

9.3, 9.5 класс (ен, сз)

Учебник: Алгебра (Макарычев Ю.Н.)

Геометрия (Атанасян Л.С.)

2019-2020 гг.

Тема модуля: «Степени и корни»

*Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:*

**Степени и корни (Гл.5 §§14-16)**

1. Понятие функции обратной данной, взаимно обратные функции
2. Функция, обратная степенной функции с натуральным показателем.
3. Определение арифметического корня  $n$ -ой степени и его свойства.
4. Определение степени с рациональным показателем и их свойства.
5. Решение иррациональных уравнений.
6. Решение иррациональных неравенств.

**В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:**

1. оперировать понятием степени с рациональным показателем;
2. выполнять преобразования выражений, содержащих степени с рациональными показателями;
3. выполнять преобразования выражений, содержащих корни  $n$ -й степени;
4. решать простейшие иррациональные уравнения вида  $\sqrt{f(x)} = a$ ,  
 $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ ;
5. решать простейшие иррациональные неравенства;
6. проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования.

**Умения, характеризующие достижение этого результата:**

1. Находить функцию обратную данной и свойства двух взаимно обратных функции;
2. Вычислять арифметический корень  $n$ -й степени, находить значение выражений его содержащих;
3. Выполнять действия со степенями с рациональным показателем;
4. Решать иррациональные уравнения;
5. Решать иррациональные неравенства.

**Примерные практические задания.**

**1. Находить функцию обратную данной и свойства двух взаимно обратных функции;**

1.1.	Укажите, какие из перечисленных функций являются обратимыми. <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>y = 5x + 2</math></li><li>• <math>y = x^2</math></li><li>• <math>y = x^5</math></li><li>• <math>y = x^3 + 1</math></li></ul>
1.2.	Укажите истинные утверждения. Если $g(x)$ - функция, обратная к функции $f(x)$ , то и $f(x)$ - функция, обратная к $g(x)$ , при этом ... <ul style="list-style-type: none"><li>• область определения обратной функции совпадает со множеством значений исходной функции</li><li>• множество значений обратной функции совпадает с областью определения исходной функции</li><li>• область определения обратной функции совпадает с областью определения исходной функции</li><li>• множество значений обратной функции совпадает со множеством значений исходной функции</li></ul>
1.3.	Найдите область значений функции, обратной для $f(x) = 4 - 3x$ . <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>(-\infty; +\infty)</math></li><li>• <math>(0; +\infty)</math></li><li>• <math>(-\infty; 4)</math></li><li>• <math>[3; 4]</math></li><li>• <math>[-4; -3]</math></li></ul>
1.4.	Функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ – взаимно обратные, причем $D(f) = (-\infty; 0]$ , $E(f) = [0; \frac{\pi}{3}]$ . Найдите область определения и область значений функции $y = g(x)$ .
1.5.	Задайте формулой функцию, обратную функции: $y = 2x + 5$ .
1.6.	Задайте формулой функцию, обратную функции: $y = 5 + \sqrt{x - 4}$ .

**2. Вычислять арифметический корень n-й степени, находить значение выражений его содержащих.**

3.

1.	Вычислите: а) $\sqrt[3]{64}$ ;      в) $\sqrt[5]{32}$ ;      д) $\sqrt{1,21}$ ; б) $\sqrt[3]{125}$ ;      г) $\sqrt{128}$ ;      е) $\sqrt{3,24}$ .
2.	Выразите корень n-ой степени из отрицательного числа через арифметический корень той же степени:

	<p>а) <math>\sqrt[7]{-38}</math>;                      в) <math>\sqrt[9]{-0,01}</math>;                      д) <math>\sqrt[5]{-1\frac{3}{7}}</math>;</p> <p>б) <math>\sqrt[11]{-3}</math>;                      г) <math>\sqrt[3]{-0,15}</math>;                      е) <math>\sqrt[15]{-5\frac{1}{3}}</math>.</p>
3.	<p>Вычислите значение корня</p> <p>а) <math>\sqrt[7]{-128}</math>;                      в) <math>\sqrt[9]{-512}</math>;                      д) <math>\sqrt[3]{-0,001}</math>;</p> <p>б) <math>\sqrt[3]{-216}</math>;                      г) <math>\sqrt[5]{-1024}</math>;                      е) <math>\sqrt[5]{-0,00001}</math>.</p>
4.	<p>Найдите значение выражения:</p> <p>а) <math>(\sqrt[4]{13})^4</math>;                      в) <math>(-\sqrt[4]{2})^4</math>;                      д) <math>(-\sqrt[5]{4})^5</math>;</p>
5.	<p>Вычислить: а). <math>\sqrt[5]{0,00243}</math>; б). <math>\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}</math>; в). <math>\sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[3]{72}</math>;</p> <p>г). <math>(\sqrt[3]{3})^{12}</math></p>
6.	<p>Установите соответствие между выражением и его значением:</p> <p>а)                      А) <math>\sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16}</math>                      Б) <math>\frac{3}{5}(\sqrt[3]{5})^3</math>                      В) <math>0,9 \cdot \sqrt[3]{1000}</math></p> <p>                            1) 3                                      2) 5                                      3) 9</p> <p>б)                      А) <math>\sqrt[5]{32} - \sqrt{4}</math>                      Б) <math>\frac{2}{3}(\sqrt[4]{3})^4</math>                      В) <math>0,1 \cdot \sqrt[4]{10\,000}</math></p> <p>                            1) 1                                      2) 2                                      3) 0</p> <p>в)                      А) <math>\frac{3}{4}\sqrt[3]{64}</math>                      Б) <math>\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[6]{64}</math>                      В) <math>\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[4]{16}}</math></p> <p>                            1) 3                                      2) 1,5                                      3) 10</p> <p>г)                      А) <math>\frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{625}}</math>                      Б) <math>\frac{7}{3}\sqrt[4]{81}</math>                      В) <math>\sqrt[3]{216} \cdot \sqrt[7]{128}</math></p> <p>                            1) 12                                      2) 7                                      3) 0,4</p>
7.	<p>Найдите значение выражения</p> <p>а) <math>10^4\sqrt[4]{\frac{16}{625}} - (2\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt{7})^0</math>;                      б) <math>10^3\sqrt[3]{\frac{8}{125}} - (2\sqrt[4]{3})^4 + (\sqrt{5})^0</math>.</p>
8.	<p>Внесите множитель под знак корня:</p> <p><math>a\sqrt[3]{2}</math>, где <math>a \geq 0</math>;</p> <p><math>b\sqrt[4]{3}</math>, где <math>b &lt; 0</math>;</p> <p><math>x\sqrt[5]{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5}}</math>, где <math>x &gt; 0</math>;</p> <p><math>z\sqrt[4]{\frac{1}{z^3} - \frac{1}{z^2}}</math>, где <math>z &gt; 0</math>.</p>
9.	<p>Вынесите множитель из-под знака корня</p> <p>а) <math>\sqrt{8a^2b^3}</math>, где <math>a \geq 0</math>;                      в) <math>\sqrt[6]{\frac{12a^7y^2}{x^{12}}}</math>, где <math>y \geq 0</math>;</p> <p>б) <math>\sqrt[3]{54a^4b^5}</math>;                      г) <math>\sqrt[4]{\frac{b^4c^2}{4a^2}}</math>, где <math>b \leq 0</math>, <math>c \geq 0</math>, <math>d &gt; 0</math>.</p>
10.	<p>Найдите значение выражений:</p> <p>а). <math>\sqrt[3]{125} - \sqrt{-\sqrt{64}} + \sqrt[5]{-1}</math>;</p>

	б). $\sqrt[8]{(-4)^8} + \sqrt[5]{(-2)^5}$ ;
11.	Вычислите значение выражения: $\sqrt[5]{6 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6 + 2\sqrt{17}}$ ; $\sqrt[4]{\sqrt{19} + 10} \cdot \sqrt[4]{10 - \sqrt{19}}$

### 3. Выполнять действия со степенями с рациональным показателем

3.1.	Представьте степени с дробным показателем в виде корней: а) $3x^{\frac{1}{5}}$ б) $(4x)^{-\frac{2}{5}}$ в) $-5x^{-3.5}$ г) $(a - b)^{\frac{5}{7}}$
3.2.	Замените арифметические корни степенями с дробным показателем: а) $\sqrt[3]{9^4}$ ;   б) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ . в) $x^4\sqrt{5x\sqrt{x}}$ ;   г) $\frac{1}{\sqrt[9]{27x^6y^{12}}}$ .
3.3.	<b>Вычислите:</b> а) $25^{\frac{1}{3}} \cdot 25 : 25^{\frac{1}{6}}$ ; б) $81^{\frac{1}{4}} \cdot (9^{-3})^{\frac{1}{6}}$ ; в) $\left(\frac{1}{5^3} \cdot 27^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$ .
3.4.	<b>Вычислите:</b> а) $\left(\frac{5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{3}{2}}}{5^{\frac{1}{6}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ ; б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{4}{15}}\right)^{\frac{5}{4}} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{9}}$ ; в) $\left(\frac{216}{8} \cdot \frac{1}{0,027}\right)^{\frac{2}{3}}$ .
3.5.	Вычислите: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$
3.6.	Вычислите $(-3)^{-4}$ , результат умножить на 81
3.7.	Найти значение выражения $(2a^3b^{-5})^{-2}$ , если $a = \frac{1}{2}$ , $b = 1$
3.8.	Вычислите $1000^{\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-1\frac{1}{3}} + 16^{0,25} \cdot 49^{0,5} =$
3.9.	Вычислите $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5} + 2007^0$

3.10.	Сократите дробь $\frac{2^{2n+3} \cdot 3^{3n-1}}{4^n \cdot 27^{n+1}}$ , ответ увеличить в 81
3.11.	в). $\left(\frac{125}{343}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ; г). $\left(2\frac{10}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ .
3.12.	Упростите выражения: а) $(27a^{-0,3})^{\frac{2}{3}}$ ; б) $(a^{3,5}) \cdot \left(a^{-\frac{5}{16}}\right)^8$ .
3.13	Упростите выражения: а) $\left(0,04x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{2}{5}}\right)^{-2,5}$ ; б) $\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}\right)^{-1,5} \cdot \left(a^{-\frac{5}{12}}b^{\frac{5}{6}}\right)^{1,2}$ .
3.14	Упростите выражения: а) $\frac{x^4 \sqrt{x^3}}{x^{\frac{1}{8}}}$ ; б) $\left(a^{\frac{2}{5}} - b^{\frac{3}{5}}\right) a^{\frac{8}{5}} b^{\frac{2}{5}}$ .
3.15	С помощью формул сокращенного умножения преобразуйте выражения: а) $\left(3x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)\left(3x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)$ ; б) $\left(x^{\frac{2}{5}} - x^{\frac{3}{5}}\right)^2$ .
3.16	Сократите дробь $\frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) b^{\frac{1}{2}}}{(a-b)b^{\frac{3}{2}}}$

#### 4. Решать иррациональные уравнения

4.1.	Решите уравнения: а). $x^6 - 36 = 0$ ; б). $-x^5 - 7 = 0$ ; в). $x^{\frac{4}{5}} = 16$ .
4.2.	Решите уравнения: $\sqrt{x-5} = 3$ ; $\sqrt{\frac{x+6}{x-6}} = 2$ ; $\sqrt[3]{x^2 - 4x + 24} = 3$ ; $\sqrt{x+2} = 4$ ; $\sqrt{\frac{x-4}{x+4}} = 3$ ; $\sqrt[3]{6x+1} = -5$ ;
4.3.	Решите уравнения: $\sqrt{6x^2 - 7x + 2} = 1$ ; $(x^2 - 16)\sqrt{x+2} = 0$ ; $\sqrt[3]{28 - 23x - x^3} = 3 - x$ ; $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} = 2$ ; $(x^2 - 25)\sqrt{x+3} = 0$ ; $\sqrt[4]{6x^2 - 4x + 1} = 1 - x$ .
4.4.	Решите уравнение: а). $\sqrt{x^2 - 1} = x - 2$ ; б). $x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$ .
4.5.	Решите уравнение

	<p>A) <math>\sqrt{2x-1} = x-2</math>      Б) <math>x - 5\sqrt{x-2} + 4 = 0</math>  В) <math>\sqrt{6-4x-x^2} = x+4</math></p>
4.6.	<p>Решите уравнения:  <math>\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-2} = 7;</math>  <math>\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+4} = 1;</math></p>

### 5. Решать иррациональные неравенства

1.	<p>Решите неравенство:  а). <math>\sqrt{x+2} &gt; 0,5x + 1</math>      б). <math>\sqrt{2x-1} &lt; x-2</math>  в). <math>\sqrt{4-x} &lt; x+8;</math>      г). <math>\sqrt{x+32} &gt; x+2;</math></p>
2.	<p>Решите неравенство:  а) <math>\sqrt{2x^2 - 11x + 18} &gt; 2;</math>      б) <math>\sqrt{\frac{x+5}{x-7}} &gt; 2.</math>      в) <math>\sqrt[3]{x-8} &gt; 3.</math></p>
3.	<p>Решите неравенство  <math>\sqrt[6]{x-5} &lt; \sqrt[3]{x+1};</math>  <math>\sqrt{x-2} &lt; \sqrt[4]{x+5}.</math></p>
4.	<p>Решите неравенства:  <math>\frac{\sqrt{x-4}-2}{8-\sqrt{x-4}} &lt; 2;</math>  <math>\frac{\sqrt{2x-5}-1}{\sqrt{2x-5}+1} &gt; 3;</math></p>