10.2.2 класс (гуманитарный профиль)
ГЕОМЕТРИЯ

Тема: «Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»

Учащиеся научатся:

- строить точки по их координатам и находить координаты точки, изображенной в заданной системе координат;
- доказывать их коллениарность и компланарность;
- применять указанные формулы для решения стереометрических задач координатно-векторным методом;
- применять алгоритмы вычисления длины вектора, длины отрезка, координат середины отрезка, построения точек по координатам при решении задач;
- вычислять скалярное произведение в координатах и как произведение длин векторов на косинус угла между ними;
- находить угол между векторами по их координатам;
- применять формулы вычисления угла между прямыми;
- выполнять построение фигуры, симметричной относительно оси симметрии, центра симметрии, плоскости, при параллельном переносе.

Примерные практические задания:

1.	Какое утверждение **неверное**? 1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны. 2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены. 3) Любые два равных вектора коллинеарны.
2.	Какое утверждение **неверное**? 1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны. 2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны. 3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.
3.	Какое утверждение **верное**? 1) Любые два вектора компланарны. 2) Любые три вектора компланарны. 3) Три нулевых вектора компланарны.
4.	Какое утверждение **верное**? 1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой. 3) Если векторы компланарны, то они равны.
5.	Какое утверждение **неверное**? 1) Коллинеарные векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны. 3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.
6.	$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0.$ Тогда угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ … 1) острый; 2) тупой; 3) прямой.
7.	Векторы $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$ являются: а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.

8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AD=8см, AB=9см, AA_1=12см. Найдите длины векторов $\overrightarrow{DD_1}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$- куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{B_1C}-\overrightarrow{C_1D_1}$.

а) $\overrightarrow{C_1A_1}$; б) $\overrightarrow{AC}$; в) $\overrightarrow{BD}$; г) нет верного ответа.

10. Даны точки *A*, *B*, *C*, *D*, *K*. Известно, что $\vec{BC}=k\cdot\vec{DK}$, $\vec{AC}=z\cdot\vec{CD}$, $\vec{AK}=x\cdot\vec{AB}+y\cdot\vec{AC}$.

Тогда **<u>неверно</u>**, что…

1) все точки лежат в одной плоскости;

2) прямые *BC* и *DK* параллельны;

3) точки *A*, *C* и *D* не лежат на одной прямой.

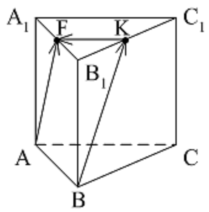
11. $\vec{AB}=k\cdot\vec{CD}$, причём точки *A*, *B* и *C* не лежат на одной прямой. Прямые *AC* и *BD* **<u>не могут</u>** быть…

1) параллельными;

2) пересекающимися;

3) скрещивающимися.

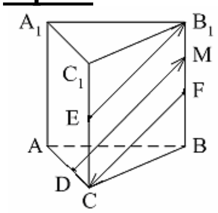
12. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1$, $B_1K = KC_1$.



Какое утверждение **<u>неверное</u>**?

1) $\vec{KF}=-\frac{1}{2}\vec{AC}$. 2) $|\vec{AF}|=|\vec{BK}|$. 3) $\vec{AF}=\vec{BK}$.

13. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1$, $BF = FB_1$, $FM = MB_1$, $AD : DC = 3 : 1$. Какое утверждение **<u>верное</u>**?

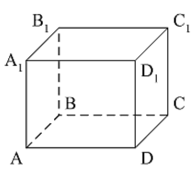


1) $\vec{DM}\uparrow\uparrow\vec{EB_1}$. 2) $\vec{FC}\uparrow\downarrow\vec{DM}$. 3) $\vec{EB_1}\uparrow\downarrow\vec{FC}$.

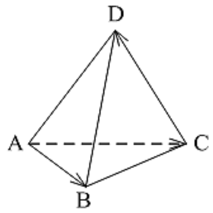
14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед.

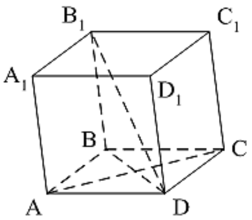
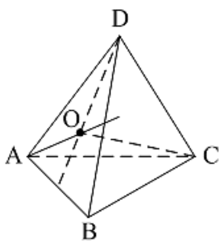
Тогда $\vec{AC}+\vec{BB_1}+\vec{BA}+\vec{D_1B}+\vec{B_1D_1}+\vec{DC}=$ …

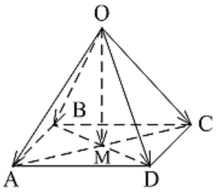
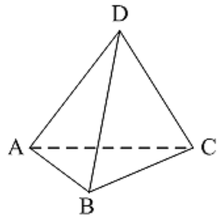
15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD}=$ …

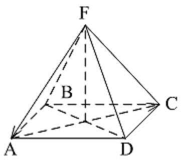


1) $\vec{BB_1}+\vec{DC_1}$; 2) $\vec{D_1C_1}-\vec{DC_1}-\vec{D_1A_1}+\vec{BB_1}$; 3) $\vec{AB_1}-\vec{BC}+\vec{BA}-\vec{CC_1}$.

16.	Векторы $\vec{AC_1} - \vec{AC} - \vec{A_1C_1}$ и $\vec{A_1A} - \vec{CB} + \vec{AB}$ **<u>являются</u>**… 1) равными; 2) противоположными; 3) сонаправленными.
17.	*DABC* – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}$. Тогда $\vec{x} =$ …  1) $\vec{DA}$; 2) $\vec{BC}$; 3) $\vec{DB}$.
18.	Точка *M* (–2; 3; –7) находится от плоскости *XOY* на расстоянии, равном… 1) 7; 2) 2; 3) 3.
19.	Расстояние от точки В(-2;-5; $\sqrt{3}$) до оси ОХ равно: а) $4\sqrt{3}$; б) $7\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{7}$.
20.	Дана точка М (2;-3;-4).Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат. а) M_1 (-2;3;4); б) M_1 (2;3;4); в) M_1 (-2;-3;4); г) M_1 (-2;-3;4).
21.	Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки М, если А(-6;4;0), В(0;-9; 4)
22.	Точка Е – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки В, если А(14;-8;5), Е(3;-2;-7). а) В(-8;4;-19); б) В(8;-4;-19); в) В(8;-4;-19); г) В(8;4;19).
23.	. $\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Тогда вектор $\vec{m}$ **<u>имеет</u>** координаты… 1) $\vec{m}\{2; 1; 1\}$; 2) $\vec{m}\{-2; 1; 1\}$; 3) $\vec{m}\{\ 2;\ -1;\ -1\ \}$.
24.	$\vec{a}\{1; 2; -3\}$, $\vec{b}\{-3; 2; 1\}$, $\vec{c}\{-3; -6; 9\}$. Тогда коллинеарными **<u>будут</u>** векторы… 1) $\vec{a}$ и $\vec{b}$; 2) $\vec{b}$ и $\vec{c}$; 3) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.
25.	Первая и третья координаты ненулевого вектора $\vec{a}$ равны нулю. Тогда **<u>неверно,</u>** что… 1) $\vec{a} \parallel OX$; 2) $\vec{a} \perp OZ$; 3) $\vec{a} \perp (XOZ)$.
26.	Первая координата ненулевого вектора $\vec{AB}$ равна нулю. Тогда **<u>неверно</u>**, что… 1) $\vec{AB} \perp OX$; 2) $\vec{AB} \cap OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel OY$.
27.	*A* (1; 2; 3), *B* (1; 5; 4), *C* (4; 5; 3). Тогда **<u>верно</u>**, что… 1) $\vec{BC} \perp OY$; 2) $\vec{AC} \parallel OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel (ZOY)$.

28.	Ордината точки A равна 3, ордината точки B равна 6. Длина отрезка AB равна 3. Тогда прямая AB и ось OY… 1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.
29.	$M\ (x_1;\ y_1;\ z_1)$, $K\ (x_2;\ y_2;\ z_2)$. Тогда координаты вектора $\vec{KM}$ **равны**… 1) $\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$; 2) $\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$; 3) $\left\{\frac{x_1 + x_2}{2};\ \frac{y_1 + y_2}{2};\ \frac{z_1 + z_2}{2}\right\}$.
30.	$\vec{a}\ \{m;\ n;\ k\}$. Тогда **верно**, что… 1) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{m+n+k}$; 2) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{m^2+n^2+k^2}$; 3) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{m\,n\,k}$.
31.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. **Являются** компланарными векторы…  1) $\vec{AD}$, $\vec{BA}$ и $\vec{D_1C_1}$; 2) $\vec{BD}$, $\vec{DB_1}$ и $\vec{AC}$; 3) $\vec{DB_1}$, $\vec{AB}$ и $\vec{DD_1}$.
32.	Известно, что $2\vec{AM} = 3\vec{AB} - \vec{AC}$. Тогда векторы $\vec{AM}$, $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$ **являются**… 1) коллинеарными; 2) компланарными; 3) некомпланарными.
33.	Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ **некомпланарные**, если… 1) $\vec{a} = m\cdot\vec{b} + n\cdot\vec{c}$; 2) $\vec{p} = x\cdot\vec{a} + y\cdot\vec{b} + z\cdot\vec{c}$; 3) $\vec{c} = k\cdot\ \vec{a}\ +\ l\cdot\ \vec{b}$.
34.	$DABC$ – тетраэдр. O – точка пересечения медиан грани ABD. Тогда $\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{DC} =$ …  1) $\frac{1}{3}\vec{OC}$; 2) $3\vec{CO}$; 3) $-3\vec{CO}$.

35.	Диагонали параллелограмма *ABCD* пересекаются в точке *M*. Точка *O* – произвольная точка пространства. $\vec{OM} = k\,(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}).$ Тогда $k = \dots$  1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) $\frac{1}{4}$
36.	*DABC* – тетраэдр, *AB* = *BC* = *AC* = *AD* = *BD* = *CD*. Тогда **неверно**, что…  1) $\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90°$; 2) $\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60°$; 3) $\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60°$.
37.	Какое утверждение **верное**? 1) $\vec{a}\,\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos\ \widehat{(\vec{a},\ \vec{b})}$. 2) $\vec{a}\,\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \sin\ \widehat{(\vec{a},\ \vec{b})}$. 3) $\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert = \vec{a}\,\vec{b}\ \cdot \cos\ \widehat{(\vec{a},\ \vec{b})}$.
38.	Скалярное произведение векторов $\vec{a}\,\{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b}\,\{b_1; b_2; b_3\}$ **равно**… 1) $a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$; 2) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$; 3) $a_1b_2b_3 + b_1a_2b_3 + b_1b_2a_3$
39.	При каком n данные векторы $\vec{a}$ (2;-1;3) и $\vec{b}$ (1;3;n) перпендикулярны: а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) -1.
40.	Дана точка *A* (–1; 2; 5). Тогда координаты точки – проекции точки *A* на ось *OZ* равны…
41.	Даны точки *M* (–1; 2; 3) и *B* (1; –1; 5). Тогда координаты вектора $\vec{BM}$ равны…
42.	*A* (–1; 0; 2), *B* (1; –2; 3). Тогда $\lvert\vec{AB}\rvert =$ …
43.	*ABCD* – параллелограмм, $AC \cap BD = O.$ *B* (–2; 1; 0), *O* (0; 1,5; 0). Тогда координаты точки *D* равны…
44.	Вектор $\vec{a}$ сонаправлен с вектором $\vec{b}\,\{-2; 2; 1\}$, $\lvert\vec{a}\rvert = 12.$ Тогда координаты вектора $\vec{a}$ равны…

45.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 2\sqrt{2}$ см. $ABCD$ – квадрат, AB = 2 см. Тогда $\lvert \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1} \rvert =$ …
46.	Скалярное произведение векторов $\vec{a}\left\{-2; 1; 3\right\}$ и $\vec{b}\left\{-4; 2; -1\right\}$ равно…
47.	$\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a}\left\{1; -2; 4m\right\}$, $\vec{b}\left\{2; 2m+1; -m\right\}$. Тогда $m =$ …
48.	В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ все рёбра равны по 2 см. Тогда $\vec{FA} \cdot \vec{AC} =$ … 
49.	Вычислите угол между векторами $\vec{a}\ \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b}\ \{3; 0; -3\}$
50.	Угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{a}\left\{1; -1; \sqrt{2}\right\}$ равен…
51.	Даны координаты точек: A (1; –1; –4), B (–3; –1; 0), C (–1; 2; 5), D (2; –3; 1). Тогда косинус угла между прямыми AB и CD равен…
52.	Найдите сумму координат вершины Д параллелограмма АВСД, если А (2;3;2), В (0;2;4), С (4;1;0).
53.	При каких a векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если A(-2;-1;2), B(4;3;6), C(-1;a-1;1), D(-4;-1;a).
54.	Даны векторы $\vec{a}\ \{3; -2; 1\}$, $\vec{b}\ \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c}\ \{-3; 2; 1\}$ Найдите $\lvert\vec{a}\rvert - \lvert\vec{b}\rvert$;
55.	Даны координаты точек A(-3;2;1), B (-1;2;1), C (1;-4;3), D (-1;2;-2). Найти $\left\lvert 2\overline{AB} + 3\overline{CD} \right\rvert$.
56.	**Даны векторы $\vec{a}\ \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b}\ \{0; -5; -2\}$ и $\vec{c}\ \{2; 1; -3\}$.** Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$.
57.	Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$
58.	Вычислите угол между прямыми AB и CD, если: а) A (3; -2; 4) B (4; –1; 2), C (6; –3; 2), D (7; –3; 1);