

Промежуточная аттестация по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
школьной проверочной работы
по МАТЕМАТИКЕ
10 класс

Профильный уровень

подготовлен
краевым государственным автономным
нетиповым общеобразовательным учреждением
«КРАЕВОЙ ЦЕНТР ОБРАЗОВАНИЯ»

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов административной контрольной работы в 2020 г. следует иметь в виду, что задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в работу, а лишь дают представление о структуре работы, количестве заданий, их форме и уровне сложности. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться в АКР-2020, описан в спецификации и соответствует кодификатору элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике (утвержденным директором ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» 07.11.2019г.).

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ.

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 13 заданий.

Часть 1 состоит из 6 заданий базового уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Правильное решение каждого из заданий №№ 1-6 оценивается 1 баллом.

Часть 2 содержит 3 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 4 задания повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Правильное решение каждого из заданий №№ 7-9 оценивается 1 баллом, каждого из заданий №№ 10-13 оценивается 2 баллами. При выполнении заданий 10-13 требуется записать полное решение и ответ. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии решения в заданиях №№ 10-13 второй части оценивается в 0 баллов.

Максимальное количество баллов за выполнение всей работы – 17.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 105 мин.

Первая часть экзаменационной работы (задания №№ 1-9) рассчитана на 45 минут и выполняется в автоматическом тестовом режиме программы MyTest[Pro]. При выполнении заданий части 1 полученные ответы необходимо ввести в специальное поле тестовой программы, отведенное для ответа.

Вторая часть экзаменационной работы рассчитана на 60 минут. Решение заданий №№ 10-13 оформляется письменно на отдельном бланке, который прилагается к тесту и выдается каждому учащемуся. Правильность выполнения заданий № 10-13 проверяется отдельно и количество баллов за него суммируется с результатами тестовой части.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1 – 9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в ПОЛЕ ДЛЯ ОТВЕТА программы тестирования MyTest[Pro]. Единицы измерения писать не нужно.

1

Найдите значение выражения

$$\frac{4x - 9y}{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}} - \sqrt{y}, \text{ если } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$$

Ответ: _____

2

Решите уравнение $\log_x(3 + 2x) = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них

Ответ: _____

3

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным

Ответ: _____

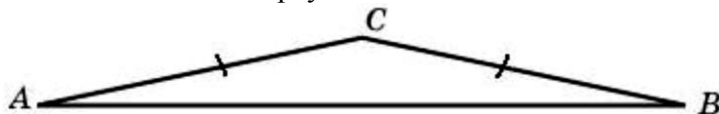
4

Решите неравенство $(0,5)^{5x+3} \geq 4$. В ответе укажите наибольшее значение x , удовлетворяющее этому неравенству

Ответ: _____

5

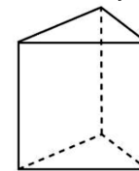
Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____

6

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы



Ответ: _____

Часть 2

7

Найдите $5\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Ответ: _____

8

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m=1200$ кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения $g=10$ м/с², а $\pi=3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите метрах

Ответ: _____

9

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в поле тестовой программы.

Для записи решений и ответов на задания 10-13 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ №2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (10, 11 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

11

а) Решите уравнение $2\cos 2x + 8\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

12

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AB проведено сечение, перпендикулярное ребру SC , площадь которого равна 18. Найдите длину бокового ребра пирамиды

13

Решите неравенство

$$\frac{8^{-x} - 5 \cdot 0,5^x}{2^{-x} - 2^{x+4}} \geq 0.$$

Ответы и критерии оценивания

Каждое из заданий 1 – 9 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	3	0,019	-1	100	10	-1	0,2	60

Решения и критерии оценивания заданий 10-13

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 10-13, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены.

Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

10

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

Решение:

Если Всеволод Ярославович будет платить максимальный платеж, то он быстрее всего погасит долг.

1 июня 2013 года: долг 900 000.

- Прошел месяц: 1 июля 2013 года: долг $(1 + 0,01)900\,000 - 300\,000 = 609\,000$.
- Прошел месяц: 1 августа 2013 года: долг $(1 + 0,01)609\,000 - 300\,000 = 315\,090$.
- Прошел месяц: 1 сентября 2013 года: долг $(1 + 0,01)315\,090 - 300\,000 = 18\,240,9$. Умножения на самом деле не очень сложные, да и умножать приятнее, чем делить.
- Прошел месяц: 1 октября 2013 года: долг $(1 + 0,01)18\,240,9 = 18\,423,309 < 300\,000$, кредит погашен. Итого прошло 4 месяца.

Ответ: 4 месяца.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность рассуждений.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

11

а) Решите уравнение $2\cos 2x + 8\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

Решение:

а) Используя формулу косинуса двойного угла $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ и формулу приведения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$, преобразуем исходное уравнение к виду:

$$4\sin^2 x - 8\sin x - 5 = 0; (2\sin x + 1)(2\sin x - 5) = 0.$$

$$\text{Отсюда } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ или } \sin x = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Если } \sin x = -\frac{1}{2}, \text{ то } x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{или } x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\sin x = \frac{5}{2}$ корней не имеет, так как $\frac{5}{2} > 1$.

б) С помощью числовой окружности (см. рис. 27) отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

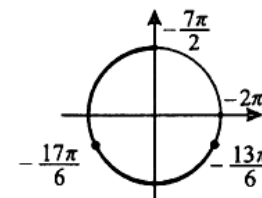


Рис. 27

Получим числа $-\frac{17\pi}{6}$ и $-\frac{13\pi}{6}$.

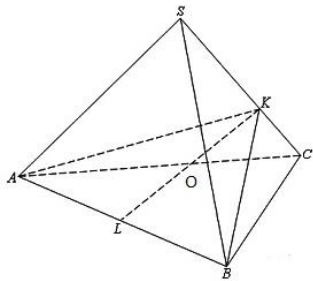
Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или пункте б, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

12

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AB проведено сечение, перпендикулярное ребру SC , площадь которого равна 18. Найти длину бокового ребра пирамиды

Решение:



1) Для того, чтобы построить сечение через прямую AB и перпендикулярно SC , нам необходимо опустить перпендикуляры из точек A и B на SC , их общая точка куда попадут перпендикуляры K (из равенства боковых плоскостей следует, что высоты этих треугольников попадут в одну точку). Искомое сечение AKB

2) Опустим в треугольнике AKB высоту KL из вершины K , она будет и медианой и биссектрисой, потому что треугольник равнобедренный ($AK=KB$)

3) Зная площадь сечения, найдем KL .

$$\frac{1}{2} KL \cdot AB = S \Rightarrow KL = 2 \frac{S}{AB} \Rightarrow KL = \frac{18}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

4) По формуле медианы равностороннего треугольника, найдем LC .

$$LC = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6$$

5) Треугольник KLC прямоугольный с прямым углом K (из построения). Найдем $\sin \angle KCL$.

$$\sin \angle KCL = \frac{KL}{LC} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle KCL = 60^\circ \Rightarrow \angle KLC = 30^\circ$$

6) По свойству медианы

$$CO = \frac{2}{3} \cdot CL$$

7) По свойству прямоугольного треугольника CSO ($\angle CSO = 30^\circ$):

$$SC = 2CO = 8$$

Ответ: $SC = 8$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Допущена единичная вычислительная либо логическая ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

13

Решите неравенство:

$$\frac{8^{-x} - 5 \cdot 0,5^x}{2^{-x} - 2^{x+4}} \geq 0.$$

Решение.

Сделаем замену $y = 2^{-x}, y > 0$.

$$\frac{y^3 - 5y}{y - \frac{16}{y}} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{y^2(y^2 - 5)}{y^2 - 16} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(y - \sqrt{5})(y + \sqrt{5})}{(y - 4)(y + 4)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq |y| \leq \sqrt{5}, \\ |y| > 4. \end{cases}$$

Учитывая, что $y = 2^{-x} > 0$, получаем $0 < 2^{-x} \leq \sqrt{5}$ или $2^{-x} > 4$, откуда находим множество решений первого неравенства системы: $(-\infty, -2) \cup [-\log_4 5, +\infty)$.

Ответ: $(-\infty, -2) \cup [-\log_4 5, +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Допущена единичная вычислительная либо логическая ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2