

10.1.2, 10.2.1 классы (ен, сэ)

2020-2021 уч.год

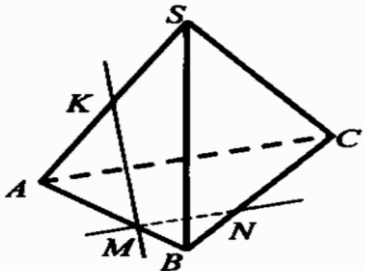
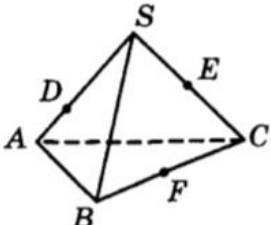
Банк заданий по математике для подготовки к тестированию

учебник: Геометрия (Атанасян Л.С.)

Тема: «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей.»

| Элементы содержания                             | Ученик научится  | Ученик получит возможность научиться   |
|---|--|--|
| <b>Аксиомы стереометрии.</b>                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений.</li> <li>✓ Формулировать и доказывать геометрические утверждения.</li> <li>✓ Решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Осознавать значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки, в этой связи – принципов аксиоматического построения теоретического материала в геометрии: аксиома – теорема – свойства геометрических тел, вытекающие из них.</li> </ul> |
| <b>Параллельность прямых и плоскостей.</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач.</li> <li>✓ Формулировать и доказывать геометрические утверждения.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Иметь представление об аксиоматическом методе.</li> </ul>   |
| <b>Угол между двумя прямыми в пространстве.</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач.</li> <li>✓ В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах.</li> <li>✓ Иметь представления об аксиомах стереометрии и следствий из них и применять их при решении задач.</li> </ul>  |
| <b>Тетраэдр и параллелепипед.</b>               |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и находить угол между ними.</li> <li>✓ Решать задачи на плоскости методами стереометрии, в пространстве - методами планиметрии.</li> </ul>   |

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)

| ТЕМА                         | ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)  |
|------------------------------|--|
| <p>Аксиомы стереометрии.</p> | <p>Пользуясь данным рисунком, назовите: а) четыре точки, лежащие в плоскости <math>SAB</math>; б) плоскость, в которой лежит прямая <math>MN</math>; в) прямую, по которой пересекаются плоскости <math>SAC</math> и <math>SBC</math>.</p>    |
|                              |  <p>Пользуясь данным рисунком, назовите:</p> <p>а) две плоскости, содержащие прямую <math>DE</math>; <span style="float: right;">прямую <math>EF</math>;</span></p> <p>б) прямую, по которой пересекаются плоскости <math>AEF</math> и <math>SBC</math>; <span style="float: right;">плоскости <math>BDE</math> и <math>SAC</math>;</span></p> <p>в) две плоскости, которые пересекает прямая <math>SB</math>. <span style="float: right;">прямая <math>AC</math>.</span></p> <p><b>2</b> <span style="float: right;"><b>2</b></span></p> <p>Прямые <math>a</math>, <math>b</math> и <math>c</math> имеют общую точку. Верно ли, что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ объясните. <span style="float: right;">Прямые <math>a</math>, <math>b</math> и <math>c</math> попарно пересекаются. Верно ли, что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ объясните.</span></p> <p><b>3</b> <span style="float: right;"><b>3</b></span></p> <p>Плоскости <math>\alpha</math> и <math>\beta</math> пересекаются по прямой <math>l</math>. Прямая <math>a</math> лежит в плоскости <math>\alpha</math> и пересекает плоскость <math>\beta</math>. Каково взаимное расположение прямых <math>a</math> и <math>l</math>? Ответ объясните. <span style="float: right;">Плоскости <math>\alpha</math> и <math>\beta</math> пересекаются по прямой <math>l</math>. Прямая <math>a</math> лежит в плоскости <math>\alpha</math> и пересекает прямую <math>l</math>. Каково взаимное расположение прямой <math>a</math> и плоскости <math>\beta</math>? Ответ объясните.</span></p> <p><input type="radio"/> 34.19. Три плоскости имеют общую точку. Верно ли утверждение, что эти плоскости имеют общую прямую? Сколько прямых может получиться при попарном пересечении этих плоскостей?</p> <p><input type="radio"/> 34.20. Сколько прямых можно провести через различные пары: а) из трех точек; б) четырех точек; в) пяти точек; г) <math>n</math> точек, никакие три из которых не принадлежат одной прямой?</p> |

○ 34.21. Сколько плоскостей можно провести через различные тройки:

- а) из четырех точек;
- б) пяти точек;
- в)  $n$  точек, никакие четыре из которых не принадлежат одной плоскости?

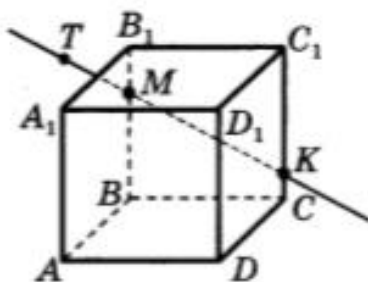
○ 34.22. Какое наибольшее число прямых может получиться при попарных пересечениях:

- а) трех плоскостей;
- б) четырех плоскостей;
- в)  $n$  плоскостей?

○ 34.23. На какое наибольшее число частей могут разбивать пространство:

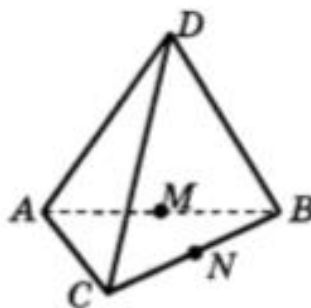
- а) две плоскости;
- б) три плоскости;
- в) четыре плоскости?

Точки  $M$  и  $K$  принадлежат рёбрам  $BB_1$  и  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $T$  лежит на прямой  $MK$ . Какой плоскости принадлежит точка  $T$ ?



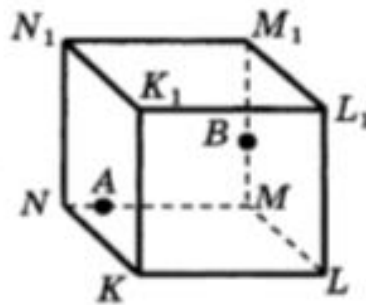
- 1)  $ADD_1$       2)  $ABD$       3)  $BB_1C_1$       4)  $A_1B_1C_1$

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами рёбер  $AB$  и  $BC$  пирамиды  $DABC$ . По какой прямой пересекаются плоскости  $BDM$  и  $ACN$ ?



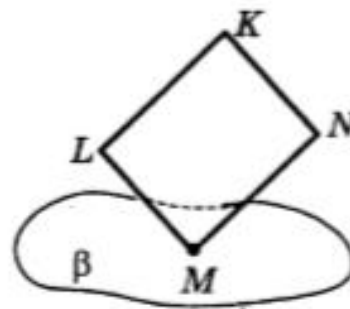
- 1)  $AD$       2)  $AB$       3)  $MN$       4)  $BN$

Точки  $A$  и  $B$  принадлежат ребрам  $MN$  и  $MM_1$  куба  $KLMNK_1L_1M_1N_1$ . Через какие указанные точки можно провести единственную плоскость?



- 1)  $N, A, M$       2)  $B, M, M_1$       3)  $N, A, L$

Вершина  $M$  ромба принадлежит плоскости  $\beta$ , а остальные его вершины не принадлежат этой плоскости. Как расположены прямые  $KL$  и  $KN$  относительно плоскости  $\beta$ ?



- 1)  $KL$  пересекает  $\beta$  и  $KN$  пересекает  $\beta$   
 2)  $KL$  пересекает  $\beta$ , а  $KN$  не пересекает  $\beta$   
 3)  $KL$  не пересекает  $\beta$ , а  $KN$  пересекает  $\beta$   
 4)  $KL$  не пересекает  $\beta$  и  $KN$  не пересекает  $\beta$

2

Отрезок  $AB$  не пересекается с плоскостью  $\alpha$ . Через концы отрезка  $AB$  и его середину — точку  $M$  — проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$  соответственно.

- Докажите, что точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$  лежат на одной прямой.
- Найдите  $AA_1$ , если  $BB_1 = 12$  см,  $MM_1 = 8$  см.

36.2. Будут ли противоположные ребра  $AB$  и  $CD$  тетраэдра  $ABCD$  параллельны?

36.6. Известно, что в плоскости прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую прямую. Будет ли это утверждение верно для пространства?

36.7. В пространстве даны прямая и не принадлежащая ей точка. Сколько прямых проходит через эту точку:

- параллельных данной прямой;
- не пересекающих данную прямую?

36.10. Верно ли, что если две прямые лежат в разных плоскостях, то они скрещиваются?

36.11. Прямая лежит в плоскости. Сколько прямых, скрещивающихся с этой прямой, проходит через точку, взятую в той же плоскости?

36.12. Прямая  $a$  скрещивается с прямой  $b$ , а прямая  $b$  скрещивается с прямой  $c$ . Следует ли отсюда, что прямые  $a$  и  $c$  скрещиваются?

○ 36.13. Запишите пары параллельных ребер: а) в параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ; б) призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ .

○ 36.14. Запишите пары скрещивающихся ребер:

- в параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ;
- призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ ;

в) тетраэдре  $ABCD$ ;

г) пирамиде  $SABCD$ .

○ 36.17. Даны две пересекающиеся плоскости. В каждой из них лежит прямая, пересекающая линию пересечения плоскостей. Определите расположение этих прямых относительно друг друга.

2

Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$ . Через точку  $M$  — середину отрезка  $AB$  — и точку  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $M_1$  и  $B_1$  соответственно.

- Докажите, что точки  $A$ ,  $B_1$  и  $M_1$  лежат на одной прямой.
- Найдите  $BB_1$ , если  $MM_1 = 4$  см.

○ 36.18. Пусть  $a$  и  $b$  — скрещивающиеся прямые. Точка  $A$  принадлежит прямой  $a$ ,  $B$  — прямой  $b$ . Через прямую  $a$  и точку  $C$  на прямой  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$ ; через прямую  $b$  и эту же точку  $C$  проведена плоскость  $\beta$ . Какая прямая будет линией пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ ?

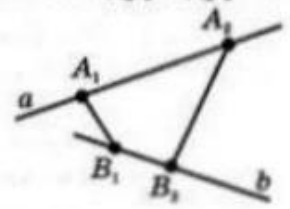
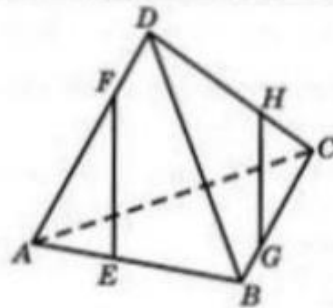


Рис. 261

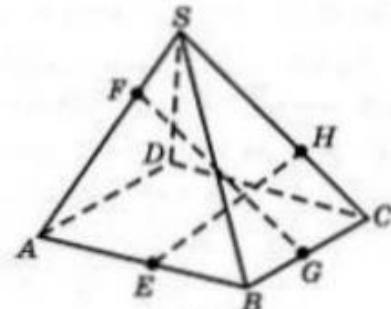
○ 36.19. Пусть  $a$  и  $b$  — скрещивающиеся прямые (рис. 261). Точки  $A_1, A_2$  принадлежат прямой  $a$ , точки  $B_1, B_2$  принадлежат прямой  $b$ . Могут ли прямые  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  быть пересекающимися или параллельными?

○ 36.20. Каково взаимное расположение прямых  $EF$  и  $GH$  (рис. 262, а)?

○ 36.21. Пересекаются ли отрезки  $EH$  и  $FG$  (рис. 262, б)?



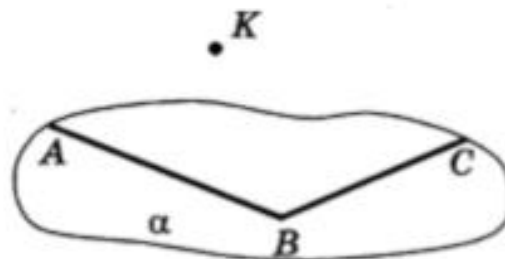
а)



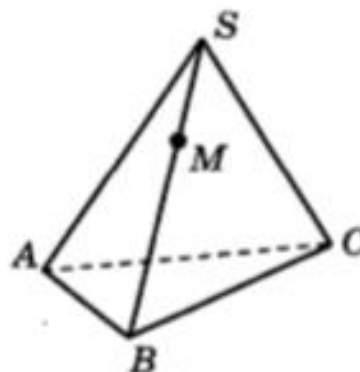
б)

Рис. 262

Угол  $ABC$  лежит в плоскости  $\alpha$ , точка  $K$  не принадлежит плоскости  $\alpha$ . Сколько прямых, параллельных сторонам угла, можно провести через точку  $K$ ?



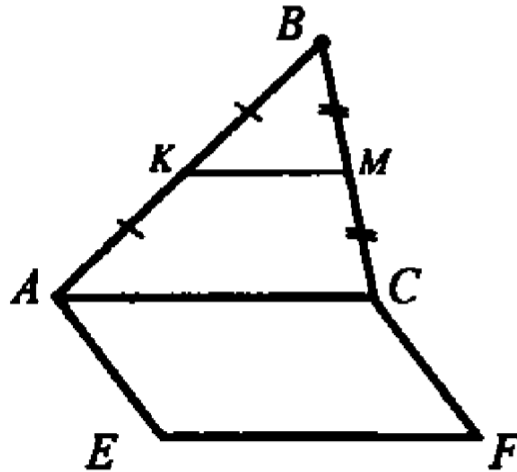
Точка  $M$  принадлежит ребру  $SB$  пирамиды  $SABC$ . Сколько прямых, параллельных рёбрам пирамиды, можно провести через точку  $M$ ?



Треугольник  $ABC$  и квадрат  $AEFC$  не лежат в одной плоскости. Точки  $K$  и  $M$  – середины отрезков  $AB$  и  $BC$  соответственно.

а) Докажите, что  $KM \parallel EF$ .

б) Найдите  $KM$ , если  $AE = 8$  см.



Параллельность прямой и плоскости.

37.2. Верно ли утверждение о том, что две прямые, параллельные одной и той же плоскости, параллельны между собой?

37.3. Верно ли утверждение: «Прямая, параллельная плоскости, параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости»?

37.4. Одна из двух параллельных прямых параллельна плоскости. Верно ли утверждение о том, что и вторая прямая параллельна этой плоскости?

37.5. Даны две параллельные прямые. Через каждую из них проведена плоскость. Эти две плоскости пересекаются. Как расположена их линия пересечения относительно данных прямых?

Параллельность плоскостей.

1)

Через вершины  $A$  и  $C$  параллелограмма  $ABCD$  проведены параллельные прямые  $A_1A$  и  $C_1C$ , не лежащие в плоскости параллелограмма. Докажите параллельность плоскостей  $A_1AB$  и  $C_1CD$ .

2)

Параллельные прямые  $a$  и  $b$  пересекают одну из двух параллельных плоскостей в точках  $A_1$  и  $B_1$ , а другую в точках  $A_2$  и  $B_2$  соответственно.

а) Докажите, что  $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ .

б) Найдите  $\angle A_2A_1B_1$ , если  $\angle A_1A_2B_2 = 140^\circ$ .

- 38.6. Верно ли утверждение: «Если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна прямой, лежащей в другой плоскости, то эти плоскости параллельны»?
- 38.7. Верно ли утверждение: «Если две прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны двум прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны»?
- 38.8. Могут ли быть параллельными две плоскости, проходящие через непараллельные прямые?
- 38.9. Могут ли пересекаться плоскости, параллельные одной и той же прямой?
- 38.10. Через всякую ли прямую можно провести плоскость, параллельную данной плоскости?
- 38.11. Через каждую из двух параллельных прямых проведена плоскость. Верно ли утверждение, что эти плоскости параллельны?
- 38.12. Даны две параллельные плоскости и прямая, параллельная одной из них. Будет ли эта прямая параллельна второй плоскости?

Взаимное расположение прямых в пространстве.

Угол между двумя прямыми в пространстве.

1)

Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямая  $c$  является скрещивающейся с прямой  $a$ . Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?

2)

Плоскость  $\alpha$  проходит через середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  – точки  $M$  и  $N$ .

а) Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ .

б) Найдите  $BC$ , если  $AD = 10$  см,  $MN = 8$  см.

3)

Прямая  $MA$  проходит через вершину квадрата  $ABCD$  и не лежит в плоскости квадрата.

а) Докажите, что  $MA$  и  $BC$  – скрещивающиеся прямые.

б) Найдите угол между прямыми  $MA$  и  $BC$ , если  $\angle MAD = 45^\circ$

4)

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

Укажите три прямые, проходящие

через точку  $D$  и скрещивающиеся с прямой  $AB_1$ .

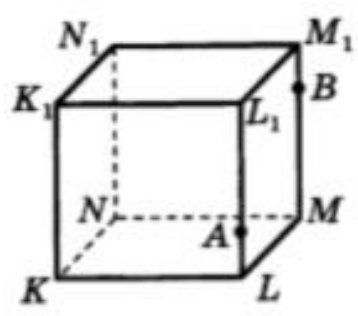
через точку  $B_1$  и скрещивающиеся с прямой  $A_1 D$ .

Дайте обоснование ответа.



- 43.9. В кубе  $A...D_1$  докажите перпендикулярность прямых:  
а)  $AD$  и  $A_1B_1$ ;      б)  $AC$  и  $B_1D_1$ ;      в)  $AC$  и  $DD_1$ .
- 43.10. Чему равен угол между пересекающимися ребрами:  
а) куба;      б) правильного тетраэдра?
- 43.11. Найдите угол между диагональю грани куба и пересекающимся с ней ребром.
- 43.12. Найдите угол между диагональю куба и скрещивающейся с ней диагональю основания.
- 43.13. Найдите угол между пересекающимися диагоналями двух различных граней куба.
- 43.14. Найдите угол между диагональю куба и пересекающим ее ребром куба.
- 43.15. Дан куб  $A...D_1$ . Найдите углы, которые образуют прямые:  
а)  $AA_1$  и  $B_1C_1$ ;      б)  $AA_1$  и  $CD$ .
- 43.16. В кубе  $A...D_1$  найдите углы между скрещивающимися прямыми:  
а)  $AD$  и  $A_1C_1$ ;      б)  $AC_1$  и  $DD_1$ ;      в)  $AB_1$  и  $BC_1$ .
- 43.17. В пирамиде, все грани которой правильные треугольники, найдите угол между высотами этих треугольников, проведенными к общему ребру.

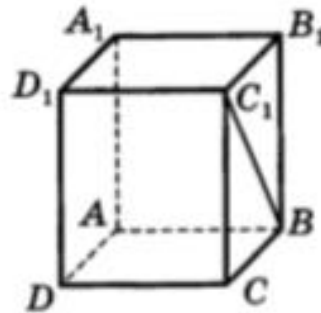
Точки  $A$  и  $B$  принадлежат рёбрам  $LL_1$  и  $MM_1$  куба  $KLMNK_1L_1M_1N_1$ . Сколько существует прямых, содержащих рёбра куба, и скрещивающихся с прямой  $AB$ ?



- 1) 5                      2) 2                      3) 3                      4) 8

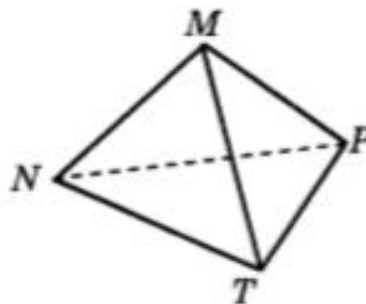
Тетраэдр и параллелепипед

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  угол  $BC_1 B_1$  равен  $65^\circ$ . Найдите угол между прямыми  $C_1 B$  и  $DD_1$ .

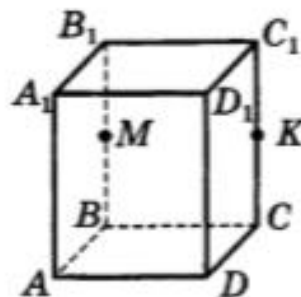


- 1)  $90^\circ$       2)  $65^\circ$       3)  $30^\circ$       4)  $25^\circ$

В тетраэдре  $MNPT$   $\angle NMT = 90^\circ$ ,  $\angle PNT = 60^\circ$ ,  $MN = 3$ ,  $MT = 4$ ,  $NP = 6\sqrt{3}$ . Найдите площадь грани  $NPT$ .



Точки  $M$  и  $K$  являются серединами рёбер  $BB_1$  и  $CC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Сколько плоскостей, содержащих грани куба, параллельны прямой  $MK$ ?



- 1) 1      2) 2      3) 3      4) 0