

9.1 (технологический профиль)

2019-2020 уч.год

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике (учебник Макарычев Ю.Н., углублённый уровень)

Модуль №3

"Основные тригонометрические формулы. Соотношения между углами и сторонами треугольника. Скалярное произведение векторов".

Тема №1 (АЛГЕБРА) "Основные тригонометрические формулы"

Элементы содержания	Предметные умения
§ 18. Свойства и графики тригонометрических функций. П.46. Некоторые тригонометрические тождества.	Умение использовать некоторые тригонометрические тождества, связанные с периодичностью, чётностью и нечётностью тригонометрических функций.
§ 19. Основные тригонометрические формулы. П.50. Формулы приведения. П.51. Решение простейших тригонометрических уравнений. П.52. Связь между функциями одного и того же аргумента. П.53. Преобразование тригонометрических выражений.	Умение восстанавливать формулы приведения на основе свойств тригонометрических функций, используя тригонометрический круг. Умение выполнять преобразования тригонометрических выражений с помощью определения тригонометрических функций, формул приведения и основных тригонометрических тождеств.
§ 20. Формулы сложения и их следствия. П.54. Синус, косинус тангенс и котангенс суммы и разности двух углов. П.55. Формулы двойного и половинного углов. П.56. Формулы суммы и разности.	Уметь применять формулы: <ul style="list-style-type: none">• суммы и разности двух углов для синуса, косинуса и тангенса,• двойного и половинного углов,• суммы и разности тригонометрических функций для вычисления значения тригонометрических функций и упрощения тригонометрических выражений.

Примерные практические задания:

1. Вычислите

а) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

б) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

в) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

г) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

2. Известно, что $360^\circ < \alpha < 450^\circ$. Найдите:

а) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{15}{17}$

б) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$

г) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

3. Найдите $24 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.

4. Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

5. Вычислите:

а) $\cos 75^\circ$

б) $\sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$

в) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

г) $\sin 15^\circ$

д) $\sin 75^\circ$

е) $\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ$

ж) $\cos 50^\circ \cos 5^\circ + \sin 50^\circ \sin 5^\circ$

6. Упростите выражение:

а) $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

б) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$

в) $\sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}$

7. Преобразуйте выражение

а) $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$

б) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \\ \text{з)} \quad & \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

8. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{\sin 2x}{2 \cos x} \\ \text{б)} \quad & \frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} \\ \text{в)} \quad & \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha \\ \text{з)} \quad & 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

9. Пользуясь формулами приведения, замените данные выражения тригонометрическими функциями угла α :

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \sin(180^\circ - \alpha) \\ \text{б)} \quad & \cos(90^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

10. Найдите $26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

11. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

12. Определите знак выражения:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{\sin \frac{3\pi}{5} \cos \frac{5\pi}{3}}{\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{4}\right)} \\ \text{б)} \quad & \frac{\cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}, \text{ если } \alpha \text{ — угол второй четверти} \end{aligned}$$

13. Вычислите:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \cos 17\pi \\ \text{б)} \quad & \operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \\ \text{в)} \quad & \operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \\ \text{з)} \quad & \sin\left(-\frac{22\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

14. Вычислите (найдите значение выражения):

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \sin 225^\circ \\ \text{б)} \quad & \operatorname{tg}(-330^\circ) \\ \text{в)} \quad & \cos(-225^\circ) \\ \text{з)} \quad & -\operatorname{ctg} 300^\circ \\ \text{д)} \quad & \cos(-30^\circ) \\ \text{е)} \quad & \operatorname{ctg}(-405^\circ) \end{aligned}$$

15. Найдите значение выражения $5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,25$.

16. Найдите значение выражения $\frac{59}{\cos^2 14^\circ + 3 + \cos^2 76^\circ}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$.
18. Найдите значение выражения $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$.
19. Найдите значение выражения: $\frac{32 \cos 26^\circ}{\sin 64^\circ}$.

Часть 2.

20. Найдите значение выражения:

$$2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$$

21. Найдите значения остальных тригонометрических функций угла β , если известно, что $\operatorname{tg} \beta = -\frac{5}{12}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

22. Упростите выражение:

$$\text{а) } \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

23. Упростите выражение

$$\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \cdot \operatorname{tg} (\pi + \alpha) - \sin (\pi + \alpha) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right).$$

24. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{\cos 2^\circ \cos 28^\circ - \sin 28^\circ \sin 2^\circ}{\cos 47^\circ \cos 2^\circ + \sin 47^\circ \sin 2^\circ}$$

$$\text{б) } \frac{\sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}}$$

25. Найдите область значений функции:

$$\text{а) } y = 2\sqrt{3} - 3 \left| \cos \frac{x}{2} \right|; \quad \text{б) } y = |2\sqrt{2} - 3 \sin 2x|.$$

26. Найдите основной период функции:

$$\text{а) } y = \cos 4x; \quad \text{в) } y = 2 \operatorname{tg} \frac{3}{4} x;$$

$$\text{б) } y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right); \quad \text{г) } y = \operatorname{ctg} \left(\frac{1}{2} x - \frac{3\pi}{7} \right).$$

27. Запишите нули функции:

$$\text{а) } y = \cos 4x; \quad \text{в) } y = 2 \operatorname{tg} \frac{3}{4} x;$$

$$\text{б) } y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right); \quad \text{г) } y = \operatorname{ctg} \left(\frac{1}{2} x - \frac{3\pi}{7} \right).$$

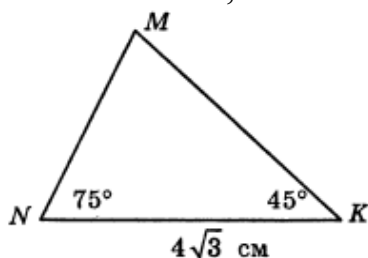
Тема №2(ГЕОМЕТРИЯ) "Соотношения между углами и сторонами треугольника. Скалярное произведение векторов"

Элементы содержания	Предметные умения
<p>§1. Синус, косинус, тангенс угла. П.97. Синус, косинус, тангенс, котангенс. П.98. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. П.99. Формулы для вычисления координат точки.</p>	<p>Оперировать понятиями единичной полуокружности, единичного круга, определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов от 0° до 180°; основное тригонометрическое тождество, формулы приведения, формулы для вычисления координат точки. Применять данные знания при решении практических задач.</p>
<p>§2. Соотношения между сторонами и углами треугольника. П.100. Теорема о площади треугольника. П.101. Теорема синусов. П.102. Теорема косинусов. П.103. Решение треугольников. П.104. Измерительные работы.</p>	<p>Применять теорему о площади треугольника, теорему синусов, теорему косинусов, а также приемы и методы решения треугольника при решении практических задач, задач на местности (измерение высоты предмета, расстояния до недоступной точки).</p>
<p>§3. Скалярное произведение векторов. П.105. Угол между векторами. П.106. Скалярное произведение векторов. П.107. Скалярное произведение в координатах. П.108. Свойства скалярного произведения векторов.</p>	<p>Применять понятие, формулы и свойства скалярного произведения векторов при решении геометрических задач.</p>

Примерные практические задания:

1. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC=8$, $\sin A=0,4$. Найдите AB.
2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{4}{5}$, $AC=9$. Найдите AB.
3. В треугольнике ABC угол C прямой, $AC = 9$, $\cos A=0,3$. Найдите AB.
4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=20$, $\operatorname{tg} A=0,5$. Найдите BC.
5. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если: а) $\cos \alpha = 1$; б) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. Известно, что $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4}$. Найдите величину $\sin \alpha + \cos \alpha$.
7. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $20\sqrt{3}$, а сторона AB равна 40. Найдите $\cos B$.
 В треугольнике ABC длины сторон AC и AB равны соответственно 9 и 7, а $\angle ABC = 150^\circ$. Найдите синус угла C.
9. Площадь прямоугольного треугольника равна $722\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

10. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.
11. Углы В и С треугольника ABC равны соответственно 65° и 85° . Найдите ВС, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 14.
12. Площадь треугольника ABC равна 60 см^2 . Найдите сторону АВ, если $AC = 15 \text{ см}$, $\angle A = 30^\circ$.
13. С помощью теорем синусов и косинусов решите треугольник ABC, если: $b=32$, $c=45$, $\angle A = 87^\circ$.
14. В треугольнике ABC $AC=12 \text{ см}$, $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. Найдите АВ и $S_{\triangle ABC}$.
15. Диагонали ромба ABCD пересекаются в точке О, и диагональ BD равна стороне ромба. Найдите угол между векторами: а) \vec{AB} и \vec{AD} ; б) \vec{AB} и \vec{DA} ; в) \vec{BA} и \vec{AD} .
16. В треугольнике ABC $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 15^\circ$, $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.
17. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$), $\angle A = \alpha$, $AC=b$, АЕ-биссектриса. Найдите АЕ.
18. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120° , если две другие стороны равны 6 см и 10 см.
19. Остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 3, 5, 7.
20. В треугольнике ABC $b=0,3$, $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. Найдите неизвестные элементы треугольника.
21. В треугольнике ABC $a=28$, $b=35$, $c=42$. Найдите угол, лежащий против меньшей стороны.
22. В треугольнике ABC $AB = 6\sqrt{3} \text{ см}$, $AC=8 \text{ см}$, $\angle A = 60^\circ$. Найдите площадь этого треугольника.
23. Две стороны треугольника равны 7 и $\sqrt{98}$ см, а угол, противолежащий большей из них, равен 45° . Найдите другие углы этого треугольника.
24. Сторона треугольника равна 18 см, а радиус описанной окружности - $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача.
25. В треугольнике две стороны равны 5 см и 16 см, а угол между ними - 120° . Найдите третью сторону треугольника.
26. Угол параллелограмма равен 45° , а стороны - $7\sqrt{2}$ см и 17 см. Найдите площадь параллелограмма и его большую диагональ.
27. Решите треугольник ABC, если $BC = 10\sqrt{3} \text{ см}$, $AB=20 \text{ см}$, $\angle A = 30^\circ$.

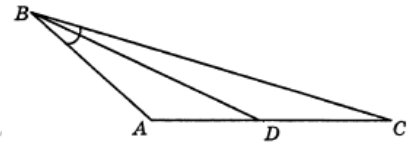


28. На рисунке сторона MN равна

29. В треугольнике ABC углы $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, сторона $BC = 3\sqrt{6}$. Найдите длину стороны AC .

30.

В треугольнике ABC сторона AB равна 8 см, сторона BC равна 12 см, $\angle ABC = 30^\circ$. BD — биссектриса угла ABC . Тогда площадь треугольника ABD равна



31. В треугольнике ABC стороны $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, BD — биссектриса. Найдите отношение площади треугольника DBC к площади треугольника ABC .

32. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 0,5. Найдите отношение синуса угла B к длине стороны AC .

33. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $\angle A = 60^\circ$ и $AC = 5\sqrt{3}$. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника ABC .

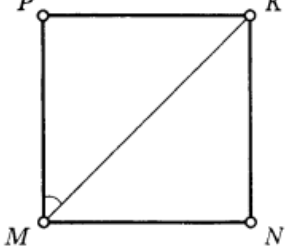
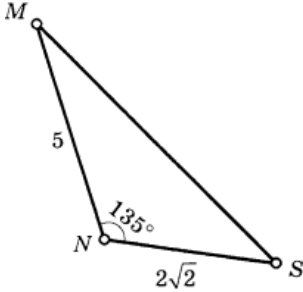
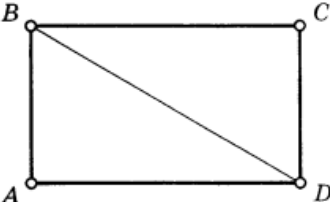
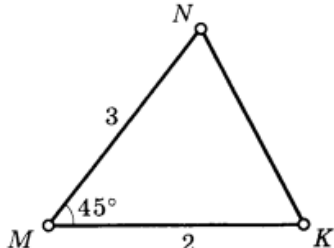
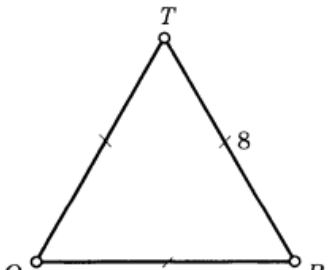
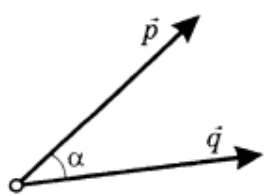
34. В равнобедренном треугольнике ABC основание AC равно 4 см, $\cos \angle B = -\frac{1}{3}$.

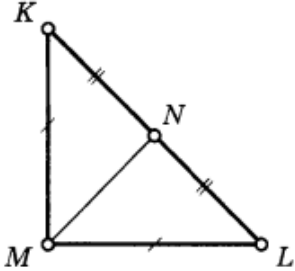
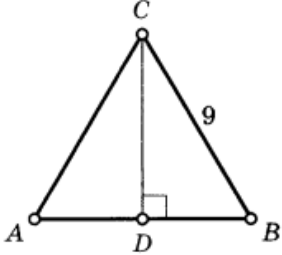
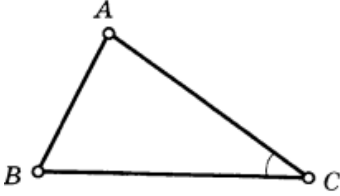
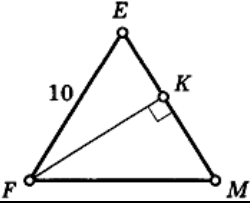
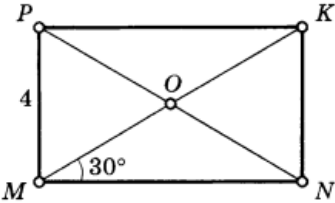
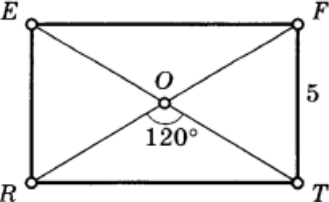
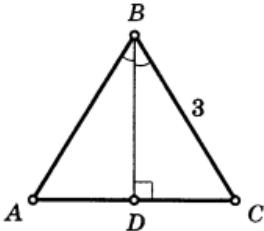
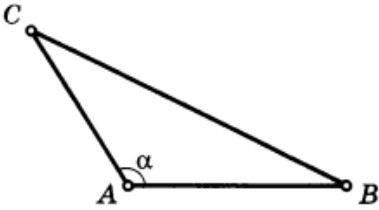
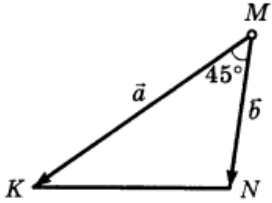
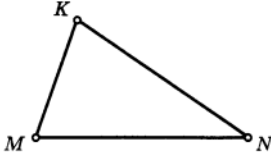
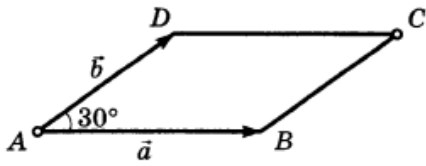
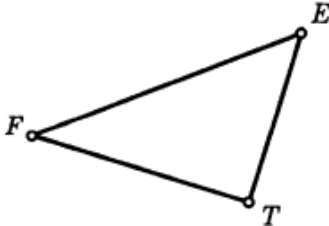
Тогда сторона AB будет равна _____

35.

В треугольнике ABC известно, что $\cos A = 0,6$, а $\angle B = 30^\circ$.

Найдите отношение длины стороны BC к длине стороны AC .

36.	<p>$MNKP$ — квадрат Найдите: $\widehat{MP}, \widehat{MK}$</p> 	37.	<p>Найдите: $\overline{NM} \cdot \overline{NS}$</p> 
38.	<p>$ABCD$ — прямоугольник $\overline{BA} = 6$, $\overline{BC} = 8$ Найдите: \overline{BD}</p> 	39.	<p>Найдите: $\overline{MN} \cdot \overline{MK}$</p> 
40.	<p>Найдите: $\overline{QR} \cdot \overline{RT}$</p> 	41.	<p>$\vec{p} \{3; -4\}$, $\vec{q} \{15; 8\}$ Найдите: $\cos \alpha$</p> 

<p>42.</p>	<p>$\angle KML = 90^\circ, KL = 2\sqrt{2}$ Найдите: $\overline{MN} \cdot \overline{KL}$</p> 	<p>43.</p>	<p>$\triangle ABC$ $AB = AC = BC$ Найдите: $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$</p> 
<p>44.</p>	<p>$A(-4; 8), B(2; 14), C(4; 0)$ Найдите: $\cos \angle C$</p> 	<p>45.</p>	<p>$\triangle FEM$ $FE = EM = FM$ Найдите: $\overline{EF} \cdot \overline{EM}$</p> 
<p>46.</p>	<p>$MNKP$ — прямоугольник Найдите: $\overline{OP} \cdot \overline{OM}$</p> 	<p>47.</p>	<p>$REFT$ — прямоугольник Найдите: $\overline{OF} \cdot \overline{FT}$</p> 
<p>48.</p>	<p>$\triangle ABC$ — равносторонний Найдите: $\overline{BD} \cdot \overline{BC}$</p> 	<p>49.</p>	<p>$A(2; 4), B(2; 8), C(6; 4)$ Найдите: $\angle CAB$</p> 
<p>50.</p>	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ Найдите: $S_{\triangle MKN}$</p> 	<p>51.</p>	<p>$M(-1; \sqrt{3}), N(1; -\sqrt{3})$ $K(0,5; \sqrt{3})$ Найдите: $\angle M$</p> 
<p>52.</p>	<p>$ABCD$ — параллелограмм $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ Найдите: S_{ABCD}</p> 	<p>53.</p>	<p>$E(-1; 5), F(2; 8), T(3; 1)$ Найдите: $\cos \angle E$</p> 

54. Вычислите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, а угол между ними равен: а) 45° ; б) 90° ; в) 135° .

55. Найдите косинусы углов треугольника с вершинами А(2; 8), В(-1;5), С(3;1).

56. Вычислите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если:

а) $\vec{a} \left\{ \frac{1}{4}; -1 \right\}$ и $\vec{b} \{2; 3\}$; б) $\vec{a} \{-5; 6\}$ и $\vec{b} \{6; 5\}$.

57. Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если

а) $\vec{a} \{-\sqrt{7}; 1\}$, $|\vec{b}| = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$;

б) $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$, $\vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}$, $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 2$

58. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} , если

$$\vec{a} = \vec{c} - \vec{d}, \vec{b} = \vec{c} + 2\vec{d}, |\vec{c}| = |\vec{d}| = 1, \angle(\vec{c}, \vec{d}) = 90^\circ$$

59. Угол между векторами $\vec{a} = \{-3; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; y\}$ равен 60° . Найдите y .

60. Вычислите $|\vec{a} - \vec{b}|$ и $|\vec{a} + \vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$ и $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} = 60^\circ$.