

Класс 9.1, 9.2, 9.3, 9.5

Тема модуля: «Функции, их свойства и графики»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Теоретическая часть

Свойства функций :

- определение функции
- область определения функции
- область значения функции
- нули функции
- возрастание и убывание функций
- промежутки знакопостоянства функции
- четные и нечетные функции
- ограниченные и неограниченные функции
- наибольшее и наименьшее значение
- виды и свойства функций:

линейная, степенная, обратная пропорциональность, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

Квадратичная функция :

- Функции $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$

График и свойства квадратичной функции

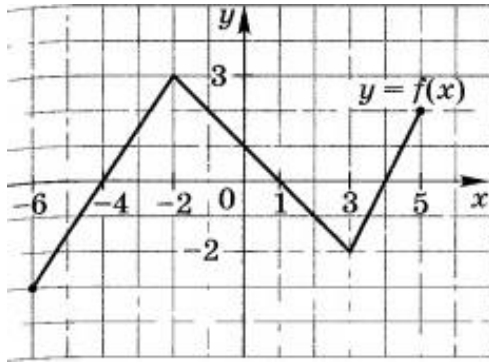
Преобразования графиков функций

Растяжение и сжатие графиков функций к оси ординат

Графики функций $y = |f(x)|$ и $y = f(|x|)$

Учащиеся должны уметь описывать элементарные свойства изученных функций, строить их графики . Выполнять преобразования графиков.

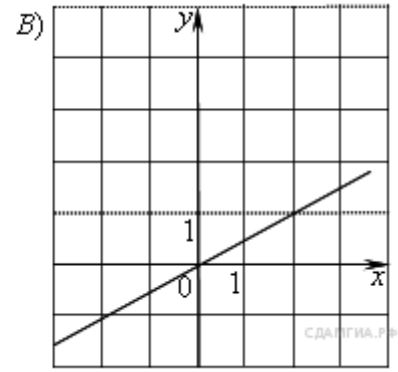
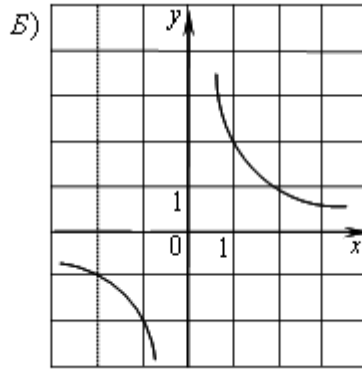
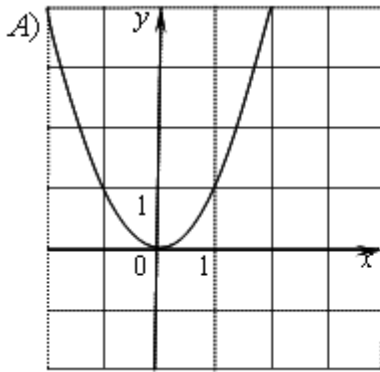
№1



Найти область определения функции, область значения функции, нули функции, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства функции, наибольшее и наименьшее значение

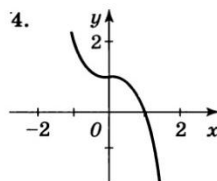
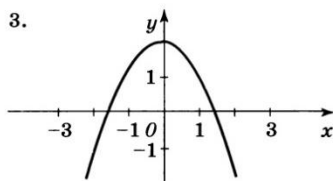
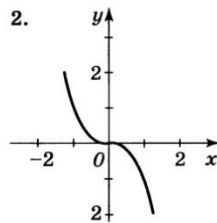
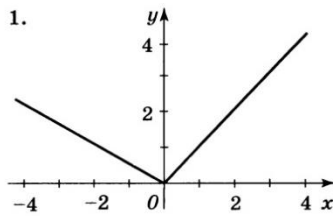
3 Найти область определения функции : $y = 5x^3 + 3$, $y = \frac{1}{\sqrt{x+7}}$, $y = \sqrt{x+9}$

4 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

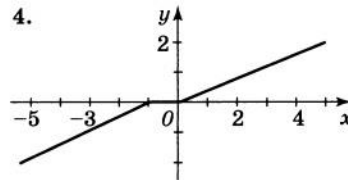
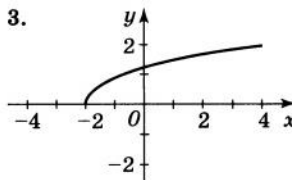
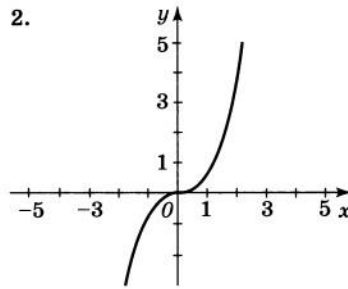
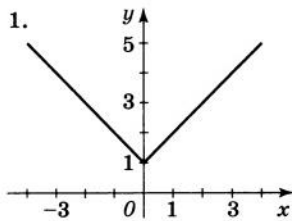


- 1) $y = x^2$
- 2) $y = \frac{x}{2}$
- 3) $y = \sqrt{x}$
- 4) $y = \frac{2}{x}$

5 Определите график четной функции



6 Определите график нечетной функции



7 В каких координатных четвертях расположены графики функций:
 $y = 2x^2 + 2$, $y = -5x^2 + 1$, $y = -3(x + 5)^2$

8 Постройте график функции $y = x^2 - 6x + 5$.
 Найти область определения функции, область значения функции, нули функции, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки заочтоостоянства функции, наибольшее и наименьшее значение

9 Найдите наименьшее целое число y из области определения функции

$$y = \sqrt{4 + x} + \frac{1}{\sqrt{15x - 5}}$$

10
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x \leq 2 \\ x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

11 Функция задана формулой $f(x) = \frac{5x - 2}{2x + 8}$. Найдите $f(0)$.

12 Укажите область определения функции, график которой $y = f(x)$ изображен на рис. 1.

- 1) $(-\infty; \infty)$
- 2) $[-8; 6]$
- 3) $(-8; 6)$
- 4) $[-5; 6]$

Укажите область значений функции, график которой $y = f(x)$ изображен на рис. 1.

- 1) $[-2; 4]$
- 2) $(-5; 6)$
- 3) $[-5; 6]$
- 4) $[-8; 6]$

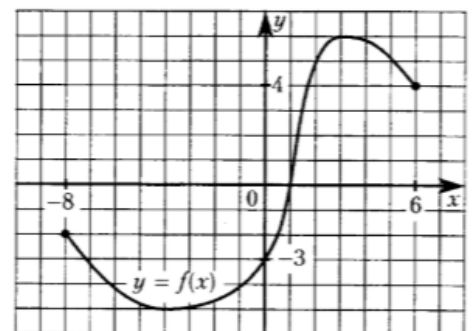
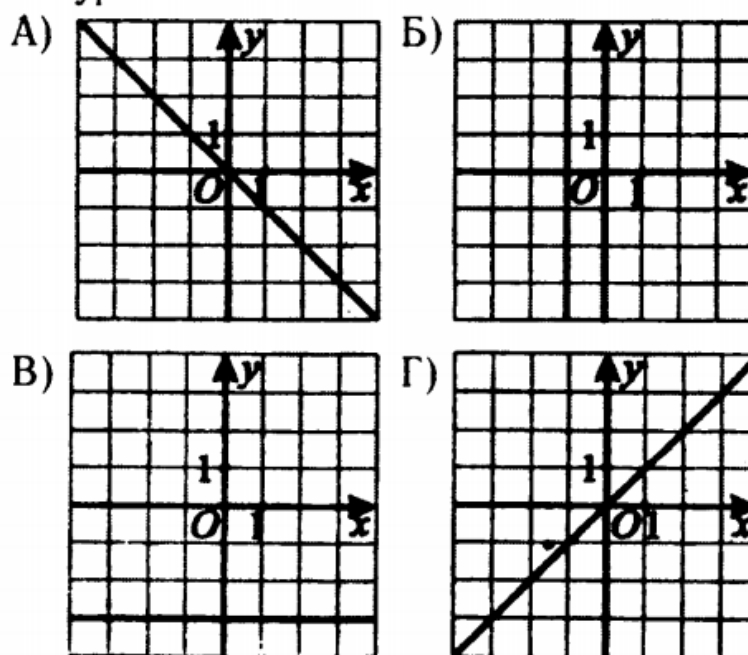


Рис. 1

13 Найдите нули функции $g(x) = \frac{(5 - 2x)(x + 3)}{x - 4}$.

- 14 Решите неравенство $f(x) > 0$, используя рис. 1.
 1) [1; 6] 2) (1; 6] 3) (1; 6) 4) (-4; 3)
- 15 Назовите промежутки убывания функции f , заданной графически на рис. 1.
 1) [-5; 6] 2) [-4; 3] 3) [-5; -2], [4; 6] 4) [-8; -4], [3; 6]
- 16 Функция задана формулой $f(x) = 5x^2 - 10x$. Найдите значения аргумента x , при которых значение функции равно -5 .
- 17 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \sqrt{3x - 7}$.
- 18 Найдите область определения функции $y = \sqrt{4 - 2x}$.
 А. $x > 2$. Б. $x < 2$. В. $x \geq \frac{1}{2}$. Г. $x \leq 2$.
- 19 Исследуйте на ограниченность функцию $y = 2x^2 - 3x - 1$.
 А. Ограничена сверху. Б. Ограничена и снизу, и сверху.
 В. Ограничена снизу. Г. Не ограничена ни снизу, ни сверху.
- 20 Среди заданных функций укажите возрастающие:
 1) $y = 2x^2$; 2) $y = 5x - 1$; 3) $y = 3 - x$; 4) $y = \sqrt{x}$.
 А. 2), 4). Б. 1), 2), 4). В. 3). Г. 1), 2).
- 21 Среди заданных функций укажите четные:
 1) $y = 2x^2$; 2) $y = \sqrt{x}$; 3) $y = 5x$; 4) $y = |x|$.
 А. 1), 3). Б. 1), 2). В. 3), 4). Г. 1), 4).
- 22 Среди заданных функций укажите нечетные:
 1) $y = 2x^2$; 2) $y = \frac{3}{x}$; 3) $y = 5x$; 4) $y = |x|$.
 А. 1), 3). Б. 2), 4). В. 2), 3). Г. 3), 4).
- 23 Найдите область значений функции $y = 4 - x^2$.
 А. $(-\infty; 4)$. Б. $(-\infty; 4]$. В. $[0; 4]$. Г. $[4; +\infty)$.
- 24 Зная, что $f(x) = \frac{4x^3}{x - 4}$, найдите $f(2) + f(-1)$.

Каждую прямую, построенную на координатной плоскости, соотнесите с ее уравнением.



- 1) $x = -1$, 2) $y = x$ 3) $y = -x$ 4) $y = -3$

Найдите координаты точки пересечения графика функции

$$y = \frac{2}{x+3} - 1 \text{ с осью абсцисс.}$$

При каких значениях аргумента x значение функции $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ равно 3?

Функция $f(x) = a(x - m)^2 + n$ задана графически (рис. 3). Определите m и n .

- 1) $m = 2, n = 3$
 2) $m = -2, n = 3$
 3) $m = 2, n = -3$
 4) $m = -2, n = -3$

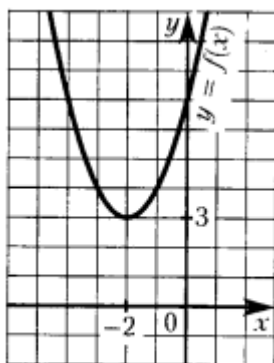


Рис. 3

Квадратичная функция задана графически (рис. 3). Что можно сказать о коэффициенте a и дискриминанте D соответствующего квадратного трехчлена?

- 1) $D > 0, a < 0$ 2) $D < 0, a > 0$ 3) $D = 0, a > 0$ 4) $D > 0, a > 0$

29

Графику функции $y = -50x^2$ принадлежит точка с координатами

- 1) $(-4; -800)$ 2) $(-4; 800)$ 3) $(-4; 200)$ 4) $(-4; -200)$

30

Найдите координаты вершины параболы $y = -2x^2 + 6x - 1$.

- 1) $(-1,5; -14,5)$ 2) $(-1,5; -3,5)$ 3) $(1,5; 3,5)$ 4) $(1,5; -14,5)$

31

Прямая $y = 5x - 1$ имеет с параболой $y = 2x^2 - x$

- 1) одну общую точку
2) две общие точки
3) три общие точки
4) ни одной общей точки

32

График функции $y = x^2 + bx + 3$ проходит через точку $A(-4; 51)$. Найдите значение параметра b .

33

Найдите наибольшее значение функции $y = -3x^2 + 12x + 8$.

34

Используя монотонность функций, решите уравнение:

а) $x^2 + 2x + 4 + \sqrt{x} = 30$;

б) $x^2 - 2x - 4 + \sqrt{-x} = -2 - \frac{2}{x}$.

35

Пользуясь свойствами монотонных функций, исследуйте на монотонность функцию:

а) $f(x) = \sqrt{-2x + 1}$; в) $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{-x}}$;

б) $f(x) = \frac{1}{x^3}$; г) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$.

36

Определите характер монотонности функции:

а) $y = \sqrt{-2x}$; г) $y = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\sqrt{x}}$;

б) $y = -\sqrt{x - 5}$; д) $y = \frac{1}{x - 4} + \frac{1}{x + 4}$;

в) $y = \frac{1}{x + 2} - \sqrt{x}$; е) $y = \frac{1}{\sqrt{x - 2}} + \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$.

37

Запишите функции $y = f(g(x))$ и $y = g(f(x))$, если:

а) $f(x) = 2x - 3, g(x) = \sqrt{x}$;

б) $f(x) = -\frac{x - 1}{3}, g(x) = -\frac{2}{x}$.

Что можно сказать о монотонности этих функций?

38

Найдите координаты вершины параболы и уравнение её оси симметрии, если функция задана формулой:

а) $y = 2x^2 - 4x + 1$; в) $y = -0,5x^2 - 4x + 1$.

б) $y = 2x^2 + 4x$;

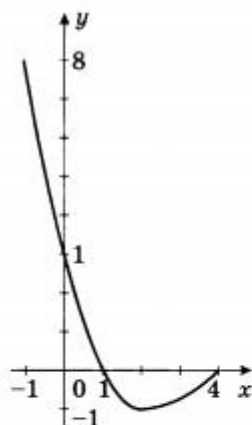


Рис. 17

На рисунке 17 изображён график функции $y = f(x)$. Пользуясь данным рисунком выполните упражнения № 2—5.

2. Найдите область определения функции.

3. Найдите область значений функции.

4. Решите уравнение $f(x) = 0$.

5. Решите неравенство $f(x) > 0$.

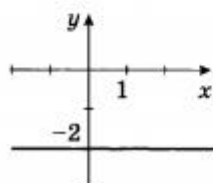


Рис. 18

6. На рисунке 18 изображён график линейной функции. Укажите формулу, задающую эту функцию.

40 Найдите область значений функции $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$

41 Найдите область значений функции и определите, является ли функция ограниченной:

а) $y = \frac{16x}{x^2 + 1}$;

г) $y = \sqrt{x^2 - 16}$;

б) $y = \frac{x^2 + 1}{8x}$;

д) $y = |x - 6| - 1$;

в) $y = \sqrt{16 - x^2}$;

е) $y = 5 - |x + 3|$.

42 Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -x + 2, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

43 Углом какой четверти является угол поворота α , если:

а) $\alpha = 850^\circ$; в) $\alpha = 369^\circ$; д) $\alpha = 920^\circ$;

б) $\alpha = -460^\circ$; г) $\alpha = -1000^\circ$; е) $\alpha = -2170^\circ$?

44 Углом какой четверти является угол поворота α , если:

а) $\alpha = 175^\circ$; в) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$; д) $\alpha = 8$?

б) $\alpha = -359^\circ$; г) $\alpha = -\frac{19\pi}{3}$;

45 Запишите в градусах угол:

а) $\frac{2}{3}\pi$; в) $\frac{7}{6}\pi$; д) $\frac{5}{3}\pi$; ж) $\frac{13}{6}\pi$;

б) $\frac{5}{6}\pi$; г) $\frac{4}{3}\pi$; е) $\frac{11}{6}\pi$; з) 3π .

46 Запишите с помощью π в радианах угол:

а) 120° ; в) -210° ; д) -300° ; ж) 540° ;

б) 150° ; г) 240° ; е) 330° ; з) -720° .

47 Найдите значение выражения $\cos \frac{\pi}{3} : \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$.

48 Найдите значение выражения $\cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$.

49 Найдите значение выражения:

а) $\frac{2 \sin 90^\circ + 3 \cos 180^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ}{4 \cos 270^\circ + \sin 270^\circ + \operatorname{tg} 180^\circ} - 3 \cos 90^\circ + \sin 60^\circ;$

б) $\frac{2 \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3}}{3 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6}} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}.$

50

Сравните:

а) $\sin 718^\circ$ и $\sin 719^\circ;$

в) $\sin \frac{12\pi}{5}$ и $\sin \frac{11\pi}{5};$

б) $\cos (-516^\circ)$ и $\cos (-514^\circ);$

г) $\cos \frac{25}{8}\pi$ и $\cos \frac{27}{8}\pi.$