Промежуточная аттестация по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
административной контрольной работы
по МАТЕМАТИКЕ
10 класс

(технологический профиль)

подготовлен
краевым государственным автономным
общеобразовательным учреждением
«КРАЕВОЙ ЦЕНТР ОБРАЗОВАНИЯ»

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов административной контрольной работы в 2020 г. следует иметь в виду, что задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольную работу, а лишь дают представление о структуре работы, количестве заданий, их форме и уровне сложности. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться в АКР-2020, описан в спецификации и соответствует кодификатору элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике (утвержденным директором ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» 07.11.2019 г.).

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ.

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 16 заданий.

Часть 1 состоит из 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Правильное решение каждого из заданий №№ 1-8 оценивается 1 баллом.

Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 4 задания повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Правильное решение каждого из заданий №№ 9-12 оценивается 1 баллом, каждого из заданий №№13-16 оценивается 2 баллами. При выполнении заданий 13-16 требуется записать полное решение и ответ. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии решения в заданиях №№13-16 второй части оценивается в 0 баллов.

Максимальное количество баллов за выполнение всей работы – 20.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 105 мин.

Первая часть экзаменационной работы (задания №№1-12) рассчитана на 45 минут и выполняется в автоматическом тестовом режиме программы MyTest[Pro]. При выполнении заданий части 1 полученные ответы необходимо ввести в специальное поле тестовой программы, отведенное для ответа.

Вторая часть экзаменационной работы рассчитана на 60 минут. Решение заданий №№13-16 оформляется письменно на отдельном бланке, который прилагается к тесту и выдается каждому учащемуся. Правильность выполнения заданий №13-16 проверяется отдельно и количество баллов за него суммируется с результатами тестовой части.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в ПОЛЕ ДЛЯ ОТВЕТА программы тестирования MyTest[Pro]. Единицы измерения писать не нужно.

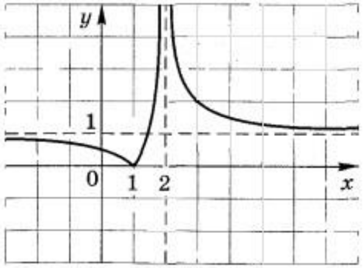
1 Найдите значение выражения

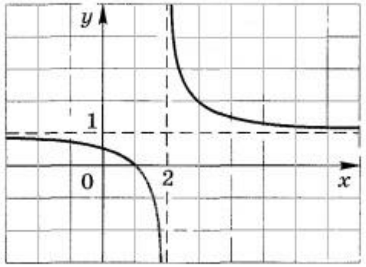
$$\frac{4x-9y}{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}-\sqrt{y},\ \text{если}\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=7$$

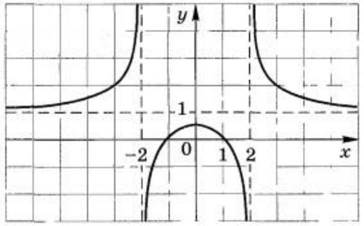
Ответ: ____________________________

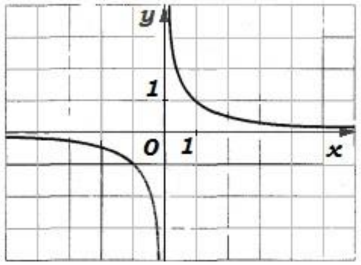
2 Установите соответствие между функцией и ее графиком

А	Б	В	Г
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f(x)=\frac{1}{x-2}+1$	$f(x)=\left\lvert\frac{1}{x-2}+1\right\rvert$	$f(x)=\frac{1}{\lvert x\rvert-2}+1$

1. 

2. 

3. 

4. 

Ответ:

А	Б	В	Г

3 Решите уравнение $\log_x(3+2x)=2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них

Ответ: ____________________________

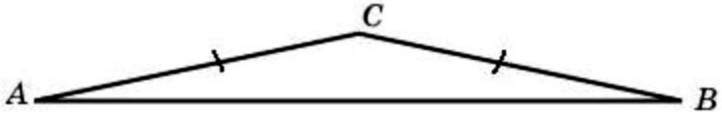
4 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным

Ответ: ____________________________

5 Решите неравенство $(0{,}5)^{5x+3}\geq 4$. В ответе укажите наибольшее значение x, удовлетворяющее этому неравенству

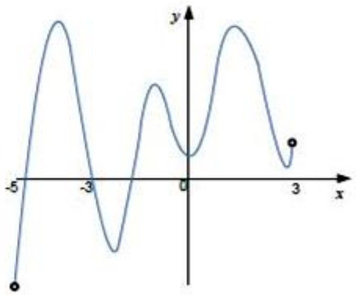
Ответ: ____________________________

6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150°. Боковая сторона треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.



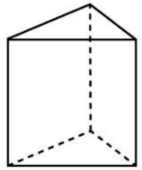
Ответ: ____________________________

7 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-5;3)$. Найдите количество точек на интервале $(-3;3)$, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=-2$



Ответ: ____________________________

8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы



Ответ: ______________________________

Часть 2

9 Найдите $5\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Ответ: ______________________________

10 Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где m=1200 кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения g=10 м/с^2, а π=3, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите метрах

Ответ: ______________________________

11 Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси

Ответ: ______________________________

12 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 12) + 2$

Ответ: ______________________________

<u>Не забудьте перенести все ответы в поле тестовой программы.</u>

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\cos 2x + 8\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

14 В правильной треугольной пирамиде SABC с вершиной S сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AB проведено сечение, перпендикулярное ребру SC, площадь которого равна 18. Найти длину бокового ребра пирамиды

15 Решите неравенство

$$\log_2^2(16 + 6x - x^2) + 10\log_{0,5}(16 + 6x - x^2) + 24 \succ 0$$

16 Найдите все значения *b*, при каждом из которых уравнение $\frac{x^3 - 6x^2 + 3x}{|x|} = b$ имеет ровно три корня

Ответы и критерии оценивания

Каждое из заданий 1 – 12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14	4213	3	0,019	-1	100	5	10	-1	0,2	60	3

Решения и критерии оценивания заданий 13-19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13-19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены.

Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение $2\cos 2x + 8\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+3=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$

Решение:

а) Используя формулу косинуса двойного угла $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ и формулу приведения $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = \sin x$, преобразуем исходное уравнение к виду:

$4\sin^2 x - 8\sin x - 5 = 0$; $(2\sin x + 1)(2\sin x - 5) = 0$.

Отсюда $\sin x = -\frac{1}{2}$ или $\sin x = \frac{5}{2}$.

Если $\sin x = -\frac{1}{2}$, то $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$,

или $x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Уравнение $\sin x = \frac{5}{2}$ корней не имеет, так как $\frac{5}{2} > 1$.

б) С помощью числовой окружности (см. рис. 27) отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

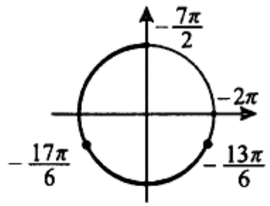


Рис. 27

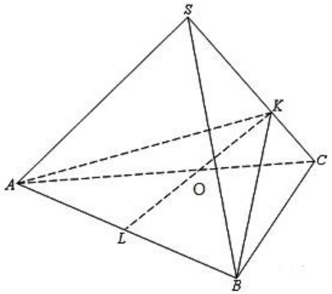
Получим числа $-\frac{17\pi}{6}$ и $-\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$; $\frac{7\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$; б) $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или пункте б, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*

14 В правильной треугольной пирамиде SABC с вершиной S сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AB проведено сечение, перпендикулярное ребру SC, площадь которого равна 18. Найти длину бокового ребра пирамиды

Решение:



1)Для того, чтобы построить сечение через прямую AB и перпендекулярно SC, нам необходимо опустить перпендекуляры из точек A и B на SC, их общая точка куда попадут перпендекуляры K (из равенства боковых плоскостей следует, что высоты этих треугольников попадут в одну точку). Искомое сечение AKB

2)Опустим в треугольнике AKB высоту KL из вершины K, она будет и медианой и биссектрисой, потому что треугольник равнобедренный ($AK=KB$)

3)Зная площадь сечения, найдем KL.

$$\frac{1}{2}KL\cdot AB=S\Rightarrow KL=2\frac{S}{AB}\Rightarrow KL=\frac{18}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$$

4)По формуле медианы равностороннего треугольника, найдем LC.

$$LC=\frac{AB\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=6$$

5)Треугольник KLC прямоугольный с прямым углом K (из построения). Найдем $sin\angle KCL$.

$$sin\angle KCL=\frac{KL}{LC}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\angle KCL=60^\circ\Rightarrow\angle KLC=30^\circ$$

6)По свойству медианы

$$CO=\frac{2}{3}\cdot CL$$

7)По свойству прямоугольного треугольника $CSO(\angle CSO=30^\circ)$:

$$SC=2CO=8$$

Ответ: $SC=8$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Допущена единичная вычислительная либо логическая ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*

15 Решите неравенство

$$\log_2^2\left(16+6x-x^2\right)+10\log_{0,5}\left(16+6x-x^2\right)+24\succ 0$$

Решение:

Пусть $t=\log_2\left(16+6x-x^2\right)$, тогда неравенство примет вид:

$$t^2-10t+24>0;\ (t-4)(t-6)>0,$$

откуда $t<4$; $t>6$.

При $t<4$ получим: $\log_2\left(16+6x-x^2\right)<4$; $0<16+6x-x^2<16$; $0<x^2-6x<16$, откуда $-2<x<0$; $6<x<8$.

При $t>6$ получим: $\log_2\left(16+6x-x^2\right)>6$; $16+6x-x^2>64$; $x^2-6x+48<0$; решений нет.

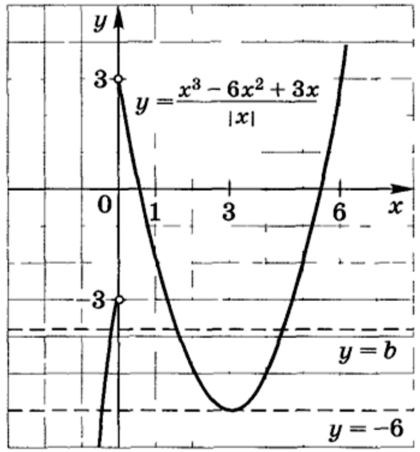
Решение исходного неравенства: $-2<x<0$; $6<x<8$.

Ответ: $(-2;0)$; $(6;8)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точек 0 и/или 6, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 Найдите все значения *b*, при каждом из которых уравнение $\frac{x^3-6x^2+3x}{|x|}=b$ имеет ровно три корня

Решение. Рассмотрим функцию $f(x)=\frac{x^3-6x^2+3x}{|x|}$. Она определена для всех $x\neq 0$. Для $x>0$ функцию $y=f(x)$ можно задать формулой $y=x^2-6x+3$. Графику функции $f(x)$ принадлежат лишь те точки параболы $y=x^2-6x+3$ с вершиной $(3;-6)$, для которых $x>0$. Для $x<0$ функ-



цию $y=f(x)$ можно задать формулой $y=-x^2+6x-3$. Графику функции $y=f(x)$ принадлежат лишь те точки параболы $y=-x^2+6x-3$ с вершиной (3; 6), для которых $x<0$ (эта парабола симметрична параболе $y=x^2-6x+3$ относительно оси Ox).

График функции $y=f(x)$ изображен на рисунке

Уравнение (1) имеет ровно три корня только в том случае, когда прямая $y=b$ пересекает график функции $y=f(x)$ ровно в трех точках, т. е. только при $b\in(-6; -3)$.

Ответ. $b\in(-6; -3)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Допущена единичная вычислительная или логическая ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*