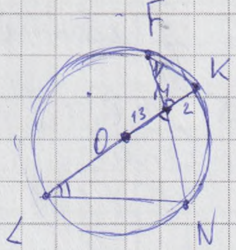
1	2	3	4	5	Итого:
7	7	7	7	6	34б
7	7	7	7	6	34

ШИФР М 407-17

Для отметок жюри

№ 11.3.



Дано: Окр$(O; OK)$

$OK = 15 \quad OM = 13$

$FN = 18 \quad$ т $M \in FN$

Найти: FM-? MN-?

7б

Решение:

$\triangle FMK$ и $\triangle LMN$

$\angle FMK = \angle LMN$, как вертикальные

$\angle KFM = \angle KLN$, как вписанные опирающиеся на одну дугу (KN)

$\Downarrow$

$\triangle FMK \sim \triangle LMN$, по двум углам. $\quad KM = OK - OM = 15 - 13 = 2$

$$\frac{FM}{ML} = \frac{KM}{MN} = \frac{FK}{LN} \qquad ML = OM + OL = 13 + 15 = 28.$$

$$MN = FN - FM = 18 - FM$$

$$\frac{FM}{ML} = \frac{KM}{MN} \qquad FM \cdot MN = KM \cdot ML$$

$$FM \cdot (18 - FM) = 2 \cdot 28$$

Пусть $FM = x$, тогда

$x \cdot (18 - x) = 56$

$18x - x^2 = 56$

$x^2 - 18x + 56 = 0$

$D = 324 - 224 = 10^2$

$x = \frac{18 \pm 10}{2}$

$x = 4; 14$, $FM = 4$ или $FM = 14$, соответственно
$MN = 14$ или $NM = 4$.

Ответ: 1) $FM = 4$ $FM = 14$, 2) $MN = 14$ $NM = 4$.

Для отметок жюри

N 11. 1.

Нет, нельзя. Изначально у нас 1 монета, автомат 1 монету меняет на 5, т.е. после каждого использования автомата кол-во монет увеличивается на 4.

$1 + 4x = 55$, ~~при~~ x - кол-во раз, как мы использовали автомат, соответственно x - целое. ?

$4x = 54$

$x = 13,5$, x получилось не целое => невозможно из 1 монеты получить 55. 7б

N 11. 2.

$a^3 + b^3 = 2021$. Рассмотрим число 2021 по модулю 9.

$2021 \pmod 9 \equiv 5$

рассмотрим остатки кубов по ~~mod~~ модулю 9.

x	x^3	$x^3 \bmod 9$
1	1	1
2	8	8 (-1)
3	27	0
4	64	1
5	125	8 (-1)
6	216	0
7	343	1
8	512	8 (-1)
9		0

можно увидеть закономерность остатков кубов по модулю 9, соответ ~~ств~~ ственно дальше числа будут давать такие ~~же~~ остатки $\{0; 1; 8\}$.

$a^3 + b^3 = 2021$

mod 9   0,1,8   0,1,8   5

Соответственно в сумме остатки кубов ~~чисел~~ никогда не дадут остаток 5. => А какие дадут? ~~два целых числа~~ таких двух чисел, ~~чтобы~~ сумма кубов, которых равна 2021 не существует.

Ответ: не существует.

7б

ШИФР М 407-17

Для отметок жюри

№ 11.4

7б

$P(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

$x^6 \quad x^6 + x^6$

$x^8 + 2x^7 + 2x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1 =$

$= x^6(x^2+1) + 2x^5(x^2+1) + x^4(x^2+1) + 2x(x^2+1) + x^2+1 =$

$= (x^2+1)(x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x + 1)$

Ответ: $x^8 + 2x^7 + 2x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1 =$
$= (x^2+1)(x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x + 1)$

№ 11.5.

Пусть x, y, z - белые, синие, зеленые ленты.
тогда, если бы $x + y = 8$~~0~~, то был бы шанс достать только 2 цвета $\Rightarrow x+y \leq 80$, аналогично для $x+z$ и $y+z$.

$$\begin{cases} x+y \leq 80 & \text{I} \\ x+z \leq 80 & \text{II} \\ y+z \leq 80 & \text{III} \\ x+y+z = 100 & \text{IV} \end{cases}$$

из IV $x = 100 - y - z$
подставим в I
~~100~~ $100 - y - z + y \leq 80$
$z \geq 20$ аналогично
для x и y: $x \geq 20$; $y \geq 20$

II $x + z \leq 80$, $z \geq 20$ возьмем z максим.
$x \leq 60$
аналогично ~~$x+y \leq 80$~~ для ~~y~~, z $y \leq 60$, $z \leq 60$

~~$2 \leq x, y, z \leq 60$~~

$$\begin{cases} 20 \leq x \leq 60 \\ 20 \leq y \leq 60 \\ 20 \leq z \leq 60 \\ x+y+z = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

Чтобы среди лент было точно 2 разного цвета надо достать 61. Т.к. максимальное зн-ие 1 цвета - 60, то из 61 ленты всегда будет точно две разноцветных

Ответ: 61.

~~6~~0б

Почему нельзя достать меньше, чем 61 ленту?

6 баллов