

10 класс (СЭ/ЕН)

2019-2020 уч.год

Примерный банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 5 «Тригонометрические формулы»

(Глава II. §7, §8, §9)

ТЕМА	Обучающийся научится	получит возможность
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	Отмечать на единичной окружности точки, соответствующие углам; определять значения синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; определять углы в тригонометрическом круге; соответствие каждой точки единичной окружности в координатной плоскости определённому углу; градусную и радианную меры угла и приемы их перевода из одной меры в другую; определять синус и косинус, тангенс и котангенс произвольного угла; основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$; использовать основные тригонометрические, формулы косинуса разности и косинуса суммы, синуса суммы и синуса разности двух углов, формулы для дополнительных углов, формулы суммы и разности синусов и косинусов, формулы для двойных и половинных углов, произведение синусов и косинусов, формулы для тангенсов.	Применять опорные знания для получения новых; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять изученные формулы и тождества при выполнении преобразований тригонометрических выражений, вычислять и упрощать тригонометрические выражения, используя соответствующие формулы; уметь доказывать тригонометрические тождества.

Примерные практические задания:

ТЕМА	ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)																											
Тригонометрические функции числового угла	<p>1. Существуют ли числа α, β и γ, для которых:</p> <p>а) $\sin \alpha = -0,5$, $\cos \beta = \sqrt{3}$, $\operatorname{tg} \gamma = -2,5$;</p> <p>б) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $\cos \beta = -2,2$, $\operatorname{tg} \gamma = 0,31$;</p> <p>в) $\sin \alpha = 1,3$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{10}}{4}$, $\operatorname{tg} \gamma = 5,2$;</p> <p>г) $\sin \alpha = -\frac{7}{9}$, $\cos \beta = \sqrt{2,5}$, $\operatorname{tg} \gamma = -7,5$?</p> <p>2. Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно:</p> <p>а) $-\frac{7}{25}$ и $\frac{24}{25}$; б) 0,4 и 0,7;</p> <p>в) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ и $-\frac{\sqrt{5}}{3}$; г) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\frac{1}{\sqrt{5}}$?</p> <p>3. Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными соответственно:</p> <p>а) $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{5}{3}$; б) $(\sqrt{3}-2)$ и $(\sqrt{3}+2)$;</p> <p>в) 2,4 и $-\frac{5}{12}$; г) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{2\sqrt{5}}{5}$?</p>																											
Измерение углов	<p>Определите четверть, в которой лежит угол</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td>1. 100°</td> <td>6. -830°</td> <td>11. $\frac{11\pi}{6}$</td> <td>16. $-0,8\pi$</td> </tr> <tr> <td>2. 80°</td> <td>7. $1,2\pi$</td> <td>12. $\frac{7\pi}{3}$</td> <td>17. $-0,4\pi$</td> </tr> <tr> <td>3. 300°</td> <td>8. $2,3\pi$</td> <td>13. $-\frac{2\pi}{3}$</td> <td>18. 1</td> </tr> <tr> <td>4. 700°</td> <td>9. $\frac{3\pi}{4}$</td> <td>14. $-\frac{2}{5}\pi$</td> <td>19. 4</td> </tr> <tr> <td>5. -200°</td> <td>10. $\frac{4\pi}{6}$</td> <td>15. $-\frac{7}{6}\pi$</td> <td>20. $\pi + 1$</td> </tr> </table>	1. 100°	6. -830°	11. $\frac{11\pi}{6}$	16. $-0,8\pi$	2. 80°	7. $1,2\pi$	12. $\frac{7\pi}{3}$	17. $-0,4\pi$	3. 300°	8. $2,3\pi$	13. $-\frac{2\pi}{3}$	18. 1	4. 700°	9. $\frac{3\pi}{4}$	14. $-\frac{2}{5}\pi$	19. 4	5. -200°	10. $\frac{4\pi}{6}$	15. $-\frac{7}{6}\pi$	20. $\pi + 1$							
1. 100°	6. -830°	11. $\frac{11\pi}{6}$	16. $-0,8\pi$																									
2. 80°	7. $1,2\pi$	12. $\frac{7\pi}{3}$	17. $-0,4\pi$																									
3. 300°	8. $2,3\pi$	13. $-\frac{2\pi}{3}$	18. 1																									
4. 700°	9. $\frac{3\pi}{4}$	14. $-\frac{2}{5}\pi$	19. 4																									
5. -200°	10. $\frac{4\pi}{6}$	15. $-\frac{7}{6}\pi$	20. $\pi + 1$																									
Знаки тригонометрических функций	<p>Определите знак выражения</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td>1. $\cos 40^\circ$</td> <td>5. $\cos 290^\circ$</td> <td>9. $\cos(-300^\circ)$</td> <td>13. $\cos \frac{5\pi}{3}$</td> </tr> <tr> <td>2. $\sin 70^\circ$</td> <td>6. $\operatorname{tg} 98^\circ$</td> <td>10. $\operatorname{tg}(-120^\circ)$</td> <td>14. $\sin \frac{13\pi}{5}$</td> </tr> <tr> <td>3. $\cos 113^\circ$</td> <td>7. $\operatorname{ctg} 200^\circ$</td> <td>11. $\sin \frac{\pi}{9}$</td> <td>15. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{11}$</td> </tr> <tr> <td>4. $\sin 240^\circ$</td> <td>8. $\sin(-140^\circ)$</td> <td>12. $\cos \frac{13\pi}{15}$</td> <td>16. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$</td> </tr> </table>	1. $\cos 40^\circ$	5. $\cos 290^\circ$	9. $\cos(-300^\circ)$	13. $\cos \frac{5\pi}{3}$	2. $\sin 70^\circ$	6. $\operatorname{tg} 98^\circ$	10. $\operatorname{tg}(-120^\circ)$	14. $\sin \frac{13\pi}{5}$	3. $\cos 113^\circ$	7. $\operatorname{ctg} 200^\circ$	11. $\sin \frac{\pi}{9}$	15. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{11}$	4. $\sin 240^\circ$	8. $\sin(-140^\circ)$	12. $\cos \frac{13\pi}{15}$	16. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$											
1. $\cos 40^\circ$	5. $\cos 290^\circ$	9. $\cos(-300^\circ)$	13. $\cos \frac{5\pi}{3}$																									
2. $\sin 70^\circ$	6. $\operatorname{tg} 98^\circ$	10. $\operatorname{tg}(-120^\circ)$	14. $\sin \frac{13\pi}{5}$																									
3. $\cos 113^\circ$	7. $\operatorname{ctg} 200^\circ$	11. $\sin \frac{\pi}{9}$	15. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{11}$																									
4. $\sin 240^\circ$	8. $\sin(-140^\circ)$	12. $\cos \frac{13\pi}{15}$	16. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$																									
Значения тригонометрических функций	<p>1. Вычислите значение выражения</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td>1. $\sin 135^\circ$</td> <td>10. $\sin \pi$</td> <td>16. $\operatorname{tg} 750^\circ$</td> </tr> <tr> <td>2. $\cos 210^\circ$</td> <td>11. $\cos 3,5\pi$</td> <td>17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$</td> </tr> <tr> <td>3. $\sin 300^\circ$</td> <td>12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$</td> <td>18. $\sin\left(-\frac{13}{3}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>4. $\sin 240^\circ$</td> <td>13. $\cos \frac{5}{3}\pi$</td> <td>19. $\operatorname{ctg}\left(-\frac{13}{6}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>5. $\operatorname{tg} 315^\circ$</td> <td>14. $\sin \frac{10}{3}\pi$</td> <td>20. $\cos\left(-\frac{29}{4}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>6. $\sin(-120^\circ)$</td> <td>15. $\cos(-960^\circ)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7. $\cos(-150^\circ)$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>8. $\cos \frac{2\pi}{3}$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$	16. $\operatorname{tg} 750^\circ$	2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$	17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$	3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$	18. $\sin\left(-\frac{13}{3}\pi\right)$	4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$	19. $\operatorname{ctg}\left(-\frac{13}{6}\pi\right)$	5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$	20. $\cos\left(-\frac{29}{4}\pi\right)$	6. $\sin(-120^\circ)$	15. $\cos(-960^\circ)$		7. $\cos(-150^\circ)$			8. $\cos \frac{2\pi}{3}$			9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$		
1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$	16. $\operatorname{tg} 750^\circ$																										
2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$	17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$																										
3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$	18. $\sin\left(-\frac{13}{3}\pi\right)$																										
4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$	19. $\operatorname{ctg}\left(-\frac{13}{6}\pi\right)$																										
5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$	20. $\cos\left(-\frac{29}{4}\pi\right)$																										
6. $\sin(-120^\circ)$	15. $\cos(-960^\circ)$																											
7. $\cos(-150^\circ)$																												
8. $\cos \frac{2\pi}{3}$																												
9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$																												

	<p>2. Вычислите:</p> <p>а) $\cos 17\pi$</p> <p>б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$</p> <p>в) $\operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$</p> <p>г) $\sin\left(-\frac{22\pi}{3}\right)$</p> <p>3. Найдите значение выражения:</p> <p>а) $-\sin 225^\circ$</p> <p>б) $\operatorname{tg}(-330^\circ)$</p> <p>в) $\cos(-225^\circ)$</p> <p>г) $-\operatorname{ctg} 300^\circ$</p> <p>д) $\cos(-30^\circ)$</p> <p>е) $\operatorname{ctg}(-405^\circ)$</p> <p>4. Найдите значение выражения:</p> <p>а) $2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{19\pi}{3} \cdot \sin \frac{17\pi}{6}$</p> <p>б) $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$</p> <p>5. Вычислить:</p> <p>1) $4 \sin^2 45^\circ - \cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$</p> <p>2) $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$</p> <p>3) $3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{2\pi}{3} + 7 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$</p> <p>4) $\cos \frac{\pi}{2} - 3 \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + 4 \cos(-2\pi) - 2 \sin(-3\pi)$</p> <p>5) $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$</p>																				
<p>Основные тригонометрические тождества</p>	<p>1. Вычислите</p> <p>а) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$</p> <p>б) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$</p> <p>в) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$</p> <p>г) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$</p> <p>Найдите значения остальных тригонометрических функций угла β, если известно, что $\operatorname{tg} \beta = -\frac{5}{12}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.</p> <p>2.</p> <p>3. Найдите $24 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.</p> <p>4. Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.</p>																				
<p>Формулы приведения</p>	<p>1. Преобразуйте данное выражение с помощью формул приведения</p> <p>2.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 25%;">1. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$</td> <td style="width: 25%;">5. $\operatorname{tg}(2t + \pi)$</td> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> </tr> <tr> <td>2. $\sin(\pi - t)$</td> <td>6. $\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$</td> <td>10. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right);$</td> <td>11. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right);$</td> </tr> <tr> <td>3. $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$</td> <td>7. $\operatorname{tg}(270^\circ - t)$</td> <td>12. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right);$</td> <td>13. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right).$</td> </tr> <tr> <td>4. $\cos(2\pi - t)$</td> <td>8. $\cos(t - 90^\circ)$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>9. $\sin(720^\circ + t)$</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$	5. $\operatorname{tg}(2t + \pi)$			2. $\sin(\pi - t)$	6. $\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$	10. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right);$	11. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right);$	3. $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$	7. $\operatorname{tg}(270^\circ - t)$	12. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right);$	13. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right).$	4. $\cos(2\pi - t)$	8. $\cos(t - 90^\circ)$				9. $\sin(720^\circ + t)$		
1. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$	5. $\operatorname{tg}(2t + \pi)$																				
2. $\sin(\pi - t)$	6. $\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$	10. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right);$	11. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right);$																		
3. $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$	7. $\operatorname{tg}(270^\circ - t)$	12. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right);$	13. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right).$																		
4. $\cos(2\pi - t)$	8. $\cos(t - 90^\circ)$																				
	9. $\sin(720^\circ + t)$																				

$$14. \cos(\pi - \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$15. \sin(270^\circ - \alpha) - \sin(270^\circ + \alpha)$$

$$16. \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\pi - \beta) \operatorname{tg}(-\alpha)}$$

$$17. \frac{1 - \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 - \sin^2(\pi + \alpha)}$$

$$18. \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}(180^\circ - x) + \operatorname{tg}(90^\circ + x)$$

3. Используя формулы приведения, найдите значение выражения

$$a) \frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$$

$$б) \frac{4 \cos 19^\circ}{\sin 341^\circ}$$

$$в) 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$$

$$г) -50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$$

4. Найдите $26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

6. Найдите значение выражения $5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,25$.

7. Найдите значение выражения $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}$.

8. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$.

Упростите выражение

$$9. \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).$$

10. Найдите значение выражения $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$.

11. Найдите значение выражения: $\frac{32 \cos 26^\circ}{\sin 64^\circ}$.

Формулы
двойного угла,
основные
формулы
тригонометрии

1. Найдите значение выражения $\frac{59}{\cos^2 14^\circ + 3 + \cos^2 76^\circ}$.

2. Найдите значение выражения $\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ$.

3. Вычислите:

$$a) \cos 75^\circ \quad б) \sin 75^\circ \quad в) \sin 15^\circ$$

$$г) \sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$$

$$д) \sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ$$

$$е) \cos 50^\circ \cos 5^\circ + \sin 50^\circ \sin 5^\circ$$

4. Вычислите значения выражения

$$1. \sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$$

$$2. \sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$$

$$3. \cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$$

$$4. \cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$$

$$5. \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$$

$$6. \cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$$

$$7. \cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$$

5. Найдите значение выражения:

$$a) \frac{\cos 2^\circ \cos 28^\circ - \sin 28^\circ \sin 2^\circ}{\cos 47^\circ \cos 2^\circ + \sin 47^\circ \sin 2^\circ}$$

$$8. \frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$$

$$9. \frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$$

$$10. \frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$$

$$11. \frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$$

$$12. \frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$$

$$13. \frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$$

$$б) \frac{\sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}}$$

$$в) 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 100^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\cos 40^\circ \cdot \cos 100^\circ + \sin 40^\circ \cdot \cos 10^\circ}$$

6. Вычислить $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Вычисления значений тригонометрических выражений

1. Найдите $\frac{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

2. Найдите $\frac{10\cos \alpha + 4\sin \alpha + 15}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.

3. Найдите $\frac{6\sin \alpha + \cos \alpha}{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$

4. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7\sin \alpha + 13\cos \alpha}{5\sin \alpha - 17\cos \alpha} = 3$.

5. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{3\sin \alpha - 5\cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3\cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$.

6. Найдите $\frac{3\sin \alpha + 7\cos \alpha}{4\cos \alpha - 3\sin \alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 1$

7. Найти значение выражения $\frac{5}{2 + 6\sin \alpha \cos \alpha}$, если: $\operatorname{ctg} \alpha = 10$

8. Найти значение выражения $\frac{3}{9 - 8\sin^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

Упрощение тригонометрических выражений, доказательство тригонометрических тождеств

1. Упростите выражение:

а) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha$; б) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

в) $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sqrt{2} \sin \alpha}$;

г) $\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$;

д) $(\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha) \operatorname{ctg} \alpha$;

е) $\frac{1 - 2 \cos^2 \beta}{\cos \beta + \sin \beta}$; д) $\frac{\sin^2 t - 1}{\cos^4 t} + \operatorname{tg}^2 t$.

ж) $\frac{2 \sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \sin \beta}$;

з) $\frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha}$;

и) $\operatorname{ctg}^2 \alpha (1 - \cos 2\alpha) + \cos^2 \alpha$.

2. Докажите тождества:

$$1. 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

$$2. \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$$

$$3. \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$$

$$4. \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$$

$$5. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$10. \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha;$$

$$12. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha.$$

$$15. \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right);$$

$$6. \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$7. \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$$

$$8. \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$9. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$$

$$11. \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$13. (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = \sin^2 \alpha;$$

$$14. (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = \cos^2 \alpha;$$