

8.1, 8.2, 8.3 классы

2019-2020 учебный год

Учебник «Алгебра» (С. М. Никольский)

Тема модуля: «Рациональные уравнения и системы»

Содержание модуля:

Рациональные уравнения

Понятие рационального уравнения. Биквадратное уравнение. Распадающееся уравнение. Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая равна нулю. **Решение задач при помощи рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).** Решение рационального уравнения при помощи замены неизвестного. Уравнение следствии.

Системы рациональных уравнений

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки. Решение систем рациональных уравнений другими способами. **Решение задач при помощи систем рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).**

Тема	Ученик научится:	Ученик получит возможность:
Рациональные уравнения	1) определять рациональные уравнения, биквадратные уравнения, распадающиеся уравнения, уравнения-следствия, равносильные уравнения; 2) решать основные виды рациональных уравнений (биквадратные уравнения, распадающиеся, уравнения, одна часть которых алгебраическая дробь, а другая - нуль) разными способами и производить отбор корней уравнения; 3) понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций.	1) овладеть специальными приёмами решения уравнений и систем уравнений; 2) уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики.
Системы рациональных уравнений	Решать системы уравнений с двумя переменными.	Овладеть специальными приёмами решения систем уравнений.

Примерные практические задания

Тема	Задания								
<p style="text-align: center;">Понятие рационального уравнения.</p> <p style="text-align: center;">Уравнения — следствия*</p> <p><i>Параграф 5. п.5.1 стр. 95-95 п. 5.8 стр 114</i></p>	<p>1. Является ли рациональным уравнение:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 20px;"> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">а) $\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}$</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">д) $x^2 + 6x + 8 = 0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">б) $\sqrt{2x+1} = 3$</td> <td style="padding: 5px;">е) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">в) $\frac{2x+3}{5} = 5x$</td> <td style="padding: 5px;">ж) $x - \sqrt{x} - 2 = 0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">г) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$</td> <td style="padding: 5px;">з) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x+2} = 0;$</td> </tr> </table> <p>2.</p> <p>Выберите уравнение, корнем которого является число -1.</p> <p>1) $\frac{3x + x^2}{x} = x + 2$ 2) $x^3 + 2 = x^2$</p> <p>3) $\frac{3 + x}{x^2 + 1} = -1$ 4) $x^3 - 2 = x^2$</p> <p>3.</p> <p>Выберите уравнение, корнем которого является число 1.</p> <p>1) $\frac{x^3 + x}{2 + x} = 2 - x$ 2) $\frac{(x^2 + 1)^2}{x^2 + 3} = 1$</p> <p>3) $\frac{x + 3}{x + 1} = -2$ 4) $\frac{x^2 + 1}{x - 1} = \frac{x + 1}{2}$</p>	а) $\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}$	д) $x^2 + 6x + 8 = 0$	б) $\sqrt{2x+1} = 3$	е) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$	в) $\frac{2x+3}{5} = 5x$	ж) $x - \sqrt{x} - 2 = 0$	г) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$	з) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x+2} = 0;$
а) $\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}$	д) $x^2 + 6x + 8 = 0$								
б) $\sqrt{2x+1} = 3$	е) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$								
в) $\frac{2x+3}{5} = 5x$	ж) $x - \sqrt{x} - 2 = 0$								
г) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$	з) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x+2} = 0;$								

4. Используя знаки \Leftrightarrow и \Rightarrow , покажите равносильные уравнения(\Leftrightarrow) и уравнения - следствия(\Rightarrow):

Уравнение 1	Знак	Уравнение 2
$x^2 + 5x + 4 = 0$		$(x + 1)(x + 4) = 0$
$(x - 1)(x - 2) = 3(x - 2)$		$x - 1 = 3$
$5x + 7 = 9x - 8$		$5x - 9 = -8 - 7$
$0.5x^2 - 0.3x = 2$		$5x^2 - 3x = 20$
$\frac{x^2}{x - 3} = \frac{4}{x - 3}$		$x^2 = 4$
$x^2 + \frac{1}{x - 6} = 36 + \frac{1}{x - 6}$		$x^2 = 36$
$(4 - x^2)(4 + x^2) = 0$		$16 - x^4 = 0$

Биквадратное уравнение

Параграф 5.
п.5.2 стр. 96-98

5. Представьте выражение в виде квадрата:

а) x^4 ; б) a^6 ; в) y^8 ; г) m^{10}

6. Какую замену неизвестного необходимо выполнить, чтобы уравнение стало квадратным:

а) $y^4 + 4y^2 + 1 = 0$

б) $b^4 - 5 + 3b^2 = 0$

в) $6y^2 - 9y^4 = 0$

г) $12 - a^4 + 3a^2 = 0$

д) $x^6 - 2x^3 + 2 = 0$

е) $f^8 - 4 = 0$

7.

Сколько корней имеет уравнение $3x^4 + 5x^2 + 1 = 0$?

1) ни одного

2) два

3) четыре

4) другой ответ

8. Решите уравнение:

1) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$;

а) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

2) $1 - 4z^4 = 0$;

б) $y^4 - 6y^2 + 8 = 0$

3) $0,1y^4 - 1,6y^2 = 0$;

в) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

4) $x^4 - 18 = 7x^2$;

г) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

5) $x^4 - 2x^2 = 8$.

д) $5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$

е) $t^4 - 2t^2 - 3 = 0$

Распадающиеся уравнения

Параграф 5.
п.5.3 стр. 99-101

9. Разложите на множители левую часть уравнения и решите уравнение:

а) $2x^2 - 3x = 0$;

б) $7x^2 + 5x = 0$;

в) $x^3 - x = 0$;

г) $x^2 + x^3 = 0$;

д) $1 - x^3 = 0$;

е) $1 + x^3 = 0$;

ж) $x^3 - 8 = 0$;

з) $125 - x^3 = 0$;

и) $x^4 - 1 = 0$.

10. Решите уравнение:

а) $(2x-4)(x-9)=0$

б) $(x+5)((4-6x)=0$

в) $(x^2 - 9)(x^2 - 5x + 6) = 0$

г) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

11. Представьте левую часть уравнения в виде произведения многочленов и решите уравнение:

1) $a^6 - 1 = 0$;

2) $10x^2 - x^4 - 3x^3 = 0$;

3) $y^2 - 7y + 12 = 0$;

4) $c^3 + 2c - 3 = 0$.

Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая — нуль.

Параграф 5.
п.5.4 стр. 101-104

12.

а) Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?

б) Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?

в) Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b ?

г) Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$ число 1? число 5?

д) Является ли число 3 корнем уравнения $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$?

13. При каком значении переменной равна нулю дробь:

1) $\frac{x}{312}$;

1) $\frac{x-7}{2x}$;

1) $\frac{4x-8}{x+6}$;

2) $\frac{6x+3}{x-5}$;

2) $\frac{x^2-9}{x+3}$;

2) $\frac{100-x^2}{x-10}$;

3) $\frac{x^2-25}{(x-5)^2}$;

3) $\frac{(x+4)^2}{x^2-4x}$;

3) $\frac{18a+18}{13a-18}$;

4) $\frac{4c^2-9}{2c+3}$.

4) $\frac{16c+4}{3c-15}$.

4) $\frac{4y^2-25}{2y-5}$.

	<p>14. Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 0$.</p> <p>1) 1 2) 1 и $-\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 4) другой ответ</p> <p>15. Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + 5x - 6} = 0$.</p> <p>1) 1 и $-\frac{5}{2}$ 2) 1 3) $-\frac{5}{2}$ 4) другой ответ</p>
<p>Решение рациональных уравнений</p> <p><i>Параграф 5. п.5.5 стр. 104-107</i></p>	<p>16. При каком значении x значение дроби $\frac{4x + 6}{3x - 2}$ равно 2?</p> <p>1) 4 2) 5 3) 6 4) другой ответ</p> <p>17. При каком значении x дроби $\frac{3}{3 + 4x}$ и $\frac{4}{5x + 3}$ равны?</p> <p>1) -3 2) 3 3) 0,4 4) другой ответ</p> <p>18. Решите уравнение:</p> <p>1) $\frac{3}{x - 19} = \frac{19}{x - 3}$; 2) $x - \frac{6}{x} = -1$.</p> <p>19. Решите уравнение:</p> <p>а) $\frac{x^2 + 2x}{x + 4} = \frac{8}{x + 4}$;</p> <p>б) $\frac{10}{x} = 7 - x$;</p> <p>в) $\frac{x + 3}{x} = \frac{2x + 10}{x - 3}$.</p>
<p>Понятие системы рациональных уравнений</p> <p><i>Параграф 9. п.9.1 стр. 191-193</i></p>	<p>20. Определите степень уравнения:</p> <p>а) $2x - 5y = 7$; б) $x + x^2 - xy - 5 = 0$; в) $xy = 4$; г) $x^2 - xy^2 - 7x = 0$; д) $xy^5 - x^3y + 3 = 0$; е) $x^6 - x^8 - x^{10} = 0$.</p>

21.

Дано уравнение $xy + x = 8$.

а) Какова степень этого уравнения?

б) Выразите x через y . Для любого ли y можно найти x ?

в) Выразите y через x . Для любого ли x можно найти y ?

22.

Выберите систему уравнений, решением которой является пара чисел $(1; -2)$.

1) $\begin{cases} x + 2y^2 = 9, \\ (x - 3)(1 - y) = 6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - y^2 = -2, \\ \frac{2}{x} - 4 = y \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2y = -3, \\ x^2 + 2y = -y^2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{1}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$

23.

При каком значении a система уравнений $x - 2y = 2$ и $x + y^2 = a$ имеет единственное решение?

1) 1 2) 2 3) 3 4) другой ответ

24.

Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 3x - y = 1 \end{cases} ?$$

1) ни одного 2) одно 3) два 4) другой ответ

25.

Является ли тройка чисел $(1; 1; 1)$ решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ xy + xz + yz = 3, \\ x^2 + x - y = 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 8, \\ xy - 3x^2 + z = -1, \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2, \\ x + y + z = 3, \\ xy + yz = 2? \end{cases}$

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки

26.

Известно, что $x - y = 3$, а $x^2 + y^2 = 5$. Вычислите xy .

27.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - 2y = -6, \\ 6x + y = 11. \end{cases}$

Параграф 9.
п.9.2 стр. 195-200

28.

Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2. \end{cases}$

29. Решить систему:

а) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + z = 3, \\ x + 9y + 4z = 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ \frac{x-3}{y+4} + \frac{y-3}{x+4} = -\frac{1}{20}; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$

д) $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$

Решение систем
рациональных
уравнений
другими
способами

Параграф 9.
п.9.3 стр. 201-203

30.

Известно, что $x + y = 3$, а $xy = 1$. Вычислите $x^2 + xy + y^2$.

31.

Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$

32. Решить систему уравнений:

а) $\begin{cases} x^2 + 12y = -68, \\ y^2 - 4x = 28; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{5}{3x-y} - \frac{2}{2x+y} = \frac{29}{21}, \\ \frac{2}{3x-y} + \frac{5}{2x+y} = \frac{29}{21}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$

г) $\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 7, \\ \frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$

33.

При каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases} y = ax - 4, \\ y = x^2 + 3x \end{cases}$$

имеет единственное решение?