

Учащиеся должны знать/понимать:

Понятие производной. Определение производной.

Теоремы и правила нахождения производных суммы, разности, произведения и частного.

Правило для нахождения производной сложной функции.

Формулы для нахождения производных элементарных функций.

непрерывность функции, имеющей производную в данной точке

понятия точек максимума и минимума, максимума и минимума, экстремумов функции

геометрический и физический смысл производной

Уравнение касательной и алгоритм его нахождения.

Приближенные вычисления.

Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной.

Понятие производной высшего порядка, соответствие знака второй производной выпуклости (вогнутости) функции на отрезке.

Задачи на максимум и минимум.

Понятие асимптоты, способы их определения.

Методы и алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной.

Дробно-линейная функция.

Уметь:

Вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы.

Исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа.

Сотносить значения производной функции и ее поведения на числовых промежутках и в точках с поведением самой функции.

Примерные практические задания:

1. Записать определение производной функции
2. Чему равна производная константы?
3. Найти производную функции $y=x^3$.
4. Закончить запись $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots$
5. Чему равна производная функции $y=\operatorname{tg}x$?
6. Чему равна производная функции $y=\cos x$?
7. Чему равна производная показательной функции?

8. Закончить запись $(\ln x)' = \dots$
9. Найти производную функции $y=x^n$.
10. Записать формулу нахождения производной суммы двух функций.
11. Записать формулу нахождения производной произведения двух функций.
12. Как называется операция нахождения производной?
13. Чему равна производная линейной функции?
14. Найти производную функции $y=x^2$?
15. Закончить запись $(\sqrt{x})' = \dots$
16. Чему равна производная функции $y=\sin x$?
17. Чему равна производная функции $y=\operatorname{ctg} x$?
18. Чему равна производная логарифмической функции?
19. Закончить запись $(\lg x)' = \dots$
20. Какая функция не меняется при нахождении ее производной?
21. Записать формулу нахождения производной произведения константы на функцию.
22. Записать формулу нахождения частного суммы двух функций.
23. Найти производную функции $y=-4x+7$.
24. Закончить запись $(x^9)' = \dots$
25. Найти производную функции арифметического квадратного корня.
26. Найти $(\log_2 x)' = \dots$
27. Найти производную функцию $y=2x^2+3x$.
28. Найти производную функцию $y=3-\frac{1}{x}$.
29. Найти производную функцию $y=x\cos x$.
30. Найти производную функцию $y=\frac{x^2}{2x+1}$.
31. Закончить запись $(\operatorname{tg} 3x)' = \dots$
32. Найти производную функцию $y=e^{-x}$.
33. Найти производную функцию $y=9x-5$.
34. Найти $(a^x)'$
35. Найти производную функцию $y=2x^3-7x$.
36. Найти производную функцию $y=\frac{1}{x}+5$.
37. Найти производную функцию $y=x\sin x$.
38. Найти производную функцию $y=\frac{2x-1}{x^2}$.
39. Закончить запись $(\operatorname{ctg} 5x)' = \dots$
40. Найти производную функцию $y=\sqrt{3x}$.
41. Каков физический смысл производной?

42. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 9t^2 + 2t + 30$. Записать формулу зависимости скорости от времени.
43. Какой угол образует касательная с положительным направлением оси абсцисс, если функция возрастает?
44. Какой характер монотонности у функции на промежутке, если ее производная отрицательная?
45. Может ли критическая точка не являться точкой экстремума?
46. Какое необходимое условие существования экстремума в точке?
47. Продолжить предложение: «Экстремум функции – это значение переменной...»
48. Закончить предложение: «Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть ...»
49. Верно ли утверждение: «Наибольшее значение функции на отрезке совпадает с максимумом функции?»
50. Каков геометрический смысл производной?
51. Материальная точка движется по закону $x(t) = -3t^2 - 7t - 12$. Записать формулу зависимости скорости от времени.
52. Какой угол образует касательная с положительным направлением оси абсцисс, если функция убывает?
53. Какая точка называется критической точкой функции?
54. Какое достаточное условие экстремума в точке?
55. Продолжить предложение: «Точка экстремума – это значение переменной...»
56. Закончить предложение: «Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть ...»
57. Верное ли утверждение: «Наименьшее значение функции на отрезке совпадает со значением функции на левом конце отрезка?»
58. Найдите производные функций:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, f'(x) =$
$f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 3, f'(x) =$
$f(x) = e^x \cdot \cos x, f'(x) =$
$f(x) = 3^x \cdot \log_3 x, f'(x) =$
$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 4}, f'(x) =$
$f(x) = \sqrt[4]{x}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{2 \cos x}{x^2 + 4}, f'(x) =$

$f(x) = x^2 \sin x, f'(x) =$
$f(x) = 5\sqrt[5]{x^3}, f'(x) =$
$f(x) = 5^x - 2\sqrt{x+1}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{324}{x} - x + 6, f'(x) =$
$f(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 15, f'(x) =$
$f(x) = 2x^2 - 13x + 9\ln x + 8, f'(x) =$

59. Найдите производную функции $y = x^4 + \sin x$

60. Найдите производную функции $y = 4x^5 - e^x$

61. Найдите производные функций:

$f(x) = (3x - 8)^{10}, f'(x) =$
$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 11}, f'(x) =$
$f(x) = \sqrt{-5x^2 - 10x - 4}, f'(x) =$
$f(x) = \sin(2x - 1), f'(x) =$
$f(x) = \cos(3x + 4), f'(x) =$
$f(x) = \operatorname{tg}(4x - 2), f'(x) =$
$f(x) = \sin 3x + \sin^3 x, f'(x) =$
$f(x) = e^{3x+10}, f'(x) =$
$f(x) = 4^{6x-1}, f'(x) =$
$f(x) = 11^{3-5x-x^2}, f'(x) =$
$f(x) = \log_6(9x+4), f'(x) =$

62. Найдите производные функций:

$f(x) = (5 - x)\sqrt{4 + 2x}, f'(x) =$
$f(x) = (3 - 2x)\sqrt{5 - x}, f'(x) =$
$f(x) = (4 - x^2)\sqrt{x^2 - 5}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 4}, f'(x) =$
$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 4}}{x^2 - 3x + 1}, f'(x) =$
$f(x) = \log_5^{10}(3x + 1), f'(x) =$
$f(x) = 5x - \ln(x + 5)^5, f'(x) =$

$f(x) = (x+16)e^{x-16}, f'(x) =$
$f(x) = (x+7)^2 e^{4-x}, f'(x) =$
$f(x) = \log_5(4-2x-x^2) + 3, f'(x) =$

63. Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 11 \text{ равна нулю.}$$

64. Вычислите $f'(e)$, если $f(x) = x^4 \ln x$

65. Вычислите $f'(e)$, если $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

66. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = e^x + \operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = 0$

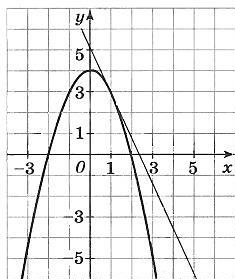
67. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + e^x$ в точке $x_0 = 0$

68. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x – расстояние от точки отсчета (в метрах), t – время (в секундах), измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9\text{с}$

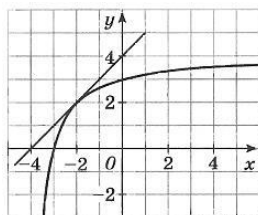
69. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$, где x – расстояние от точки отсчета (в метрах), t – время (в секундах), измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) через 5 секунд после начала движения.

70. Точка движется по координатной прямой по закону $x(t) = 2 + 2t + t^2$, где $x(t)$ – координата точки (в метрах) в момент времени t (в секундах). В какой момент времени скорость точки будет равна 5 м/с?

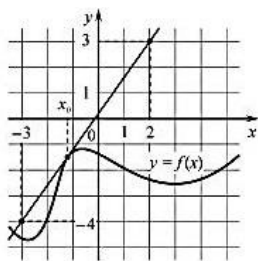
71. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Найдите $f'(x_0)$



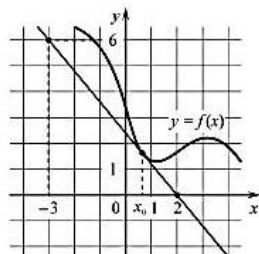
72. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = -2$. Найдите $f'(x_0)$



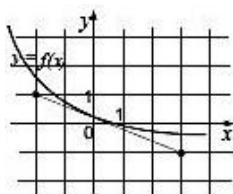
73. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



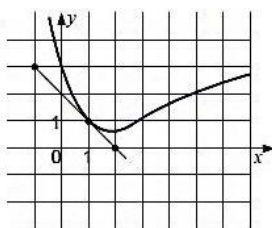
74. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



75. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0=0$. Найдите значение производной $f'(0)$



76. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой 1. Найдите значение производной $f'(1)$



77. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0=a$, если

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2, \quad a = 1$$

$$f(x) = x^4 - 4x + 1, \quad a = 2$$

$$f(x) = \log_3 x, \quad a = 1$$

$$f(x) = 3^x, \quad a = 1$$

$$f(x) = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x - 11, \quad a = 2$$

78. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 5$$

$$f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 3$$

$$f(x) = \sqrt{2x^3 + 9x^2}$$

79. Найдите критические (стационарные) точки функции:

$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$$

В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку $[-2; 3]$

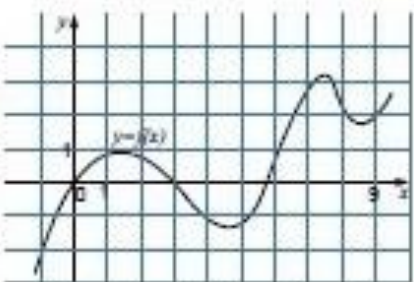
80. Найдите точку минимума функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

81. Найдите точку минимума функции $f(x) = \frac{324}{x} + x + 6$

82. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 7$ на промежутке $[0; 2]$

83. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 9x + 7$ на отрезке $[19,25; 25,25]$

84. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите количество целых точек на отрезке $[-1; 9]$, в которых производная функции положительна



85. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-13; 1]$

