

**ГИА 2 часть**

1. Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $Y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
2. При каком значении  $P$  прямая  $y = 2x + P$  имеет с параболой  $y = x^2 + 2x$  ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении  $P$ .
3. Известно, что парабола проходит через точку  $B(-1; -\frac{1}{4})$  и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую  $y = -16$ .
4. Парабола проходит через точки  $K(0; -5)$ ,  $L(3; 10)$ ,  $M(-3; -2)$ . Найдите координаты её вершины.
5. При каких значениях  $P$  вершины парабол  $y = -x^2 + 2px + 3$  и  $y = x^2 - 6px + P$  расположены по разные стороны от оси  $x$ ?
6. При каких значениях  $m$  вершины парабол  $y = -x^2 - 6mx + m$  и  $y = x^2 - 4mx - 2$  расположены по одну сторону от оси  $x$ ?
7. Известно, что графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = -2x - 2$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.
8. Постройте график функции  $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $Y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.
9. Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 7x + 12)(x^2 - x - 2)}{x^2 + 5x + 4}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $Y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
10. Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $Y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
11. Найдите все значения  $k$ , при каждом из которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком функции  $y = x^2 + 4$  ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.
12. Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x - 4}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
13. Постройте график функции  $y = \frac{2x + 1}{2x^2 + x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
14. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $Y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
15. Постройте график функции  $y = \frac{x - 2}{(\sqrt{x^2 - 2x})^2}$  и найдите все значение  $k$ , при которых прямая  $Y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
16. Постройте график функции  $y = \frac{(\sqrt{x^2 - 5x + 6})^2}{x - 3}$  и найдите все значения  $a$ , при которых прямая  $Y = a$  не имеет с графиком данной функции общих точек.
29. Постройте график функции  $y = x^4 - 3|x| - x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $Y = c$  имеет с графиком три общие точки.

30. Постройте график функции  $y = |x - 2| - |x + 1| + x - 2$  и найдите значения  $m$ , при которых прямая  $y = m$  имеет с ним ровно две общие точки.

31. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 0, \\ -1,5x + 1, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно две общие точки.

32. Постройте график функции  $\begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$  и определите, при каких значениях параметра  $a$  он имеет ровно две общие точки с прямой  $y = a$ .

34. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -\frac{5}{x}, & x \leq -1, \\ x^2 - 4x, & x > -1. \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  будет пересекать построенный график в трёх точках.

35. Постройте график функции  $y = x + 3|x| - x^2$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.

и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  будет пересекать построенный график в трёх точках.

36. Постройте график функции  $y = |x - 3| - |x + 3|$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

37. Постройте график функции  $y = x^2 - 5x + 10 - 3|x - 2|$  и найдите все значения  $a$ , при которых он имеет ровно три общие точки с прямой  $y = a + 3$

38. Постройте график функции

$$\begin{cases} -x^2 + 6x - 3, & \text{если } x \geq 2, \\ -x + 7, & \text{если } x < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

41. Постройте график функции  $y = 4|x + 6| - x^2 - 11x - 30$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

42. Постройте график функции  $y = |x|(x + 1) - 6x$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

43. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

45. Постройте график функции  $y = |x|x + |x| - 6x$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

46. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5, & \text{если } x \geq 1, \\ x + 1, & \text{если } x < 1, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

57. Постройте график функции  $y = |x^2 + 4x - 5|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

57. Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$  не имеет решений.

58. Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается  $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$ .

59. Найдите наименьшее значение выражения  $(5x - 4y + 3)^2 + (3x - y - 1)^2$  и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается.

60. Первая прямая проходит через точки  $(0; 4,5)$  и  $(3; 6)$ . Вторая прямая проходит через точки  $(1; 2)$  и  $(-4; 7)$ . Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

61. Постройте график функции

$$y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$$
 и определите, при каких значениях  $k$  построенный график не будет иметь общих точек с прямой  $y = kx$ .

62. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{x^3 - y}{x^2 + 1} - \frac{x^2 y - x}{x^2 + 1},$$
 если  $x$  и  $y$  связаны соотношением  $y = x^2 + x - 4$ .

64. Прямая  $y = 2x + b$  касается окружности  $x^2 + y^2 = 5$  в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.

560 Построить график функции:

1)  $y = 2\frac{1}{2}x$ ;    2)  $y = \frac{1}{4}x$ ;    3)  $y = 0,6x$ .

561 Построить график функции, заданной формулой  $y = -1,5x$ .

Найти по графику:

- 1) значение  $y$ , соответствующее значению  $x$ , равному 1; 0; 2; 3;
- 2) значение  $x$ , если значение  $y$  равно -3; 4,5; 6;
- 3) несколько целых значений  $x$ , при которых значения  $y$  положительны (отрицательны).

562 Построить график функции, заданной формулой  $y = 0,2x$ .

Найти по графику:

- 1) значение  $y$ , соответствующее значению  $x$ , равному -5; 0; 5;
- 2) значение  $x$ , если значение функции равно -2; 0; 2;
- 3) несколько значений  $x$ , при которых значения  $y$  отрицательны (положительны).

563 Построить график функции и указать, внутри каких координатных углов расположен этот график:

1)  $y = \frac{1}{3}x$ ;    2)  $y = -\frac{1}{3}x$ ;    3)  $y = 4,5x$ ;    4)  $y = -4,5x$ .

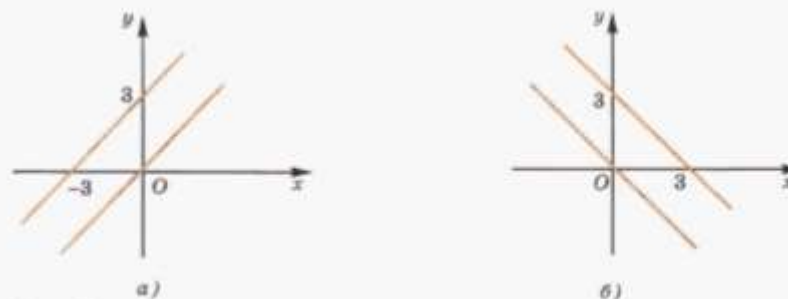
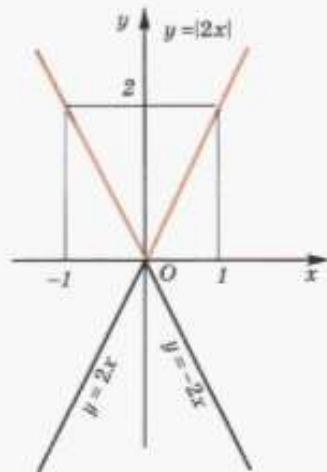
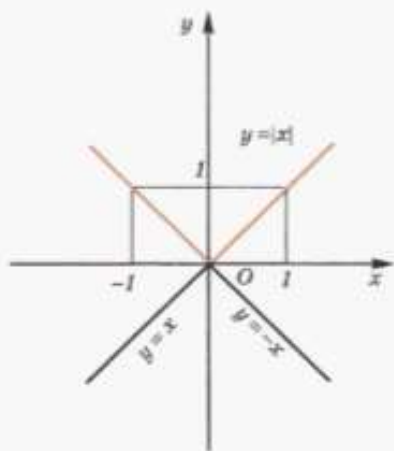


Рис. 21

593 На рисунке 21, а, б изображены пары параллельных прямых. Записать формулой функцию, график которой — прямая, проходящая через:

- 1) начало координат на рисунке 21, а;
- 2) точку с координатами (0; 3) на рисунке 21, б.

594 Найти значение  $b$ , если известно, что график функции  $y = -3x + b$  проходит через точку:

- 1)  $M(-2; 4)$ ;    2)  $N(5; 2)$ .

595 Найти значение  $k$ , если известно, что график функции  $y = kx + 2$  проходит через точку:

- 1)  $P(-7; -12)$ ;    2)  $C(3; -7)$ .

596 Определить координаты точек пересечения с осями координат графика функции  $y = 13 - x$  и вычислить площадь прямоугольного треугольника, ограниченного этой прямой и координатными осями.

597 Найти координаты точки пересечения графиков функций:

- 1)  $y = -2x + 7$  и  $y = 0,5x - 5,5$ ;
- 2)  $y = 4x$  и  $y = -x + 10$ ;
- 3)  $y = 1 - 2x$  и  $y = x - 5$ .

598 Найти значения  $k$  и  $b$ , если известно, что график функции  $y = kx + b$  проходит через точки (2; 10) и (-7; -10).

599 Прямые  $y = 0$ ,  $y = 3$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  образуют прямоугольник.

Принадлежит ли точка  $(\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$  диагонали этого прямоугольника?

13 Для линейных функций запишите угловой коэффициент и свободный член. Постройте их графики. Выясните, какие из них параллельны, а какие пересекаются. Для пересекающихся прямых определите координаты их точки пересечения. Определите также, какие из пересекающихся прямых перпендикулярны.

а)  $y = x + 1$ ;

е)  $y = -x$ ;

п)  $y = -3$ ;

б)  $y = x + 3$ ;

ж)  $y = -x - 2$ ;

м)  $y = 0$ ;

в)  $y = 2x - 5$ ;

з)  $y = -\frac{1}{4}x$ ;

н)  $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ;

г)  $y = 4x$ ;

и)  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ;

о)  $y = -5x$ ;

д)  $y = x$ ;

к)  $y = 2$ ;

п)  $y = 2 - 5x$ .

14 Как по графику линейной функции установить знак или равенство нулю углового коэффициента  $k$  и свободного члена  $b$ ?

15 Как по графикам двух линейных функций сравнить между собой их угловые коэффициенты и свободные члены?

16 На рис. 41 изображены графики четырёх линейных функций. Запишите уравнение каждой из них.

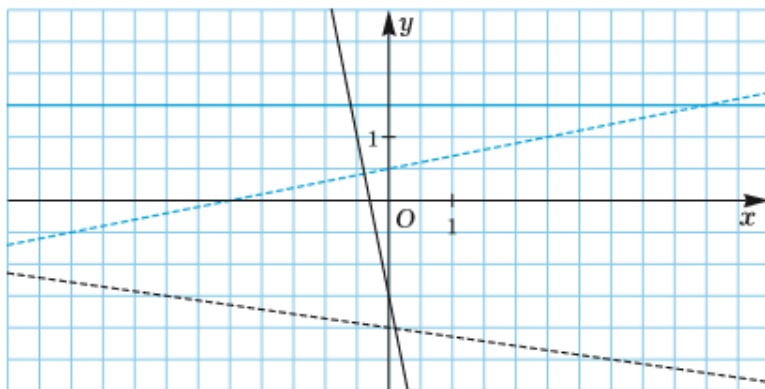


Рис. 41

17 а) Что такое парабола?

б) Как выглядит график функции  $y = x^2$ ?

в) Что называют вершиной параболы и её ветвями?

18 Постройте на одном рисунке графики функций  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  при  $-2 \leq x \leq 2$ .

19 Верно ли, что если  $|a| \leq |b|$ , то  $a^2 \leq b^2$ ? Обоснуйте свой ответ.

99. Найдите координаты вершины параболы и уравнение её оси симметрии, если функция задана формулой:  
 а)  $y = x^2 - 6x + 8$ ;      в)  $y = 2x^2 - 5x + 6$ ;  
 б)  $y = -x^2 + 8x - 10$ ;      г)  $y = -4x^2 + 2x - 5$ .
100. Постройте график функции и перечислите свойства этой функции, если:  
 а)  $y = 0,25x^2 - 1,5x - 1,75$ ;      б)  $y = -0,5x^2 - 2x + 2$ .
101. Изобразите схематически график функции:  
 а)  $y = 3x^2 - 2x + 1$ ;      в)  $y = 0,1x^2 - 5x - 8$ ;  
 б)  $y = -5x^2 + 6x + 7$ ;      г)  $y = -0,2x^2 + 6x + 1$ .
102. Найдите координаты вершины параболы  $y = (x - 3)(x + 5)$ .
103. Докажите и проиллюстрируйте на графике, что нули  $x_1$  и  $x_2$  функции  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a > 0$  и  $D > 0$ , расположены:  
 а) вне полосы, ограниченной прямыми  $x = 0$  и  $x = -\frac{b}{2a}$ , если  $c < 0$ ;  
 б) внутри полосы, ограниченной прямыми  $x = 0$  и  $x = -\frac{b}{a}$ , если  $c > 0$ .
104. Зная, что  $(m; n)$  — координаты вершины параболы  $y = ax^2 + bx + c$ , а  $x_1$  и  $x_2$  — нули функции  $y$ , докажите, что верны формулы:  
 а)  $x_1 = m - \sqrt{\frac{n}{a}}$ ,  $x_2 = m + \sqrt{\frac{n}{a}}$ ;      б)  $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ,  $n = -a\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)^2$ .
105. Используя формулы из упражнения 104, б, найдите координаты вершины параболы:  
 а)  $y = (x - 2)(x + 4)$ ;      б)  $y = (x + 6)(x - 10)$ .
106. Постройте график функции:  
 а)  $y = (x - 1)(x - 5)$ ;      б)  $y = (x + 2)(x - 4)$ .  
 Найдите промежутки, в которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения.
107. При каких значениях  $c$  парабола  $y = x^2 - 8x + c$  расположена выше прямой: а)  $y = 8$ ;      б)  $y = -26$ ?
108. При каком значении  $c$  парабола  $y = x^2 - 6x + c$  касается прямой:  
 а)  $y = 0$ ;      б)  $y = 3$ ;      в)  $y = -3$ ?
109. График функции  $y = x^2 + px + q$  проходит через точки  $A$  и  $B$ . Найдите  $p$  и  $q$ , если:  
 а)  $A(-3; 7)$  и  $B(1; 5)$ ;      б)  $A(5; 2)$  и  $B(-2; 3)$ .
110. Графиком квадратичной функции является парабола с вершиной в точке  $F(-2; -25)$  и проходящая через точку  $M(4; 11)$ . Задайте эту функцию формулой.

Найдите асимптоты гиперболы:

$$\text{а) } y = \frac{x + 8}{x - 2}; \quad \text{б) } y = -\frac{x - 8}{x + 3}.$$

1234. Используя график функции  $y = x^{-2}$  (см. рис. 66), найдите:  
 а) значение  $y$  при  $x = 0,6$ ;  $-0,6$ ;  $1,2$ ;  $-1,2$ ;  
 б) значения  $x$ , при которых  $y = 0,7$ ;  $1$ ;  $3$ ;  
 в) множество значений аргумента  $x$ , при которых  $y < 1$ ;  $y > 1$ .
1235. Сравните числа:  
 а)  $0,85^{-2}$  и  $0,63^{-2}$ ;      в)  $(-0,365)^{-2}$  и  $(0,365)^2$ ;  
 б)  $5,71^{-2}$  и  $6,23^{-2}$ ;      г)  $(-1,25)^{-2}$  и  $(2,25)^{-2}$ .
1236. Принадлежит ли графику функции  $y = x^{-2}$  точка:  
 а)  $K\left(8; \frac{1}{64}\right)$ ;      в)  $P\left(-\frac{1}{3}; 9\right)$ ;  
 б)  $L\left(-2; -\frac{1}{4}\right)$ ;      г)  $Q(-0,5; 4)$ ?
1237. Постройте в одной системе координат графики функций  $y = x^{-1}$  и  $y = x^{-2}$ , где  $x > 0$ . Пользуясь графиками, сравните:  
 а)  $0,375^{-2}$  и  $0,375^{-1}$ ;      б)  $2,45^{-2}$  и  $2,45^{-1}$ .
1238. Расположите в порядке возрастания числа:  
 $5,7^{-3}$ ;  $6,8^{-3}$ ;  $5,7^{-1}$ ;  $5,7^0$ ;  $6,8^0$ ;  $6,8^{-1}$ .
1239. Постройте график функции
- $$y = \begin{cases} x^{-2}, & \text{если } x > \frac{1}{2}; \\ 4, & \text{если } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}; \\ x^{-2}, & \text{если } x < -\frac{1}{2}. \end{cases}$$
- Найдите:  
 а) значение функции при  $x = -\frac{1}{3}$ ;  $0$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $-1$ ;  $2$ ;  
 б) значения аргумента, при которых  $y = \frac{1}{4}$ ;  $1$ ;  $4$ .

1260. Найдите область определения и область значений функции  $f$ , если:

а)  $f(x) = \frac{9}{x-5} + 2$ ;      б)  $f(x) = \frac{17}{x+6} - 4$ .

1261. Укажите асимптоты гиперболы — графика функции:

а)  $y = \frac{19}{x-7} - 4$ ;      в)  $y = -\frac{6}{x-4} + 9$ ;      д)  $y = \frac{x-5}{3x+6}$ ;

б)  $y = \frac{21}{x+8} + 5$ ;      г)  $y = -\frac{12}{x+6} - 10$ ;      е)  $y = \frac{2x+1}{8x-1}$ .

1262. Докажите, что графиком функции  $g$  является прямая с «исключенной точкой», и найдите координаты этой точки, если:

а)  $g(x) = \frac{8x-40}{3x-15}$ ;      б)  $g(x) = -\frac{6x+42}{12x+84}$ .

1263. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{3x-2}{x-2}$ ;      б)  $y = -\frac{2x}{x-3}$ .

Найдите нули функции и промежутки, в которых  $y < 0$  и  $y > 0$ .

1264. Докажите, что графиком функции

$$y = \frac{3x^3 + 6x}{x^3 - 9x^2 + 2x - 18}$$

является гипербола.

1265. Постройте график функции

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{2x-8}{x+2}, & \text{если } 0 < x < 4, \\ x-4, & \text{если } 4 < x < 7. \end{cases}$$

Решите уравнение:

а)  $g(x) = 4$ ;      б)  $g(x) = 3$ ;      в)  $g(x) = 1$ ;      г)  $g(x) = 0$ .

1266. Решите графически уравнение:

а)  $3 - \frac{6}{2-x} = x^2$ ;      б)  $\sqrt{2+x} = -1 - \frac{2}{x}$ .

1267. Найдите все точки графика функции  $y = \frac{8x-1}{x-1}$  с целыми координатами.

1186. Найдите нули функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $f(x) = 8x - 2$ ;      г)  $f(x) = x^2 + 4$ ;  
б)  $f(x) = x^2 - 9$ ;      д)  $f(x) = 2x^{-2} - 5x^{-1} + 2$ ;  
в)  $f(x) = x^3 - 4x$ ;      е)  $f(x) = x^4 + x^2 - 2$ .

1187. Решите уравнение  $f(x) = g(x)$ , если:

а)  $f(x) = 2x - 1$  и  $g(x) = 3x - 5$ ;  
б)  $f(x) = x^2 - 10$  и  $g(x) = 2x - 10$ ;  
в)  $f(x) = 2x^2 + 5x + 7$  и  $g(x) = x^2 + x + 4$ ;  
г)  $f(x) = 2x - 4$  и  $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 7}{x + 1}$ .

1188. Найдите область определения функции, если:

а)  $g(x) = 2x - 1$ ;      г)  $g(x) = \frac{1}{|x|+x}$ ;

б)  $g(x) = \frac{1}{x-5}$ ;      д)  $g(x) = \sqrt{(x-2)(x+3)}$ ;

в)  $g(x) = \frac{1}{|x|-x}$ ;      е)  $g(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+x}}$ .

1189. Найдите нули функции, промежутки знакопостоянства и область значений функции, если:

а)  $f(x) = 5x - 1$ , где  $D(f) = [-2; 2]$ ;  
б)  $f(x) = -3x + 2$ , где  $D(f) = [-4; 7]$ ;  
в)  $f(x) = 2x - 1$ ;  
г)  $f(x) = x^2$ .

1190. Функция задана формулой  $h(x) = x^2 - 8x$ . Найдите такое число  $a$ , при котором:

а)  $h(a) = h(a+3)$ ;      б)  $h(a) = h(a-5)$ .

1191. Укажите область определения функции и найдите ее область значений, если:

а)  $g(x) = \begin{cases} -0,5x-1,5, & \text{если } -7 < x < -1, \\ x^3, & \text{если } -1 < x < 1, \\ -0,5x+1,5, & \text{если } 1 < x < 7; \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} -4, & \text{если } -6 < x < -2, \\ -x^2, & \text{если } -2 < x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 2, \\ 4, & \text{если } 2 < x < 8. \end{cases}$