

8.1, 8.2, 8.3 классы

Учебник «Алгебра» (Никольский С.М.)

2019-2020 уч.год

Тема модуля «Квадратные корни. Квадратные уравнения»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Учение научится	Ученик получит возможность научиться
Квадратные корни. 1. Понятие квадратного корня 2. Арифметический квадратный корень 3. Свойства арифметических квадратных корней. 4. Квадратный корень из натурального числа.	<p>Оперировать понятием «квадратный корень», применять его в вычислениях, выполнять преобразование выражений, содержащих квадратные корни.</p> <p>Находить значения арифметических квадратных корней, пользуясь таблицей квадратных корней, определять смысл выражения, стоящего под корнем квадратным, находить значение переменной.</p>	<p>Применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразований числовых выражений, содержащих квадратные корни.</p> <p>Использовать формулы сокращенного умножения при преобразовании выражений, содержащих квадратные корни.</p> <p>Оперировать понятием комплексного числа и выполнять действия над комплексными числами.</p>
Квадратные уравнения. 1. Квадратный трёхчлен. 2. Понятие квадратного уравнения. 3. Неполное квадратное уравнение. 4. Решение квадратного уравнения общего вида 5. Приведённое квадратное уравнение. 6. Теорема Виета. 7. Применение квадратных уравнений к решению задач.	<p>Решать квадратные уравнения, понимать уравнения как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций, решать задачи с применением квадратных уравнений.</p>	<p>Овладеть специальными приёмами решения уравнений; уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики.</p>

Примерные практические задания

<p>Арифметический квадратный корень.</p> <p>1. Арифметический квадратный корень.</p> <p>2. Вычисление и оценка значений квадратных корней.</p>	<p>Вычислите:</p> <p>а) $\sqrt{250000}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{3600}$; в) $2\sqrt{0,64}$; г) $\sqrt{0,16}$.</p> <p>д) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$</p>
<p>Свойства арифметического квадратного корня.</p> <p>1. Квадратный корень из произведения, дроби и степени.</p> <p>2. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.</p> <p>3. Преобразование двойных радикалов.</p>	<p>1) Применив свойства арифметического корня, вычислите а) $\sqrt{0,49 \cdot 0,16}$; б) $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}}$</p> <p>2) Даны числа: А). $\sqrt{36}$, Б). $\sqrt{37}$, В). $\sqrt{0,9}$, Г). $\sqrt{0,09}$. Какие из них являются иррациональными?</p> <p>3) Рациональным или иррациональным является число: а) $\sqrt{0,49}$; б) $\sqrt{21}$; в) $\sqrt{7^2 + 1}$</p> <p>4) Между какими двумя соседними натуральными числами заключено число: а) $\sqrt{10}$; б) $\sqrt{110}$; в) $\sqrt{22}$</p> <p>5) Какие целые числа заключены между числами $\sqrt{17}$ и $\sqrt{51}$. 1). 17, ..., 51 2). 3, 4, 5, 6, 7 3). 4, 5, 6, 7 4). 3, 4, 5, 6, 7</p> <p>6) Решите уравнение $\frac{1}{2}a^2 = 8$.</p> <p>7) Решите уравнение: а) $x^2=4$; б) $x^2=17$; в) $(3x - 7)^2=121$; г) $x^2 + 9=0$</p> <p>8) Решите уравнение $0,3x^2 - 1,5 = 0$.</p> <p>9) Найдите значение x, при котором $5\sqrt{x} - 7 = 0$.</p> <p>10) Найдите a, если: а) $\sqrt{a}=25$; б) $\sqrt{a}=0,4$; в) $\sqrt{a+2}=5$</p> <p>11) Найдите значение выражения для заданных значений переменных при $x=16$, $y=9$: а) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{xy}$; в) $4\sqrt{y}$</p> <p>12) Вычислите: а) $\sqrt{25 \cdot 9}$; б) $\sqrt{36 \cdot 0,09}$; в) $\sqrt{\frac{169}{25}}$;</p>

	<p>г) $\sqrt{0,81 \cdot \frac{4}{25}}$; д) $\sqrt{2^8}$; е) $\sqrt{5^4}$; ж) $\sqrt{2^8 \cdot 5^6}$</p> <p>13) Упростите выражение $\sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}$.</p> <p>14) Упростите выражение:</p> <p>а) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$; в) $2\sqrt{7} + 13\sqrt{7} - 10\sqrt{7}$</p> <p>15) Выполните действия:</p> <p>а) $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$; б) $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$; в) $(\sqrt{3} - 2)^2$</p> <p>16) Вычислите:</p> <p>а) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{12}$; б) $\frac{2\sqrt{5}-1}{2} - \frac{3\sqrt{5}-4}{3}$</p> <p>17) Найдите значение выражения:</p> <p>а) $x^2 - 2x$ при $x=1, x=\sqrt{3}, x=1+\sqrt{3}$</p> <p>18) Из формулы $h = \frac{gt^2}{2}$ выразите t.</p> <p>19) Из формулы $a = \sqrt{\frac{v}{h}}$ выразите h.</p> <p>20) Вынесите множитель из – под знака корня: $0,3\sqrt{72}$.</p> <p>21) Упростите выражение $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + \sqrt{72}$.</p> <p>22) Упростите выражение $(7\sqrt{2} - 6)(7\sqrt{2} + 6) + 6$.</p> <p>23) Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{15}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$.</p> <p>24) Найдите наибольшее среди данных чисел.</p> <p>1). $\frac{1}{3}\sqrt{39}$ 2). $6\sqrt{\frac{1}{3}}$ 3). $2\sqrt{3,5}$ 4). $\frac{1}{2}\sqrt{52}$</p>
<p>4. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график.</p>	<p>Какая из точек принадлежит графику зависимости $y = \sqrt{x}$.</p> <p>1). $(-9; 3)$ 2). $(9; -3)$ 3). $(0,3; 0,09)$ 4). $(0,36; 0,6)$</p>
<p>Квадратные уравнения</p>	<p>1. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам и преобразуйте так, чтобы его коэффициенты стали целыми числами:</p>

	<p>а) $a=-1, b=-3, c=0$; б) $a=3, b=-4, c=0$.</p> <p>2. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c=0$:</p> <p>а) $(2x-1)(x-3)=0$;</p> <p>б) $2x^2-3x=5x-1$;</p> <p>в) $(x-2)(x+2)=3$</p>
Решение квадратных уравнений по формуле корней.	<p>1. Решите уравнение:</p> <p>а) $x^2 + 6x + 9 = 0$;</p> <p>б) $25y^2 + 10x + 1 = 0$;</p> <p>в) $x^2 - 4x + 4 = 0$;</p> <p>г) $16y^2 - 8y + 1 = 0$;</p> <p>д) $x^2 - 8x + 16 = 0$</p> <p>2. Вычислите дискриминант квадратного уравнения. Убедитесь, что оно имеет два корня, и вычислите их:</p> <p>а) $y^2 - y - 30 = 0$;</p> <p>б) $x^2 + 2x - 8 = 0$;</p> <p>в) $3t^2 - 5t - 2 = 0$</p> <p>3. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$ и решите его:</p> <p>а) $(x-2)(x+3) = 24$;</p> <p>б) $(2y - 1)^2 - 4y = 13$;</p> <p>в) $x(x-1) - 3(x+2) = -10$</p>
Вторая формула квадратного уравнения	<p>1. Решите уравнение:</p> <p>а) $x^2 - 18x + 77 = 0$;</p> <p>б) $3x^2 - 16x + 21 = 0$;</p> <p>в) $x^2 - 22x + 72 = 0$;</p> <p>г) $5x^2 - 18x + 16 = 0$</p>
Неполные квадратные уравнения	<p>1. Решите неполное квадратное уравнение:</p> <p>а) $x^2 + 3x = 0$;</p> <p>б) $3y^2 + y = 0$;</p> <p>в) $x^2 - 49 = 0$;</p> <p>г) $y^2 - 121 = 0$</p>
Теорема Виета	<p>1. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения двумя способами: решив уравнение и по теореме Виета. Сравните результаты:</p> <p>а) $x^2 - 2x - 24 = 0$;</p>

	<p>б) $3y^2 + 7y - 10 = 0$; в) $9x^2 - 16 = 0$; г) $9y^2 - 16 = 0$</p> <p>2. По теореме Виета найдите второй корень уравнения, зная первый: а) $x^2 - 17x + 30 = 0$, $x_1 = 2$; б) $2x^2 - 7x + 3 = 0$, $x_1 = 3$</p> <p>3. По теореме Виета подберите корни уравнения: а) $x^2 - 11x + 28 = 0$; б) $x^2 + 11x + 28 = 0$; в) $x^2 + 12x + 27 = 0$; г) $x^2 + 6x - 27 = 0$</p> <p>4. Составьте квадратное уравнение по его корням, равным: а) 1 и -5; б) 2 и 7; в) $\sqrt{3}$ и $-\sqrt{3}$; г) -13 и 1</p> <p>5. Написать квадратное уравнение, если x_1, x_2 – его корни и известно, что: 1) $x_1x_2 = 10$; $x_1 + x_2 = 7$ 2) $x_1x_2 = 0$; $x_1 + x_2 = 8$ 3) $x_1x_2 = 9$; $x_1 + x_2 = 6$ 4) $x_1x_2 = -9$; $x_1 + x_2 = 0$</p>
<p>Разложение квадратного трехчлена на множители</p>	<p>1. Проверьте, что число 1 является корнем трехчлена: а) $7x^2 - 6x + 1$; б) $-x^2 + 5x - 4$; в) $\frac{1}{2}x^2 - 7x + 6,5$</p> <p>2. Разложите, если это возможно, квадратный трехчлен на множители: а) $x^2 - 5x - 6$; б) $2y^2 - y + 1$; в) $x^2 + 2x - 48$</p>

3. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4}$; б) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+3x-4}$; в) $\frac{y^2-2y+1}{2-y-y^2}$

4. Решить уравнения

1) $\frac{x^2}{x^2-1} = \frac{4x+5}{x^2-1}$ 2) $\frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}$

3) $\frac{x+7}{x} = \frac{x-1}{x+2} + 1$ 4) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$

Применение квадратных уравнений при решении задач.

1. Найдите периметр прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 61, а разность катетов – 49.

2. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 3 см меньше другой, а диагональ прямоугольника равна 15 см.

3. Составьте приведенное квадратное уравнение, сумма корней которого равна 3, а произведение корней равно –18.

4. В уравнении $x^2 + px - 18 = 0$ один из корней равен –9. Найдите другой корень и коэффициент p .

5. Один из корней уравнения $x^2 + 19x + c = 0$ равен –4. Найдите второй корень и число c .

6. Произведение двух натуральных чисел равно 273. Найдите эти числа, если одно из них на 8 больше другого.

7. Найдите все целые значения p , при которых уравнение $x^2 - px - 10 = 0$ имеет целые корни.

8. Чтобы выложить пол в ванной комнате, потребуется 180 маленьких квадратных плиток или 80 больших. Сторона большой плитки на 5 см больше стороны маленькой. Какова площадь пола, который собираются покрыть плиткой?

9. Площадь прямоугольника 96 см². Найдите его стороны, если одна из них на 4 см меньше другой.

10. При каком значении p в разложении на множители многочлена $x^2 + px - 10$ содержится множитель $x - 2$?

11. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел на 91 больше их произведения. Найдите эти числа.

12. Расстояние между пристанями А и В равно 75 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 44 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

13. Расстояние между пристанями А и В равно 140 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

14. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 76 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов после отплытия из него.

15. Моторная лодка прошла от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 16 км, сделала стоянку на 40 мин и вернулась обратно через $3\frac{2}{3}$ ч после начала поездки. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость моторной лодки в стоячей воде равна 12 км/ч.

16. Паша поехал на дачу на велосипеде, а Саша на мотоцикле. Выехали они одновременно, но т.к. скорость мотоцикла на 10 км/час больше скорости велосипеда, то Саша приехал на 2 часа раньше Паши. Найдите скорость движения каждого мальчика, если расстояние от дома до дачи 40 км.

17. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 27 км, вышел турист. Через полчаса навстречу ему из пункта В вышел пешеход и встретил туриста в 12 км от А. Найдите скорость туриста, если известно, что она была на 2 км/ч меньше скорости пешехода.

18. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 19 км, вышел пешеход. Через полчаса навстречу ему из пункта В вышел турист и встретил пешехода в 9 км от В. Турист шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход. Найдите скорость пешехода, шедшего из А.