
- б) уменьшится в 8 раз,
- в) увеличится в 8 раз,
- г) не изменится.

6.7.

Если длину окружности уменьшить в 8 раз, то диаметр окружности:

- а) уменьшится в 4 раза,
- б) уменьшится в 8 раз,
- в) увеличится в 8 раз,
- г) не изменится.

6.8. Как изменится длина окружности, если радиус окружности:

- а) увеличить в три раза;
- б) уменьшить в два раза;
- в) увеличить в k раз;
- г) уменьшить в k раз.

6.9.

Если радиус окружности увеличить на 2 см, то длина окружности:

- а) увеличится в 2 раза,
- б) уменьшится в 2 раза,
- в) увеличится на 4π см,
- г) увеличится на 2π см.

6.10. Как изменится радиус окружности, если длину окружности:

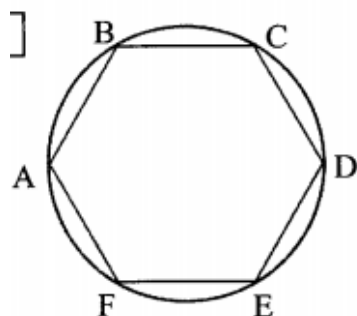
- а) увеличить в k раз;
- б) уменьшить в k раз.

6.11. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 9. Найдите длину окружности, описанной около этого треугольника.

6.12.

Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной $\sqrt{3}$.

6.13.



Длина окружности, описанной около правильного шестиугольника ABCDEF, равна 12π см (см. рис.).
Площадь четырехугольника ABCD равна

1) 54 см^2

2) $54\sqrt{3} \text{ см}^2$

3) 27 см^2

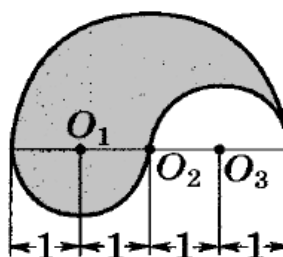
4) $27\sqrt{3} \text{ см}^2$

6.14.

Длины двух концентрических окружностей отличаются на 4π м. Найдите ширину образованного ими кольца.

6.15.

Найдите длину границы закрашенной фигуры, используя данные рисунка.



1. 6π . 2. 2π . 3. 4π . 4. 3π .

7. Находить длину дуги окружности и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.

7.1.

Длина дуги окружности вычисляется по формуле:

а) $l = \frac{\pi R \alpha}{180}$;

б) $l = \frac{\pi R \alpha}{360}$;

в) $l = \frac{\pi R^2 \alpha}{180}$.

7.2.

Длина дуги окружности с радиусом 12 см и градусной мерой 100° равна:

а) $\frac{20\pi}{3}$ см;

б) $\frac{10\pi}{3}$ см;

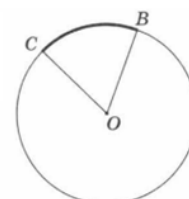
в) $\frac{\pi}{15}$ см.

7.3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если ее градусная мера равна:

а) 30° ; б) 60° ; в) 90°

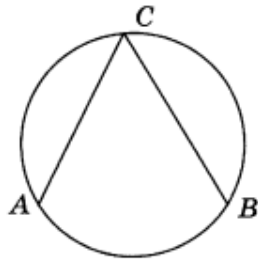
7.4.

Найдите радиус окружности, если длина дуги BC, выделенной на рисунке, равна 4π , а центральный угол BOC равен 40° .



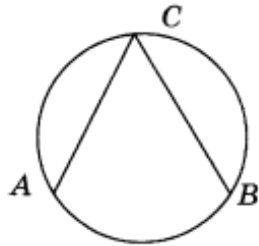
7.5.

На рисунке длина дуги AB равна 4π см, а $\angle ACB = 60^\circ$.
Тогда радиус окружности равен _____



7.6.

На рисунке радиус окружности равен 6 см, а $\angle ACB = 60^\circ$. Тогда длина дуги AB будет равна _____



7.7.

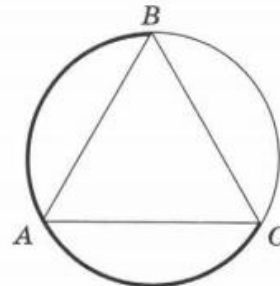
Длина дуги окружности радиуса $2\sqrt{3}$ см равна $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$ см.

Длина хорды, стягивающей данную дугу, равна

- 1) 3 см 2) 4 см 3) 5 см 4) 6 см

7.8.

Правильный треугольник ABC вписан в окружность. Найдите длину дуги BAC , если длина окружности равна 18.



7.9.

Хорда окружности имеет длину $10\sqrt{2}$ см и стягивает дугу в 90° . Длина дуги равна

- 1) 5π см 2) 10π см 3) 15 см 4) 20 см

8. Находить площадь круга и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.

8.1.

Радиус круга равен 4 см. Тогда площадь этого круга равна:

- а) $4\pi \text{ см}^2$,
- б) $8\pi \text{ см}^2$,
- в) $16\pi \text{ см}^2$,
- г) $64\pi \text{ см}^2$.

8.2.

Найдите площадь круга, если длина соответствующей окружности равна 8.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{16}{\pi}$	16	64π	16π	$\frac{4}{\pi}$

8.3.

Если площадь круга увеличить в 9 раз, то радиус круга увеличится:

- а) в 9 раз,
- б) в 3 раза,
- в) в 18 раз,
- г) в 81 раз.

8.4. Как изменится площадь круга, если его радиус:

- а) увеличить в k раз;
- б) уменьшить в k раз.

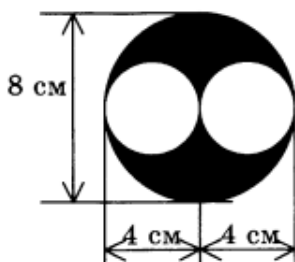
8.5.

Если диаметр круга уменьшить в 4 раза, то площадь круга:

- а) уменьшится в 4 раза,
- б) уменьшится в 16 раз,
- в) увеличится в 4 раза,
- г) уменьшится в 8 раз.

8.6.

Площадь фигуры, заштрихованной на рисунке, будет равна _____



8.7.

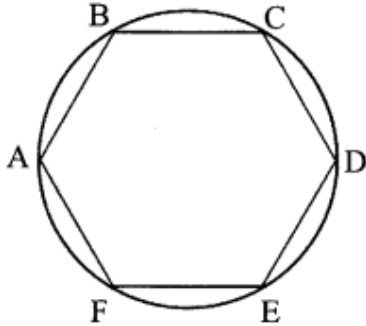
Найдите площадь круга, вписанного в квадрат площади 20.

8.8. Длина окружности цирковой арены равна 41 м. Найдите диаметр и площадь арены.

8.9.

Найдите длину окружности, если площадь соответствующей ей круга равна $16/\pi$.

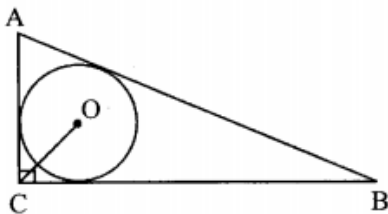
8.10.



Площадь круга, описанного около правильного шестиугольника ABCDEF, равна $36\pi \text{ см}^2$ (см. рис.).
Площадь треугольника ABD равна

- 1) $36\sqrt{3} \text{ см}^2$ 2) $18\sqrt{3} \text{ см}^2$ 3) 36 см^2 4) 18 см^2

8.11.



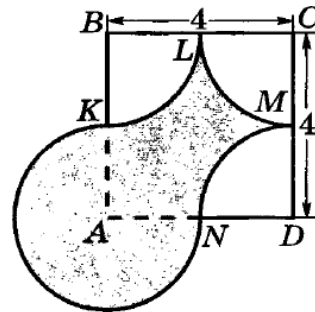
В прямоугольный треугольник ABC, где $\angle C = 90^\circ$, вписан круг с центром O (см. рис.).

Если $CO = 8\sqrt{2} \text{ см}$, то площадь круга равна

- 1) $8\pi \text{ см}^2$ 2) $64\pi \text{ см}^2$ 3) $128\pi \text{ см}^2$ 4) $16\pi \text{ см}^2$

8.12.

По данным рисунка найдите площадь закрашенной фигуры (KL, LM, MN и KN — дуги окружностей с центрами в вершинах B, C, D и A квадрата ABCD).



9. Находить площадь кругового сектора и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.

9.1.

Площадь кругового сектора вычисляется по формуле:

а) $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{180}$; б) $S = \frac{\pi R \alpha}{180}$; в) $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$.

9.2.

Из круга, радиус которого равен 30 см, вырезан сектор. Дуга сектора равна 60° . Чему равна площадь оставшейся части круга?

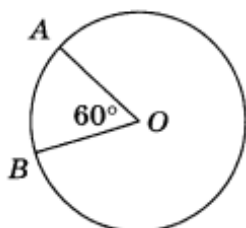
- а) $150\pi \text{ см}^2$; б) $750\pi \text{ см}^2$; в) $900\pi \text{ см}^2$.

9.3. Из круга, радиус которого 10 см, вырезан сектор с дугой в 60° . Найдите площадь оставшейся части круга.

9.4.

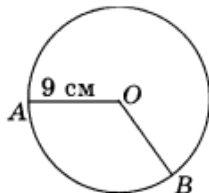
На рисунке площадь кругового сектора AOB равна $6\pi \text{ см}^2$.

$\angle AOB = 60^\circ$. Тогда радиус круга будет равен _____



9.5.

На рисунке центральный угол AOB равен 120° . Тогда площадь кругового сектора будет равна _____



9.6.

Площадь кругового сектора радиуса 6 см равна $9\pi \text{ см}^2$.

Тогда длина хорды, стягивающей дугу этого сектора, будет равна _____

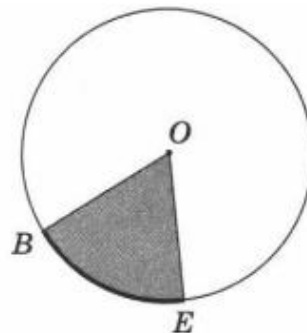
9.7.

Площадь кругового сектора радиуса 6 см равна $9\pi \text{ см}^2$. Длина дуги этого сектора равна

- 1) $5\pi \text{ см}$ 2) $4\pi \text{ см}$ 3) $3\pi \text{ см}$ 4) $2\pi \text{ см}$

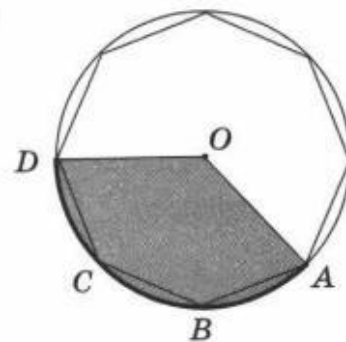
9.8.

Найдите радиус окружности, если площадь сектора OBE , выделенного на рисунке, равна 4π , а центральный угол BOE равен 40° .



9.9.

Правильный восьмиугольник $ABCD\dots$ вписан в круг с центром O и радиусом 4. Найдите площадь сектора OAD , выделенного на рисунке.



10. Понимать понятие движения.

10.1.

При некотором движении g точка A перешла в точку A_1 , точка B — в точку B_1 . Известно, что $AB = 10$. Найдите A_1B_1 .

Варианты ответов

1	2	3
10	20	Невозможно определить

10.2.

При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $A(x; y)$ отображается на точку $A_1(x - 1; 2y)$. Найдите координаты точки, в которую при этом отображении переходит точка $V(3; -6)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$(12; -3)$	$(4; -6)$	$(2; -12)$	$(-2; 12)$	Невозможно определить

10.3.

Прямые a и b пересекаются под углом α . При некотором движении a переходит в a_1 , b переходит в b_1 .

Угол между прямыми a_1 и b_1 равен

1) 0°

2) 180°

3) α

4) $\alpha + 180^\circ$

11. Оперировать понятием осевой симметрии и использовать его при решении несложных задач.

11.1.

Дана осевая симметрия с осью s и точки A и B , не лежащие на оси симметрии. Известно, что при симметрии относительно s точка A перешла в точку A_1 , точка B — в точку B_1 . Выберите верное утверждение.

а) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются.

б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.

в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.

г) Отрезки AB и A_1B_1 равны.

д) Прямые AB_1 и A_1B не пересекаются.

11.2.

При осевой симметрии относительно прямой f точка $A(8; -7)$ перешла в точку $A_1(2; 11)$. Найдите координаты точки пересечения прямых AA_1 и f .

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(3; 4)	(5; 2)	(3; -9)	(2; -4)	(5; -4)

11.3.

У ромба осей симметрии

- 1) 1 2) 2 3) нет 4) 4

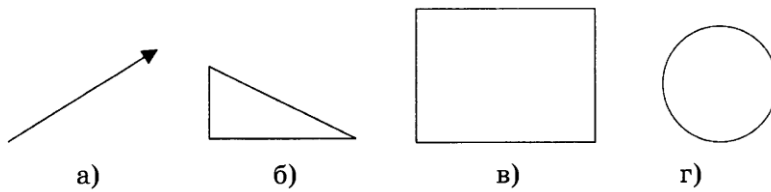
11.4.

Треугольник имеет три оси симметрии. Определите вид треугольника.

1. Разносторонний; 3. равнобедренный;
2. равносторонний; 4. такой треугольник не существует.

11.5.

Не имеет оси симметрии фигура, изображенная на рисунке под буквой:

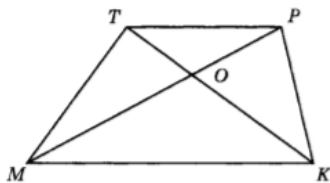


11.6.

Дан прямоугольный равнобедренный треугольник ABC . При симметрии данного треугольника относительно прямой, содержащей его гипотенузу AB , вершина C треугольника перешла в точку C_1 . Найдите длину отрезка CC_1 , если катет треугольника равен 12 см.

11.7.

Постройте фигуру, симметричную трапеции $MKPT$ относительно прямой MK .



12. Оперировать понятием центральной симметрии и использовать его при решении несложных задач.

12.1.

Центр симметрии имеет

- 1) правильный треугольник
2) параллелограмм
3) равнобедренная трапеция
4) правильный семиугольник

12.2.

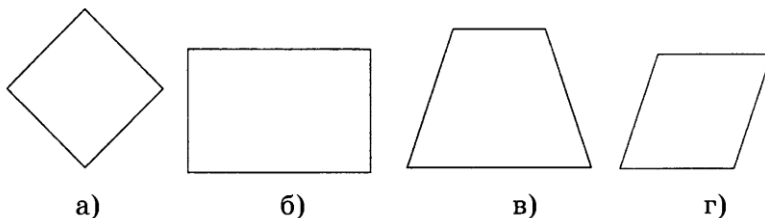
На координатной плоскости задана центральная симметрия с центром в начале — точке O и точка $A(2; 3)$, которая перешла в точку A_1 . Найдите координаты точки A_1 .

Варианты ответов

1	2	3	4
$x = -3;$ $y = 2$	$x = 3;$ $y = -2$	$x = -3;$ $y = -2$	$x = -2;$ $y = -3$

12.3.

Не обладает центром симметрии четырехугольник, изображенный на рисунке под буквой:



12.4.

При центральной симметрии, прямая, не проходящая через центр симметрии, будет отображаться на:

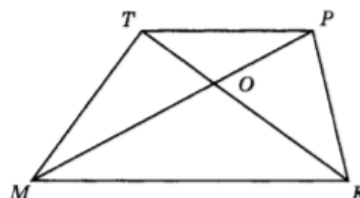
- а) параллельную ей прямую,
- б) перпендикулярную ей прямую,
- в) себя,
- г) отрезок.

12.5.

Точка A имеет координаты: $x = 3; y = -4$. Тогда точка B , симметричная точке A относительно начала координат, будет иметь координаты _____

12.6.

Точка O — точка пересечения диагоналей трапеции $MKPT$. Постройте фигуру, симметричную трапеции $MKPT$ относительно точки O .



13. Оперировать понятием параллельного переноса и использовать его при решении несложных задач.

13.1.

При параллельном переносе точка B переходит в точку P , точка D — в точку M . Укажите верные равенства.

- 1) $\angle BDM = \angle DMP$
- 2) $BD = PM$
- 3) $BM = DP$
- 4) $BP = DM$

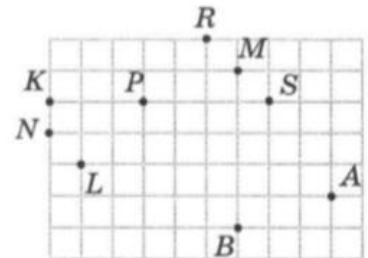
13.2.

При параллельном переносе на вектор \vec{q} точка A перешла в точку A_1 , точка B — в точку B_1 . Выберите верное утверждение.

- а) Векторы \vec{q} и \vec{AB} коллинеарны.
- б) Фигура ABB_1A_1 — параллелограмм.
- в) Векторы \vec{q} и $\vec{BB_1}$ равны.
- г) Прямые AB и A_1B_1 параллельны.
- д) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются или совпадают.

13.3.

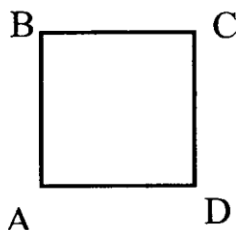
При параллельном переносе точка A переходит в точку B . В какую из точек, изображенных на рисунке, перейдет при этом параллельном переносе точка P ?



13.4.

При параллельном переносе на вектор \vec{AB} $\{3; 4\}$ точка $P(-2; 5)$ переходит в точку T . Укажите ординату точки T .

13.5.



При параллельном переносе на вектор \vec{AD} сторона AB квадрата $ABCD$ переходит в _____.

14. Оперировать понятием поворота и использовать его при решении несложных задач.

14.1.

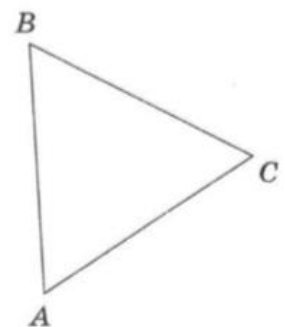
При повороте около точки O на угол α точка K переходит в точку N , а точка P — в точку T . Укажите верные равенства.

- 1) $\angle POT = \angle KON$
- 2) $\angle TOK = \angle PON$
- 3) $PT = KN$
- 4) $OP = OT$

14.2.

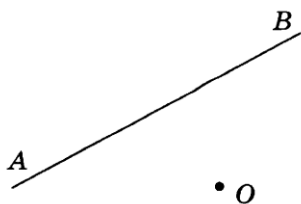
Изображенный на рисунке равносторонний треугольник повернули около вершины B на 60° против часовой стрелки. Укажите, какие утверждения при этом повороте верны.

- 1) вершина C переходит в вершину A
- 2) вершина A переходит в вершину C
- 3) вершина B переходит в вершину A
- 4) вершина B переходит в вершину C



14.3.

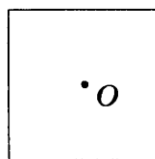
При повороте вокруг точки O на 60° против часовой стрелки точка A перешла в точку A_1 , а точка B в точку B_1 . $\angle AOB = 120^\circ$. Тогда $\angle AOB_1$ будет равен (см. рисунок)



14.4.

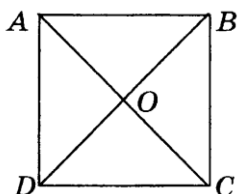
Квадрат, изображенный на рисунке, перейдет сам в себя при повороте вокруг точки пересечения диагоналей O на угол:

- а) 60° ,
- б) 90° ,
- в) 120° ,
- г) 150° .



14.5.

$ABCD$ — квадрат. При повороте вокруг точки O против часовой стрелки на 90° отрезок CB перейдет в отрезок



14.6.

Наименьшим углом, при котором правильный треугольник при повороте вокруг своего центра перейдет в себя, будет угол _____

14.7.

В равностороннем треугольнике ABC точка O — точка пересечения высот треугольника. Определите, в какую фигуру перейдет при повороте вокруг точки O на угол 120° против часовой стрелки отрезок A_1B .

