

9.3, 9.5 (профильный уровень)

2019-2020 уч.год

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике (учебник Макарычев Ю.Н., углублённый уровень)

Модуль №3

"Уравнения и неравенства с одной и с двумя переменными. Системы уравнений и неравенств"

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

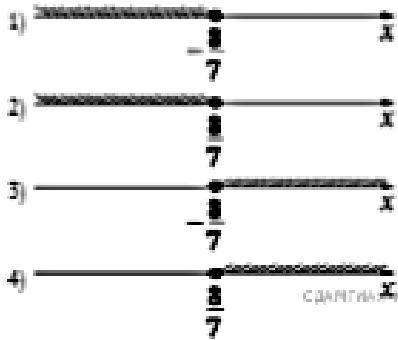
Тема №1. "Уравнения и неравенства с одной переменной"

Элементы содержания	Предметные умения
<p>Глава 2</p> <p>§ 4. Уравнения с одной переменной.</p> <p>П.9. Целое уравнение и его корни.</p> <p>П.10. Приемы решения целых уравнений.</p> <p>П.11. Решение дробно-рациональных уравнений.</p> <p>§ 5. Неравенства с одной переменной.</p> <p>П.12. Решение целых неравенств с одной переменной.</p> <p>П.13. Решение дробно-рациональных неравенств с одной переменной.</p> <p>§ 6. Уравнения и неравенства с переменной под знаком модуля.</p> <p>П.14. Решение уравнений с переменной под знаком модуля.</p> <p>П.15. Решение неравенств с переменной под знаком модуля.</p> <p>§ 7. Уравнения с параметрами.</p> <p>П.16. Целые уравнения с параметрами.</p> <p>П.17. Дробно-рациональные уравнения с параметрами.</p>	<p>Умения определять целые уравнения, находить их степень; доказывать, что уравнение не имеет целых корней или находить эти корни; решать целые уравнения, выше второй степени, разложением на множители, с помощью замены переменной и графическим методом; решать дробно-рациональные уравнения.</p> <p>Умения решать неравенства первой степени, неравенства второй степени с помощью параболы, неравенства второй и более высоких степеней методом интервалов; решать дробно-рациональные уравнения методом интервалов.</p> <p>Умения решать уравнения с одной переменной под знаком модуля; решать неравенства с одной переменной под знаком модуля с помощью геометрического смысла модуля, с помощью определения модуля (методом промежутков), графическим способом, заменой переменной и заменой неравенства равносильной системой или совокупностью.</p> <p>Умения решать линейные, квадратные, биквадратные, дробно-рациональные, а также уравнения, содержащие модуль, с параметром.</p>

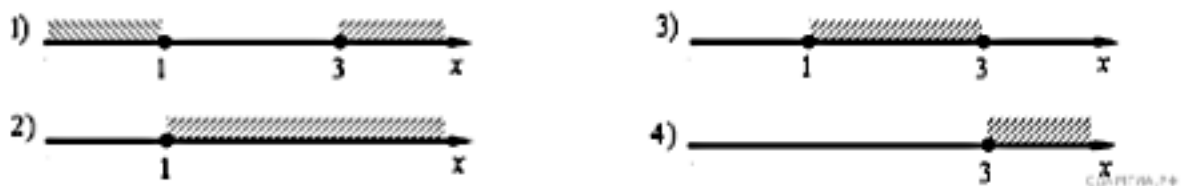
8.	Решите уравнение: $(2x - 5)(2x + 5) - 2x(3 + 2x) = 5$.
9.	Решите уравнение: $x^2 + 4 - 4x^3 - 16x = 0$.
10.	Решите уравнение: $x^5 + x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 8x + 8 = 0$;
11.	Найдите сумму квадратов корней уравнения: $2x^3 - 72x = 0$.
12.	Решите уравнение: а) $x^6 - 36 = 0$; б) $-x^5 - 7 = 0$
13.	Сколько корней имеет уравнение $(x - 1)^2 - 5 = \frac{2}{x}$ (используйте графическую интерпретацию)?
14.	Найдите нули функции $f(x) = x^4 + 8x^2 - 9$. 1) 1; 3 2) -1; -3 3) -3; -1; 1; 3 4) -1; 1
15.	Решите уравнение: $x^4 - 12x^2 - 64 = 0$.
16.	Решите уравнение $(x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0$. 1) -2; 0; 2 3) -2; 2 2) $-\sqrt{5}$; -1; 1; $\sqrt{5}$ 4) -2; -1; 1; 2
17.	Решите уравнение: $(x^2 - 10)^2 + 12(x^2 - 10) + 11 = 0$.
18.	Решить уравнения: а) $(x^2 + 4x)^2 - (x + 2)^2 = 416$; б) $(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 = 73$; в) $(x^2 + 6x)^2 - 4(x + 3)^2 = 156$; г) $3(x^2 + 2x)^2 = 35(x + 1)^2 + 115$.
19.	Решите возвратное уравнение: а) $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$; б) $4x^4 - 8x^3 - 37x^2 - 8x + 4 = 0$
20.	Зная, что один из корней уравнения $4x^4 - 12x^3 + 13x^2 - 12x + a = 0$ равен 2, найдите a и другие корни уравнения.
21.	При каких значениях p уравнение $x^2 + px + 3 = 0$ имеет ровно два корня? 1) $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$ 3) $(-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; \infty)$ 2) $(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ 4) $(2\sqrt{3}; \infty)$
22.	Решите уравнение: а) $ x - 2 = 3$. б) $ x^2 - 2x - 4 = 4$. в) $ x^2 + 2x - 1 = x + 1 $. г) $ x^2 - 4x + 3 = 2x - 5$. д) $x^2 - 4 x - 3 - 2x - 7 = 0$. е) $ x + 1 + x - 4 = 5$.
23.	Найдите наибольший корень уравнения: а) $ x^2 - 5x + 4 = 4$ б) $ x^2 - 2x - 4 = 3x - 2$.
24.	При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a = 0$ имеет один корень?
25.	Решите уравнение: а) $\frac{1}{x+3} + \frac{3}{x-1} = \frac{x^2+5x+2}{x^2+2x-3}$ б) $\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 - 15 = 16\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2$.
26.	Выберите верные утверждения:

- 1) Неравенство с одной переменной, обе части которого являются рациональными выражениями, называется рациональным неравенством.
- 2) Неравенство с одной переменной, левая часть которого является рациональным выражением, называется рациональным неравенством.
- 3) Если в рациональном неравенстве левая и правая части – целые выражения, то такое неравенство называется целым неравенством.
- 4) Если в рациональном неравенстве левая часть – целое выражение, то такое неравенство называется целым неравенством.
- 5) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) > 0$.
- 6) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенствам $P(x) > 0$ и $Q(x) > 0$.
- 7) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно системе $\begin{cases} P(x)Q(x) < 0; \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = 0. \end{cases}$
- 8) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) \leq 0$.

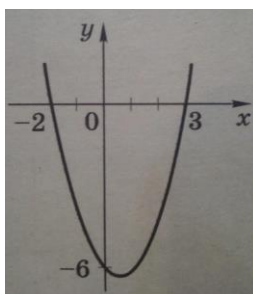
27. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $4 - 7(x + 3) \leq -9$?

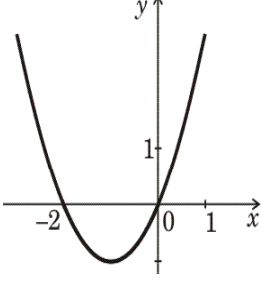



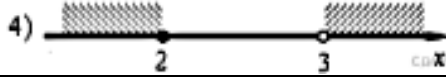


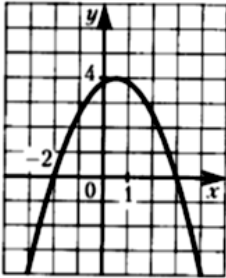
28. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$?
В ответе укажите номер правильного варианта.



29. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - x - 6$.
Используя график, решите неравенство $x^2 - x - 6 > 0$.



30.	<p>На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x < 0$.</p> 
31.	<p>Решите неравенство: а) $x^2 - 11x + 24 < 0$; б) $2x^2 + 11x - 6 > 0$; в) $-9x^2 + 12x - 4 > 0$; г) $-7x^2 - 6x + 1 \geq 0$; д) $0,1x^2 + x - 2,4 \leq 0$; е) $-2x^2 - 4x - 6 \geq 0$.</p>
32.	<p>Найдите множество решений неравенства: а) $7x(7x - 4) + 2(7x + 2) \geq 0$; б) $3p(p - 2) < 2p(p + 4) - (p - 16)$</p>
33.	<p>Решите неравенство $x^2 + x \geq 0$. В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <p>1) $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ 2) $[-1; 0]$ 3) $(-1; 0)$ 4) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$</p>
34.	<p>Решите неравенство $x^2 - 4x - 4 > 0$. 1) $(-\infty; -5] \cup (1; \infty)$ 2) $(-1; 5)$ 3) $(-5; 1)$ 4) $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$</p>
35.	<p>Решите неравенство $(5x - 2)(2 - x) \geq 0$. 1) $[2; 2,5]$ 2) $[0,4; 2]$ 3) $(-\infty; 0,4] \cup [2; \infty)$ 4) $(0,4; 2)$</p>
36.	<p>Решите неравенство: $(x + 2)(1 - x)(4x - 10) \leq 0$.</p>
37.	<p>Решите неравенство: $\frac{x-2}{3-x} \geq 0$</p> <p>На каком из рисунков изображено множество его решений? В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
38.	<p>Решите неравенства: а) $(x - 0,3)(6x - 1)(5 - 2x) > 0$; б) $(2x - 7)(x + 6)(4 - x) \leq 0$; в) $x^2(x + 3)(3 - 2x) > 0$; г) $x(2x + 3)(x - 1,6)^2 > 0$.</p>
39.	<p>Найдите множество решений неравенств: а) $7x^3 - 2x^2 - 28x + 8 > 0$; б) $x^3 + 6x^2 - x - 6 < 0$;</p>
40.	

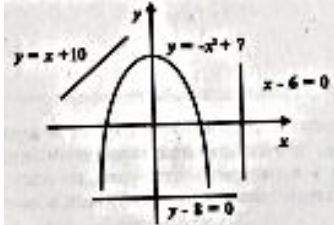
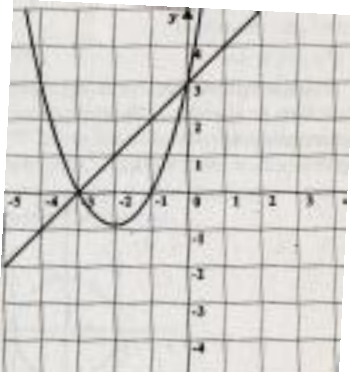
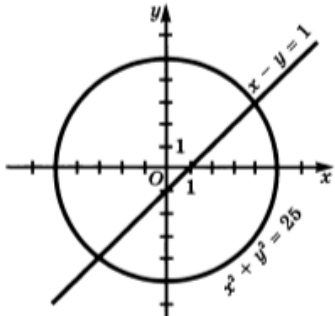
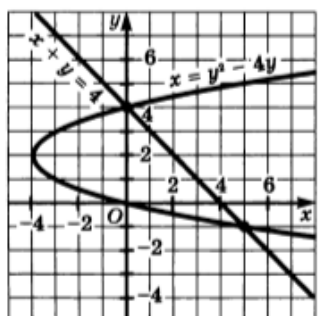
	Решите неравенство: а) $(x - 8)^2(x^2 - 3x + 4) > (x - 8)^2(x + 1)$; б) $(2x - 3)^4(x^2 - x) > (x - 1)(2x - 3)^4$; в) $(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 1) < (x - 2)^2(x + 5)$; г) $(x + 6)^2(x^2 + x - 1) < (x^2 + 3x)(x + 6)^2$.
41.	Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$ задана графически (рис. 5), D – дискриминант соответствующего квадратного трехчлена. Какое из высказываний верно?  Рис. 5 1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D < 0$ 4) $a < 0, D > 0$
42.	Решите неравенство $f(x) \geq 0$ (рис. 5). 1) $(-\infty; -2] \cup [3; \infty)$ 2) $(-2; 3)$ 3) $[-2; 3]$ 4) $(-\infty; 4]$
43.	Решите неравенства: а) $\frac{x^3 - 5x^2 + 3x - 15}{x^2 + 4x - 12} > 0$. б) $\frac{x^3 - 3x + 2}{(x - 1)^2(x^2 - 9)} < 0$. в) $\frac{(x - 2)^2(x + 3)}{(x + 5)(x - 7)} \geq 0$.
44.	Решите двойное неравенство: а) $3 \leq \frac{5x - 1}{2x - 3} \leq 5$. б) $2 < \frac{3x - 8}{x + 1} < 3$; в) $-1 < \frac{x - 8}{x + 1} < 3$; г) $1 \leq \frac{4 + x}{3x + 2} \leq 2$.
45.	Решить систему неравенств: а) $\begin{cases} \frac{x + 5}{x - 4} > \frac{x + 3}{x - 1}, \\ 3x - 7 > x + 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x + 3}{x + 2} \leq \frac{2x + 1}{x}, \\ 3(2 - x) \geq 7x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{6x + 1}{3x} \geq \frac{2x}{x + 4}, \\ 13 - 12x > x. \end{cases}$
46.	Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} x^2 - 2x - 48 < 0, \\ 3x - 6 > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 9y^2 - 30y + 25 > 0, \\ 0,2y - 0,1 > 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 1,4x^2, \\ 9x^2 + 5x - 4 < 0. \end{cases}$
47.	Решите неравенство: а) $ x + 1 < 5$. б) $ x^2 - 5x > 6$. в) $ x^2 - 5x - 6 < x + 10$. г) $ x^2 - 7x + 6 > x^2 + x - 2$. д) $ x^2 - x < x - 10 $. е) $ x + 1 + x + 4 < 5$.
48.	Решите неравенство: $x^2 + x - 2 < 0$.
49.	Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$. 1) $[-\frac{1}{2}; 1]$ 2) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; \infty)$ 3) $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup (1; \infty)$ 4) $(-\frac{1}{2}; 1)$

Тема №2. "Системы уравнений и системы неравенств с двумя переменными"

Элементы содержания	Предметные умения
<p>Глава 3. § 8. Уравнения второй степени с двумя переменными и их системы. П.18. Уравнение с двумя переменными и его график. П.19. Система уравнений с двумя переменными. П.20. Решение систем уравнений с двумя переменными способом подстановки и способом сложения. П.21. Другие способы решения систем уравнений с двумя переменными. П.22. Решение задач. § 9. Неравенства с двумя переменными и их системы. П.23. Линейное неравенство с двумя переменными. П.24. Неравенство с двумя переменными степени выше первой. П.25. Система неравенств с двумя переменными. П.26. Неравенства с двумя переменными, содержащие знак модуля.</p>	<p>Умения определять степень уравнения с двумя переменными, строить графики уравнений второй степени с двумя переменными; решать системы уравнений с двумя переменными разными способами; решать системы, содержащие однородные и симметрические многочлены, используя замену $x + y = a$, $xy = b$; составлять систему уравнений по условию задачи.</p> <p>Умения строить график линейного неравенства с двумя переменными; строить график неравенства с двумя переменными степени выше первой; изображать в координатной плоскости множество решений системы неравенств с двумя переменными и содержащих переменную под знаком модуля.</p>

Примерные практические задания:

1.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство. 2) Два уравнения, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными уравнениями. 3) Два уравнения, имеющие одно равное решение, называют равносильными уравнениями. 4) Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство. 5) Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости. 6) Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство, называется решением системы. 7) Пара значений переменных, называется решением системы.
2.	

	Какая из перечисленных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 5; \\ 3x - y^2 = -3. \end{cases}$ а) (2; 3) б) (-3; 2) в) (-6; 11) г) (8; 3).
3.	Сколько решений уравнения $(x + 3)^2 - y^2 + 3y = 0$ находится среди пар чисел (-3; 3); (-1; -2); (0; 0); (-3; 0).
4.	Укажите значение суммы $x_1 + y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы $\begin{cases} x + y = 4; \\ x - 2y = 1. \end{cases}$
5.	Укажите значение произведения $x_1 \cdot y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы $\begin{cases} x + y = 4; \\ y^2 - x^2 = 8. \end{cases}$
6.	Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} y = \frac{2}{x}; \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$ (воспользуйтесь графической интерпретацией).
7.	На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите, сколько решений имеет каждая система: а) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y = x + 10. \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ x - 6 = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y - 8 = 0. \end{cases}$ 
8.	Найдите значение выражения $xу$, если $(x; y)$ – решение системы $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}; \\ x + y = 12. \end{cases}$
9.	а) На рисунке 1 изображены графики функций $y = x^2 + 4x + 3$ и $y = x + 3$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3; \\ y = x + 3. \end{cases}$ б) Решите систему уравнений, используя графики функций: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x - y = 1. \end{cases}$ в) Решите систему уравнений, используя графики функций: $\begin{cases} x = y^2 - 4y \\ x + y = 4 \end{cases}$   
10.	Какая фигура является графиком уравнения:

	<p>а) $2x = 5 + 3y$; г) $(x + 1,5)(x - 4) = 0$; б) $6x^2 - 5x = y - 1$; д) $xy - 1,2 = 0$; в) $2(x + 1) = x^2 - y$; е) $x^2 + y^2 = 9$?</p>
11.	<p>Постройте график уравнения: а) $3x - 5y - 15 = 0$; б) $(x + 3)(y - 5) = 0$; в) $xy + 12 = 0$; г) $x^2 + y^2 = 16$; д) $x^2 - 2 x - y = 0$; е) $3 y + x^2 = 0$. ж) $(x - 3)^2 + y^2 = 9$; з) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$; и) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$; к) $x = y^2 + 2y - 8$. л) $9x^2 + y^2 = 4$; м) $3xy = 12$; н) $x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 4$; о) $\frac{1}{2}xy = 6$.</p>
12.	<p>Решить систему уравнений методом подстановки: а) $\begin{cases} 2x^2 + x - 3y - 16 = 0, \\ y - x^2 + 6 = 0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^2 - 2y^2 + x + 16 = 0, \\ x - 2y + 7 = 0. \end{cases}$</p>
13.	<p>Решите систему методом сложения: а) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + x = -6, \\ x^2 - 3y^2 = -11. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 - y = -6, \\ 2x^2 - 3y^2 = -4; \end{cases}$</p>
14.	<p>Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} 9x^2 - y^2 - 3x + y = 0, \\ x^2 + y = xy. \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = -2, \\ (x - y)^2 + x + y = 10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x^2 + 4xy - 5y = 1, \\ x^2 + xy - 6y^2 = 0; \end{cases}$</p>
15.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное неравенство. 2) Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных. 3) Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$ или $ax + by > c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа. 4) Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа. 5) Функция с областью определения X и областью значений Y называется обратимой, если обратное ей соответствие между множеством Y и множеством X – функция. 6) Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией, обратной функции $f(x)$. 7) Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией.
16.	<p>Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением неравенства $2x^2 + xy - 3y^2 < 3$?</p>
17.	<p>Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением системы неравенств</p> $\begin{cases} xy > -6; \\ x^2 + xy + y^2 < 7? \end{cases}$
18.	<p>Изобразите график неравенства:</p> <p>а) $4x - 5y > 20$; в) $2x - y < -3$; б) $3x + 4y < 12$; г) $2x + 3y > -5$.</p>

19.	<p>Изобразить на координатной плоскости множество решений системы:</p> <p>а) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 9, \\ x - y > 0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y \leq 3, \\ 4x - 5y \leq 20. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y \leq 4, \\ 0,5x - y \geq -2. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4, \\ x^2 + y^2 - 6x \leq 0. \end{cases}$</p>
20.	<p>Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3; \\ 2 \leq y \leq 3. \end{cases}$</p>