

10.1.2, 10.2.1 классы (ен, сэ)

2020-2021 уч.год

Банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 2 «Рациональные, иррациональные, логарифмические и показательные уравнения и неравенства».

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

(Глава I. §2, §5, §6)

1. Рациональные выражения
2. Бином Ньютона
3. Деление многочленов с остатком.
4. Корень многочлена
5. Рациональные уравнения, методы их решения.
6. Рациональные неравенства, методы их решения.
7. Иррациональные уравнения, методы их решения.
8. Иррациональные неравенства, методы их решения.
9. Показательные уравнения, методы их решения.
10. Логарифмические уравнения, методы их решения.
11. Простейшие показательные неравенства.
12. Простейшие логарифмические неравенства

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. Решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные.
2. Овладеть основными типами рациональных, показательных, логарифмических, иррациональных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений.
3. Владеть методами решения уравнений, неравенств, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор.
4. Использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробнорациональных и включающих в себя иррациональные выражения.
5. Свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств.

Умения, характеризующие достижения этого результата:

1. Делить многочлены.
2. Решать рациональные уравнения и неравенства.
3. Применять бином Ньютона.
4. Решать иррациональные уравнения и неравенства.
5. Решать показательные уравнения и неравенства.
6. Решать логарифмические уравнения и неравенства.

1. Деление многочленов

1.1.	<ol style="list-style-type: none">1. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 4x - 5$ на $x - 1$2. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^3 + 11x^2 - 2x + 5$ на $x + 4$3. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^4 - 11x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ на $x - 4$4. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x + 1$ на двучлен $x + 3$5. Найдите остаток $R(x)$ от деления многочлена $P(x) = 5x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 27x + 4$ на двучлен $x^2 - 3x$6. Найдите остаток $R(x)$ от деления многочлена $P(x) = 6x^5 - 15x^4 - 12x^3 + 44x^2 - 34x - 1$ на двучлен $2x^2 - 5x$7. Найдите остаток от деления двучлена $x^7 - 128$ на разность $x - 2$8. Найдите остаток от деления двучлена $x^7 - 128$ на сумму $x + 2$
1.2.	<ol style="list-style-type: none">1. Делится ли многочлен $P(x) = 17x^3 - 13x^2 - 4$ на двучлен $x - 1$2. Делится ли многочлен $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 - x + 1$ на двучлен $x + 3$3. Делится ли многочлен $P(x) = x^{100} + 3x^{79} + x^{48} - x^{27}$ на двучлен $x + 1$
1.3.	<ol style="list-style-type: none">1. При каком значении a многочлен $P(x) = 6x^2 - 7x + a$ делится на двучлен $x + 4$2. При каком значении a многочлен $P(x) = 9x^2 + ax - 10$ делится на двучлен $3x + 5$3. Найдите такое число c, чтобы многочлен $P(x) = x^5 - x^4 + cx^3$ делился на двучлен $x + 4$

2. Рациональные уравнения и неравенства

2.1.	<ol style="list-style-type: none">1. Является ли число -1 корнем многочлена $P(x) = 4x^{16} - x^{49} - 5$2. Является ли число -1 корнем многочлена $P(x) = 11x^{13} - x^{24} - 7x + 5$3. Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем многочлена $P(x) = 9x^4 - x^2 - 3x + 5$
------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2.2.	<p>1. Найдите все корни уравнения $2x^4 - 5x^3 + x^2 + 2x = 0$</p> <p>2. Решить уравнение $2x^4 - x^3 - 5x^2 + 2x + 2 = 0$, если известно, что один из его корней равен $-\frac{1}{2}$</p> <p>3. Решить уравнение $2x^5 + 3x^4 - 16x^3 - 9x^2 + 32x - 12 = 0$, если известно, что один из его корней равен -3</p> <p>4. Решить уравнение $x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней</p> <p>5. Решить уравнение $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней</p> <p>6. Решить уравнение $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней</p> <p>7. Решить уравнение $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 8x + 4 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней</p> <p>8. Решить уравнение $x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 6 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней</p> <p>9. Решить уравнение $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$.</p> <p>10. Решить уравнение $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$.</p> <p>11. Решить уравнение $x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 6x + 1 = 0$.</p> <p>12. Решить уравнение $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12 = 0$</p> <p>13. Решить уравнение $(x - \sqrt{3})^4 - 5(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0$</p> <p>14. Решить уравнение $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$</p> <p>15. Решить уравнение $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} = -4$</p> <p>16. Решить уравнение $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = 15$</p>
2.3.	<p>Решите уравнение (1—3).</p> <p>1. а) $\frac{x^2 - 25}{x^3 + 4x^2 + 25} = 0$; б) $\frac{x - 1}{x - 3} - \frac{3}{x - 2} = 1$.</p> <p>2. а) $\frac{x}{x - 2} - \frac{3x - 8}{x^2 - 5x + 6} = 0$;</p> <p>б) $\frac{(x + 1)^2}{x - 1} - \frac{20}{x^2 + 3x - 4} + \frac{x + 1}{x + 4} = x + 1$.</p> <p>3. $\frac{x^2 - 3x}{x - 6} - \frac{16}{x + 5} - \frac{186}{x^2 - x - 30} = x + 2$.</p>
2.4.	<p>Решите неравенство: 1. $\frac{1}{x} + 2 \geq \frac{5x + 6}{2x + 3}$.</p> <p>2. $(x^2 + 4x)^2 - 2(x + 2)^2 - 7 \geq 0$.</p> <p>3. $2x^2 + x - 4 + \frac{3}{2x^2 + x} \leq 0$.</p>

2.5.	<p>Решите неравенство (1—2).</p> <p>1. а) $(x+2)(x+3)(x-4) > 0$; б) $\frac{(x+1)(x+2)^2}{x-3} < 0$.</p> <p>2. а) $\frac{3x+1}{x-3} \geq -1$; б) $\frac{x-1}{x-4} - \frac{3}{x+2} - \frac{9}{x^2-2x-8} \geq 0$.</p> <p>3. Решите систему неравенств:</p> <p>а) $\begin{cases} x^2+x-12 < 0 \\ x^2-x-2 \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2-2x-8 \geq 0 \\ \frac{x-4}{x+3} \leq 0; \end{cases}$</p>
2.6.	<p>1. Решить уравнение $4x^5 + 4x^4 - 13x^3 - 6x^2 + 9x + 2 = 0$</p> <p>2. Решить уравнение $x^5 - x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$</p>

3. Бином Ньютона

<u>3.1.</u>	<p>1. Вычислить коэффициент при a^7 в разложении выражения $\left(a - \frac{1}{a}\right)^{13}$ по формуле бинома Ньютона</p> <p>2. а) Сколько членов в формуле бинома Ньютона при $n=3$ б) Сколько членов в формуле бинома Ньютона при $n=5$</p>
<u>3.2.</u>	<p>1. Найдите четвертый член разложения бинома $(2 - \sqrt{x})^{11}$</p> <p>2. Найдите член разложения бинома $(\sqrt{x} - x)^{10}$, содержащий x^7. В ответе укажите коэффициент при x^7</p>

4. Иррациональные уравнения и неравенства

<u>4.1.</u>	<p>1. Найдите значение x, при котором $\sqrt{5x+1} = 0$.</p> <p>2. Решите уравнение $\sqrt[3]{3x+13} = -2$.</p> <p>3. Решите уравнение $\sqrt{3x+1} + 2 = 0$.</p> <p>4. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.</p>
<u>4.2.</u>	<p>1. Решите уравнение $\sqrt{18-x^2} = -x$.</p> <p>2. Решите уравнение $\sqrt{16-3x^2} = -x$.</p> <p>3. Решите уравнение $2\sqrt{x+5} = x+2$.</p> <p>4. Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней</p> <p>5. Решите уравнение $\sqrt{40+3x-x^2} = 5-x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней</p>

	6. Решить уравнение: $\sqrt{x-1} = 12 - 2x$. 7. Решите уравнение $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 6x + 9}$.
<u>4.3.</u>	1. Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 6 = 0$. 2. Решите уравнение $\sqrt{2x-1}(5x^2 - 4x - 1) = 0$. 3. Решить уравнение: $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$. 4. Решить уравнение: $\sqrt{\frac{x+1}{x}} - 3\sqrt{\frac{x}{x+1}} - 2 = 0$.
<u>4.4.</u>	1. Решить неравенство: $\sqrt{2x-3} > 2x-5$. 2. Решить неравенство: $\frac{x-1}{x+2} - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} - 2 \geq 0$. 3. Решить неравенство: $\sqrt{\frac{2x-5}{x+1}} - 6\sqrt{\frac{x+1}{2x-5}} - 1 \geq 0$.

5. Показательные уравнения и неравенства

<u>5.1.</u>	1. Является ли число 2 корнем уравнения $0,3^x = 0,9$? 2. Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем уравнения $\left(\frac{1}{27}\right)^x = 3$? 3. Является ли число -2 корнем уравнения $0,5^x = 0,25$? 4. Является ли число $\frac{1}{4}$ корнем уравнения $16^x = \frac{1}{2}$?
<u>5.2.</u>	1. Сравнить a с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) \leq g(x)$. 2. Сравнить a с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) > g(x)$.
<u>5.3.</u>	1. Решить уравнение $\left(\frac{1}{16}\right)^x = 0,5$. 2. Решить уравнение $6^x = \frac{1}{36}$. 3. Решить уравнение $3^x = 9$. 4. Найти корень уравнения $7^{x-5} = 3^{x-5}$. 5. Решить уравнение $5^{x-2} = 125$. 6. Найдите корень уравнения: $5^{7-3x} = \frac{1}{25}$

7. Найдите корень уравнения: $9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$
8. Найдите корень уравнения: $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$
9. Решить уравнение $8 \cdot 2^x = 1$.
10. Решить уравнение $2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 16$.
11. Решить уравнение $2^x - 2^{x-1} = 32$.
12. Решить уравнение $2^x = 32$.
13. Решить уравнение $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 81$.
14. Решить уравнение $0,5^x = 8$.
15. Найти корень уравнения $5^{x+4} = 2^{x+4}$.
16. Решить уравнение $3^{x+1} = 81$.
17. Решите уравнение $2^x + 10 \cdot (\sqrt{2})^x - 144 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму корней

5.4.

1. Решить неравенство $2^x \geq 4$.
2. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^x > \frac{8}{125}$.
3. Решить неравенство $3^x < \sqrt{3}$.
4. Решить неравенство $0,2^x \leq 0,008$.
5. Решить неравенство $3^x < 27$.
6. Решить неравенство $7^x \geq \sqrt{7}$.
7. Решить неравенство $0,3^x \geq 0,09$.
8. Решить неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{32}{243}$.
9. Решить неравенство $12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 3$
10. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства
11. Решить неравенство $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства
12. Решить неравенство $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \frac{121}{169}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
13. Решить неравенство $\left(2\frac{2}{3}\right)^{6x^2+x} \leq 7\frac{1}{9}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства

5.5.

1. Решить уравнение $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$

	2. Решить уравнение $6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} = 42$
--	------------------------------------------------------

6. Логарифмические уравнения и неравенства

<u>6.1.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Является ли число 0,008 корнем уравнения $\log_{0,2} x = 3$? 2. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = -4$? 3. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = 4$? 4. Является ли число 27 корнем уравнения $\log_{\frac{1}{3}} x = 3$?
<u>6.2.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Сравнить a с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) > g(x)$. 2. Сравнить a с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) \geq g(x)$.
<u>6.3.</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Решить уравнение $\log_2 x = 5$. 2. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$. 3. Решить уравнение $\log_5(x+1) = 2$. 4. Решить уравнение $\log_x 64 = 3$. 5. Решить уравнение $\log_x \frac{1}{32} = -5$. 6. Решить уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(3x+22) = \log_{\frac{1}{2}} 40$. 7. Решить уравнение: $\log_5(x^2+2x) = \log_5(x^2+10)$. 8. Решить уравнение $\log_5 x = 3$. 9. Решить уравнение $\log_7 x = -1$. 10. Решить уравнение $\log_4(x-5) = 2$. 11. Решить уравнение $\log_x 81 = 4$. 12. Решить уравнение $\log_x 25 = -2$. 13. Решить уравнение $\lg(x-2) = -1$. 14. Решить уравнение $\log_{0,1}(3x-5) = -1$ 15. Решить уравнение $\log_2(x-3) = \log_2 5$ 16. Решить уравнение $\log_2(x-7) = \log_2(x+2) + 2$ 17. Решить уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$. 18. Решить уравнение $3^{\log_{27}(3x-2)} = 7$ 19. Решить уравнение $\log_8 2^{8x-4} = 4$

20. Решить уравнение $\log_x(3+2x) = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней
21. Решить уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней

6.4.

1. Решить неравенство $\log_{0,5} x > 3$.
2. Решить неравенство $\log_2 x \geq 3$.
3. Решить неравенство $\log_3 x \leq 2$.
4. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x < 2$.
5. Решить неравенство $3\log_{\frac{1}{2}} x < -3$
6. Решить неравенство $\log_{16} x > \frac{1}{2}$
 $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$.
7. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
8. Решить неравенство $3\log_{0,2} x > -6$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
9. Решить неравенство $\log_3(x+2) < 3$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
10. Решить неравенство $\log_3(x+1) < -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
11. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
12. Решить неравенство $\lg x > \lg 8 + 1$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
13. Решить неравенство $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
14. Решить неравенство $\lg x > 2 - \lg 4$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства.
15. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(3x-6) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.
16. Решить неравенство $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$
17. Решить неравенство $\lg(x^2 - 8x + 13) > 0$
18. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 5x + 7) > 0$

	<p>19. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \geq -3$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства.</p> <p>20. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.</p>
<p><u>6.5.</u></p>	<p>1. Решить уравнение $\log_2^2(3 - x) + 3 \log_2(3 - x) = 4$.</p> <p>2. Найдите наименьший корень уравнения $3 \log_8^2(5x + 7) - 7 \log_8(5x + 7) + 2 = 0$</p>