Класс: 8.1, 8.2, 8.3
2019-2020
МОДУЛЬ 8: «Окружность»

<u>Содержание модуля</u>:

Касательная к окружности:
Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности.

Центральные и вписанные углы:
Градусная мера дуги окружности. Теорема о вписанном угле.

Четыре замечательные точки треугольника:
Свойства биссектрисы угла. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку. Теорема о пересечении высот треугольника.

Вписанная и описанная окружности:
Вписанная окружность. Описанная окружность.

Тема	Ученик научиться	Ученик получит возможность
Касательная к окружности (параграф 1, п.70, п.71, стр 162-164)	определять взаимное расположение прямой и окружности. решать задачи на определение взаимного расположения прямой и окружности; воспроизвести теорию с заданной степенью свернутости; определять касательную к окружности, доказывать свойство и признак касательной, применять их при решении задач; работать с чертежными инструментами;	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.
Центральные и вписанные углы (параграф 2, п.72, п.73, стр 167-168)	определять центральные и вписанные углы. определять градусную меру дуги окружности; доказывать, что сумма градусных мер двух дуг окружностей с общими концами равна 360°; доказывать теорему о вписанном угле, следствия из нее, применять их при решении задач; доказывать теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд; решать задачи на применение теоремы о произведении отрезков пересекающихся хорд.	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.

Четыре замечательные точки треугольника (параграф 3, п.74, п.75, п.76 стр 173-177)	доказывать теорему о биссектрисе угла и следствие из нее, решать задачи на применение этих теорем; решать задачи усложненного характера по данной теме; определять серединный перпендикуляр; доказывать теорему о серединном перпендикуляре к отрезку, следствие из нее, применять эти теоремы при решении задач по готовым чертежам; решать задачи усложненного характера по данной теме; доказывать теорему о пересечении высот треугольника; применять теорему о пересечении высот треугольника.	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.
Вписанная и описанная окружности (параграф 4, п.77, п.78, стр 178-182)	Распознавать вписанную и описанную окружность в многоугольник, доказывать теоремы об окружности, вписанной в многоугольник, свойств описанного и вписанного четырехугольника; определять способы применения теоремы об окружности, вписанной в многоугольник, применять свойства описанного четырехугольника при решении задач.	понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры. применять данные теоремы при решении задач.

Тема	Примерные практические задания:
Касательная к окружности (параграф 1, п.70, п.71, стр 162-164)	1. Среди следующих утверждений укажите истинные: Окружность и прямая имеют две общие точки, если: а) расстояние от центра окружности до прямой не превосходит радиуса окружности; б) расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности; в) расстояние от окружности до прямой меньше радиуса. 2. Закончите фразу, чтобы получилось верное высказывание. Окружность и прямая имеют одну общую точку, если... 3. Вставьте пропущенные слова. а) Окружность и прямая имеют одну общую точку, если ... расстояние от ... до прямой ... б) Если прямая AB – касательная к окружности с центром O и B – точка касания, то прямая AB и ... OB ...

в) Если прямая CD проходит через конец радиуса OK и $CD \perp OK$, то CD является … к данной окружности.

г) Если отрезки AB и AC – отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, то …

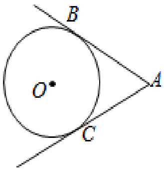


Рис. 1

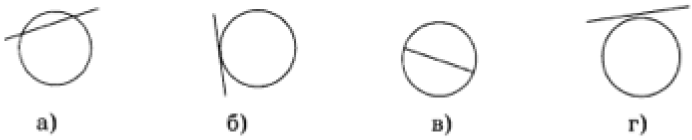
4. Установите истинность или ложность следующих утверждений:

а) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она имеет с окружностью общие точки.

б) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она пересекает окружность в двух точках.

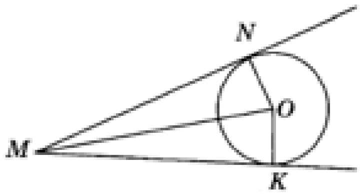
в) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если расстояние от центра окружности до данной прямой не больше радиуса.

5. Касательная к окружности изображена на рисунке:



6.

На рисунке MN и MK — касательные к окружности, $ON = OK = R$. Тогда отрезок NM равен отрезку ________



7.

Расстояние d от центра окружности O до прямой l равно 5 см, а радиус окружности r равен 6 см. Тогда прямая l и окружность с центром в точке O и радиусом r будут

- иметь две общие точки
- одну общую точку
- не иметь общих точек
-нет верного ответа

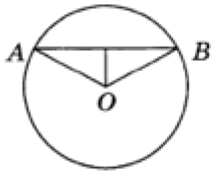
8.

Расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности. Тогда окружность и прямая имеют общих точек:

а) 2;
б) 1;
в) 0;
г) 3.

9.

На рисунке $R = OB = 5$ см, $AB = 6$ см. Тогда расстояние от центра окружности до хорды AB равно ___________



10. Решите задачи по готовым чертежам:

1)

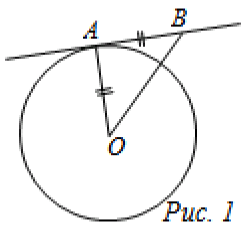


Рис. 1

Дано: $R = 5$, AB – касательная.
Найти: OB.

2)

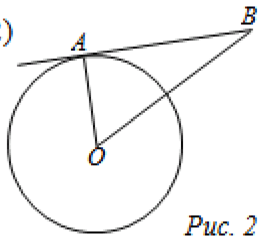


Рис. 2

Дано: AB – касательная;
$AB = 12$, $OB = 13$.
Найти: R окружности.

3)

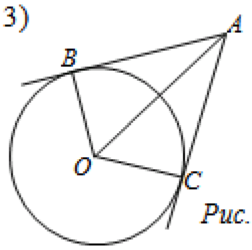


Рис. 3

Дано: AB, BC – касательные,
$OB = 2$, $AO = 4$.
Найти: $\angle BOC$.

4)

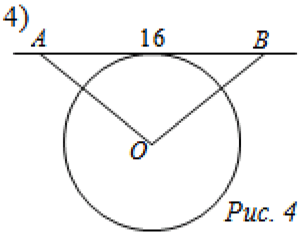


Рис. 4

Дано: AB – касательная,
$R = 6$, $AO = OB$.
Найти: AO.

5)

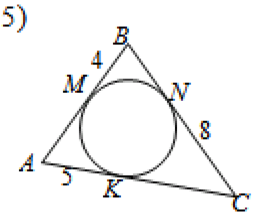
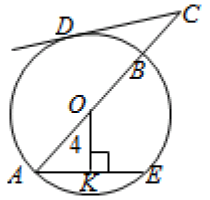
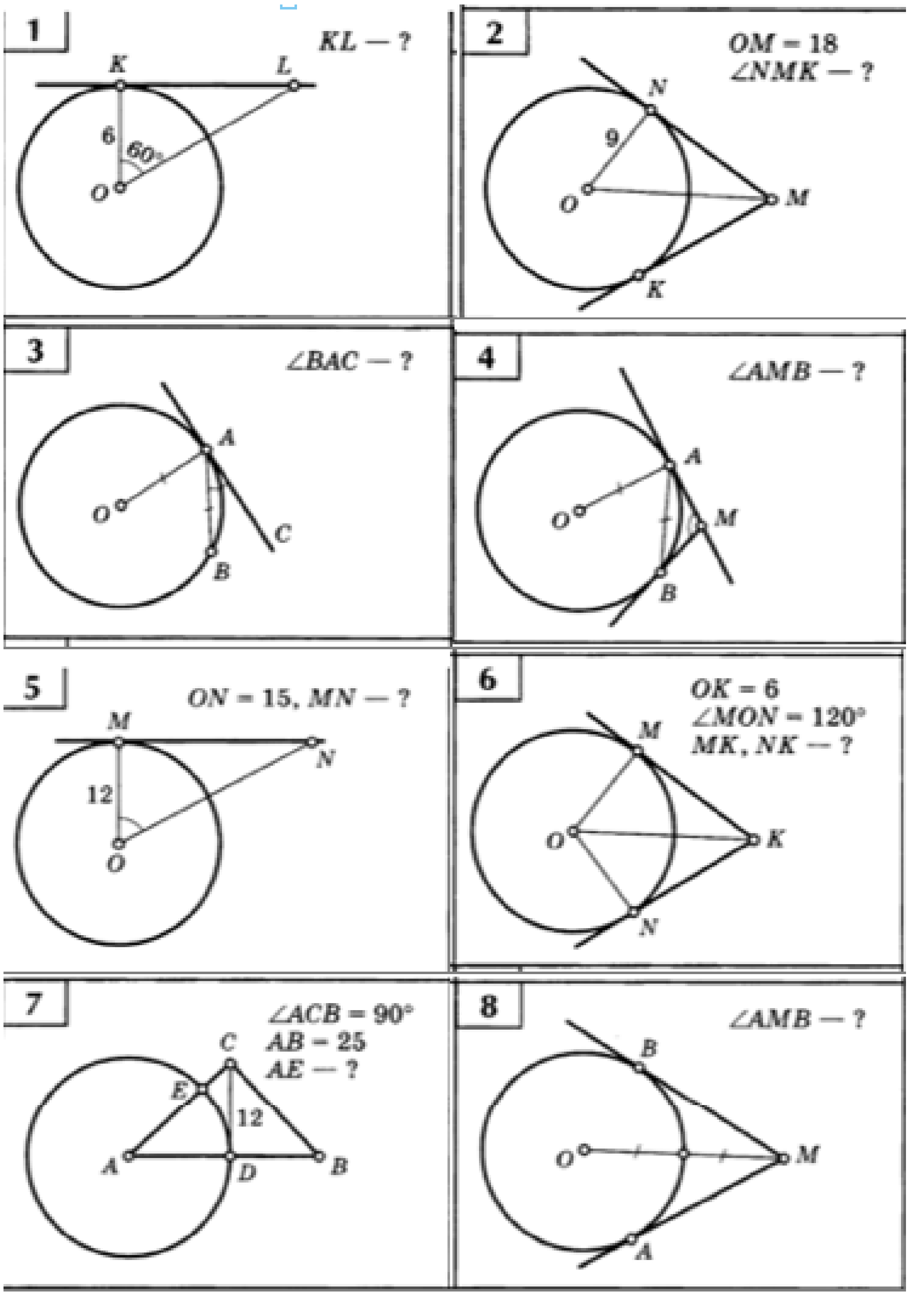


Рис. 5

Дано: M, N, K – точки касания.
Найти: P_{ABC}.

	б)  Рис. 6 *Дано:* $AB = 10$ см, O – центр окружности, CD – касательная, $AE \parallel CD$. *Найти:* OC. 11. Решите задачи по готовым чертежам 
Центральные и вписанные углы (параграф 2, п.72, п.73, стр 167-168)	<u>Градусная мера дуги:</u> 12. Решите задачи по готовым чертежам

1)

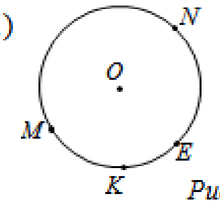


Рис. 1

Дано: $\cup MKE$ в два раза меньше $\cup MNE$.
Найти: $\cup MKE$, $\cup MNE$.

2)

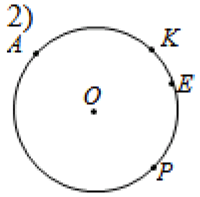


Рис. 2

Дано: $\cup AKE$ на 140° меньше $\cup APE$.
Найти: $\cup APE$.

3)

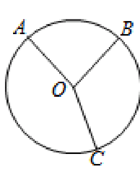


Рис. 3

Дано: $\cup AB : \cup BC : \cup AC = 2 : 3 : 4$.
Найти: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$.

4)

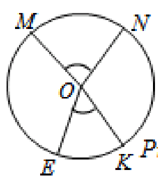


Рис. 4

Дано: $\angle MON : \angle NOK : \angle MOE = 3 : 4 : 5$.
Найти: $\cup ME$, $\cup NK$, $\cup KE$.

О т в е т: $\cup ME = 120°$, $\cup NK = 96°$, $\cup KE = 72°$.

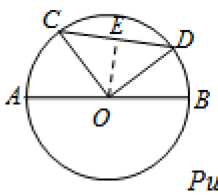


Рис. 5

Дано: $AC = 37°$, $BD = 23°$, $R = 15$ см.
Найти: CD.

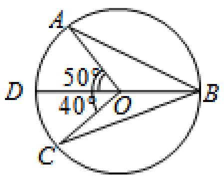
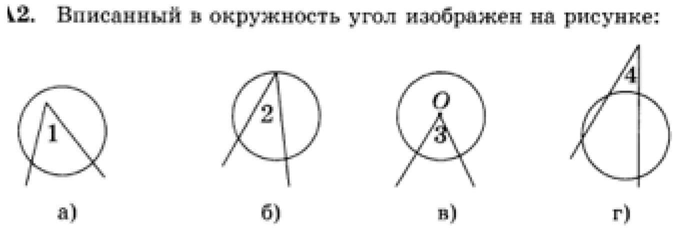


Рис. 7

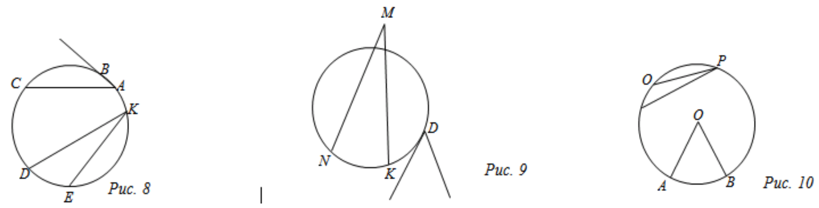
Найти угол ABC

Вписанный и центральный углы:

13.



14. Какие углы на рисунках являются вписанными:



15. Вставьте пропущенные слова:

а) Угол *AOB* является центральным, если точка *O* является ... а лучи *OA* и *OB* ...

б) Вписанный угол, опирающийся на диаметр, ...

в) $\angle ABD$ = ... $\angle AOD$ = ...

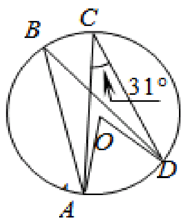


Рис. 1

г) Угол *ABC* является вписанным, если точка *B* … а лучи *BA* и *BC* …

д) Вписанные углы равны, если они … на одну …

е) $\angle ABD$ = … $\angle ACD$ =…

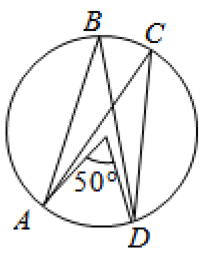


Рис. 2

ж) Если хорды *AB* и *CD* окружности пересекаются в точке *E*, то верно равенство ...

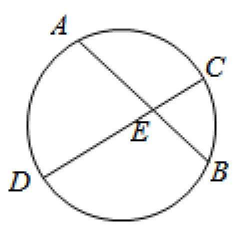


Рис. 3

з) Если AB – касательная, AD – секущая, то выполняется равенство ...

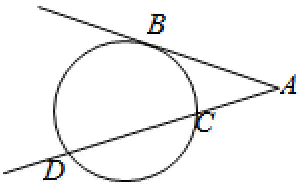


Рис. 4

е) Если AC и AE – секущие, то выполняется равенство …

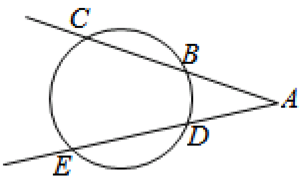
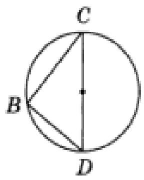


Рис. 3

16.

На рисунке DC — диаметр окружности. Тогда угол DBC равен ______________________

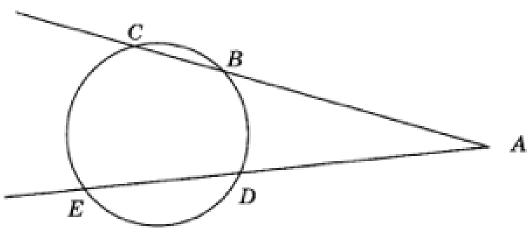


17.

Центральный угол больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу, на 40°. Тогда градусная мера вписанного угла будет равна ______________

18.

На рисунке AC и AE — секущие. $\cup BD = 30^\circ$, $\cup CE = 70^\circ$ Тогда $\angle CAE$ равен ______________________



19. Найти x

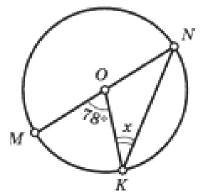


Рис. 1

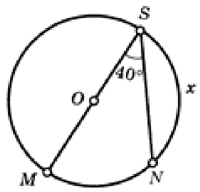


Рис. 2

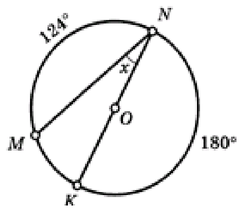


Рис. 3

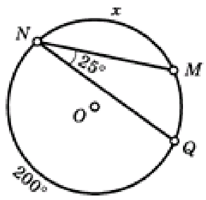


Рис. 4

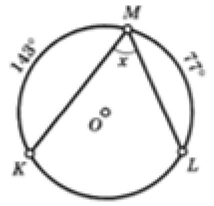


Рис. 5

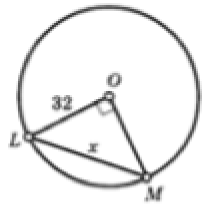


Рис. 6

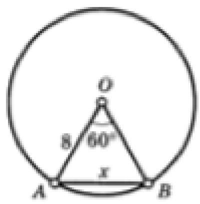


Рис. 87

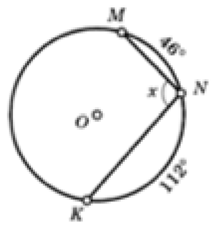
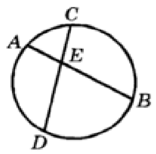


Рис. 8

20.



Дано: $AB = 0{,}7$ **см;**
$BE = 0{,}5$ **см;** $CE = 0{,}4$ **см.**
Найти: DE, DC.

21. Решите задачи по готовым чертежам:

1.

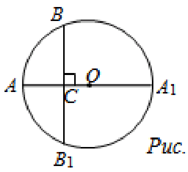


Рис. 1

Дано: A_1A – диаметр, $AA_1 \perp BB_1$, $AA_1 \cap BB_1 = O$, $AC = 4$ см, $CA_1 = 8$ см.
Найти: BB_1.

2. Найти BE и выразить угол $\boldsymbol{\alpha}$ через дуги AB и CD.

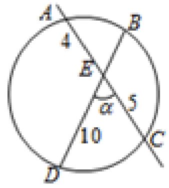
<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Рис. 2

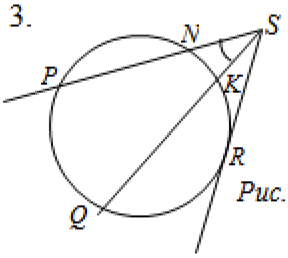
3.


Рис. 3
Дано: $SN = 4$ $SP = 9$
$SK = 3$
Найти: SR, SQ

Выразить угол между касательной SR и секущей SQ.

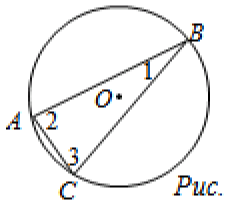
4.


Рис. 4
Дано: $\cup AC : \cup AB : \cup CB = 3 : 7 : 8$
Найти : $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Четыре замечательные точки треугольника (параграф 3, п.74, п.75, п.76 стр 173-177)</td>
<td>
22. Вставьте пропущенные слова:
а) Если точка A равноудалена от сторон данного угла, то она лежит на …
б) Если точка B лежит на серединном перпендикуляре, проведенному к данному отрезку, то она …
в) Если точка C равноудалена от концов данного отрезка, то она лежит на …
г) Если точка D лежит на биссектрисе данного угла, то она …

23. Решите задачи по готовым чертежам:

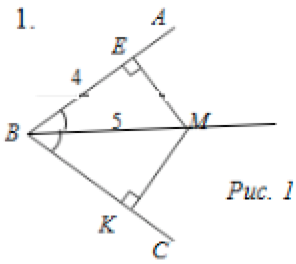
1.


Рис. 1
Дано: $BE = 4$, $BM = 5$.
Найти: MK.

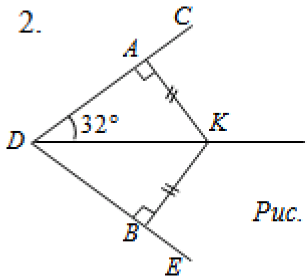
2.


Рис. 2
Найти: $\angle ADB$.
</td>
</tr>
</table>

3\.

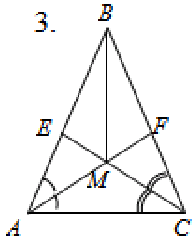


Рис. 3

Дано: AB = BC.
Доказать: $BM \perp AC$.

4\.

Найти: P_{BKC}, P_{ABC}.

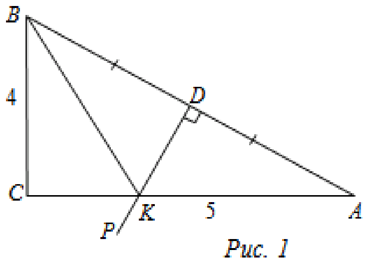


Рис. 1

5\.

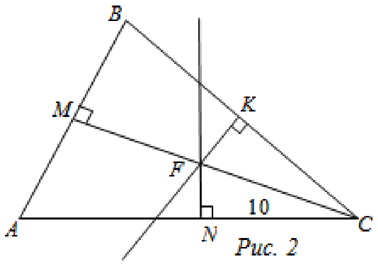


Рис. 2

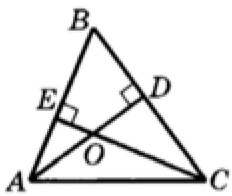
Дано: FK, FN серединные перпендикуляры. $AB = 16$, $CF = 10$.
Найти: расстояние от точки F до стороны AB.

24\.

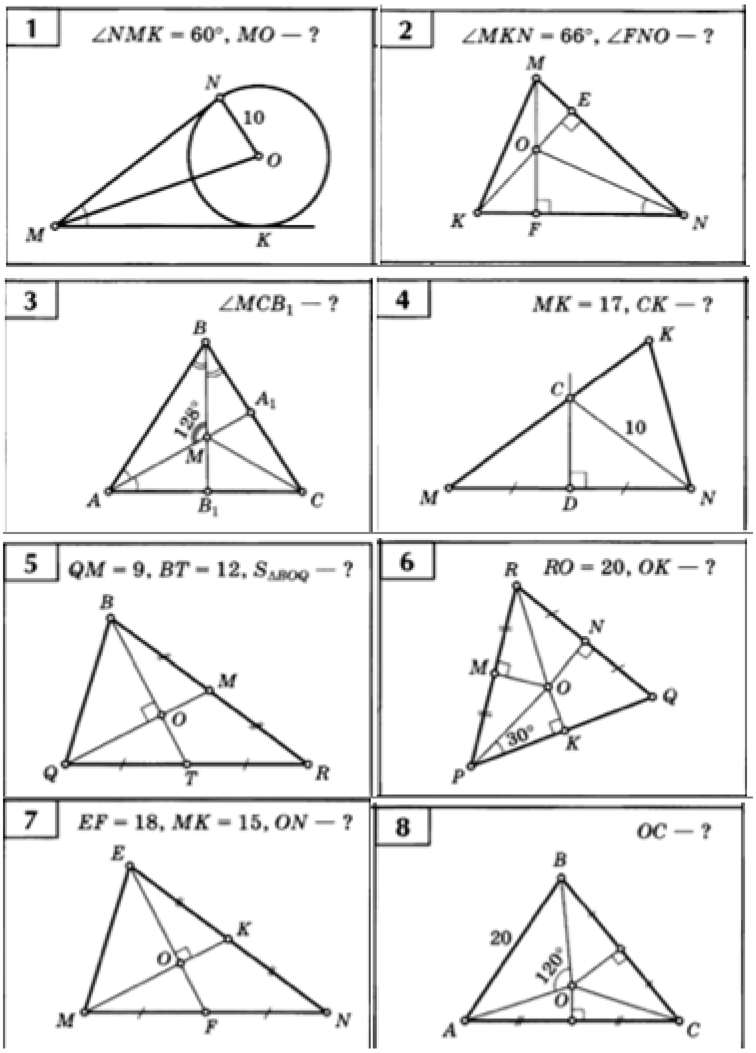
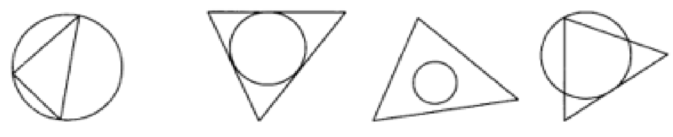
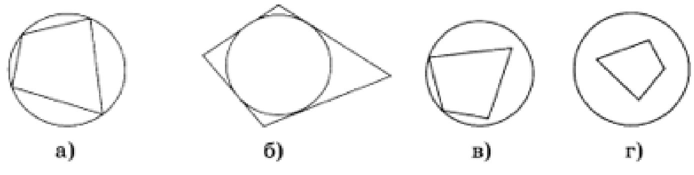
Если в треугольнике одна из его вершин является точкой пересечения высот данного треугольника, то этот треугольник будет:

а) остроугольным, не равносторонним;
б) тупоугольным;
в) прямоугольным;
г) равносторонним.

25\.



Дано: AD, CE — высоты $\triangle ABC$;
$\angle ACB = 28°$.
Найти: $\angle CBO$.

	26. Решите задачи по готовым чертежам: 
Вписанная и описанная окружности (параграф 4, п.77, п.78, стр 178-182)	27. **А1.** Вписанная в треугольник окружность изображена на рисунке:  а) б) в) г) 28. **А2.** Описанная около четырехугольника окружность изображена на рисунке:  а) б) в) г) 29. Вставьте пропущенные слова: а) Если четырехугольник описан около окружности, то … б) В любой… можно вписать окружность. в) Если четырехугольник *ABCD* вписан в окружность, то …

г) Около любого … можно описать окружность.

30. Выберите верное утверждение:
1. Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его...
   а) медиан;
   б) биссектрис;
   в) серединных перпендикуляров.

2. Центр вписанной в треугольник окружности равноудален от...
   а) сторон;
   б) углов;
   в) вершин треугольника.

3. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его медиан. Этот треугольник...
   а) прямоугольный;
   б) равнобедренный;
   в) равносторонний.

4. Окружность называется вписанной в многоугольник, если...
   а) все его стороны касаются окружности;
   б) все его вершины лежат на окружности;
   в) все его стороны имеют общие точки с окружностью.

5. Радиус вписанной в треугольник окружности равен расстоянию от центра окружности до...
   а) сторон треугольника;
   б) вершин треугольника;
   в) углов треугольника.

6. Центр вписанной в равнобедренный треугольник окружности может лежать...
   а) на любой из его высот;
   б) одной из его медиан;
   в) любом из его серединных перпендикуляров.

7. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его биссектрис. Этот треугольник может быть...
   а) произвольным;
   б) только равносторонним;
   в) только прямоугольным.

8. Многоугольник называется описанным около окружности, если...
   а) окружность имеет общие точки с его сторонами;
   б) окружность проходит через его вершины;
   в) окружность касается всех его сторон.

<u>Задачи на вписанную окружность:</u>

31. Решите задачи по готовым чертежам:

1)

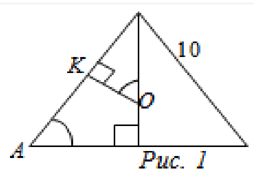


Рис. 1

Найти: радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

2)

Дано: $ABCD$ – равнобедренная трапеция.
Найти: DC и AB.

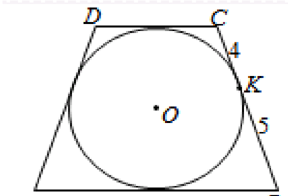


Рис. 2

32. В равносторонний треугольник со стороной 8 см вписана окружность. Найдите радиус окружности.

33. Четырехугольник *ABCD* описан около окружности. Найдите стороны *BC* и *AD*, если *AB* = 1 см, *CD* = 11 см, *BC* в 2 раза меньше *AD*.

34. Диагонали ромба равны 30 см и 40 см. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

35. Решить задачи по готовым чертежам:

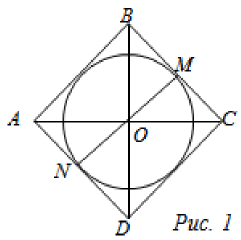


Рис. 1

Дано: $ABCD$ – ромб,
$BD = 32$, $BC = 20$.
Найти: r.

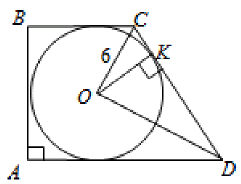


Рис. 2

Дано: $ABCD$ – трапеция,
$CO = 6$, $OD = 8$.
Найти: S_{ABCD}

<u>Задачи на описанную окружность:</u>

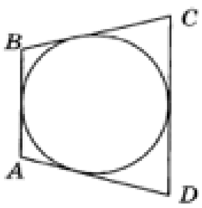
36.

Вокруг параллелограмма описали окружность. Тогда этот параллелограмм является:

а) квадратом;
б) ромбом;
в) прямоугольником;
г) произвольным параллелограммом.

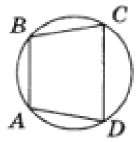
37.

Окружность вписана в четырехугольник *ABCD*. Тогда $AB + DC =$ ____________________

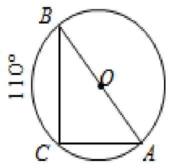
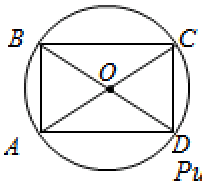
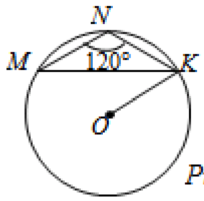
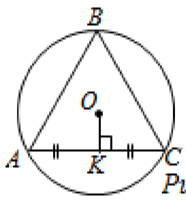
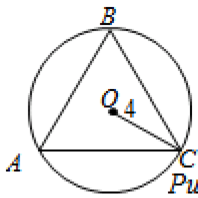
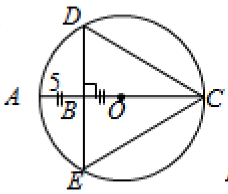


38. Для того, чтобы вокруг выпуклого четырехугольника можно было описать окружность, должно выполняться следующее равенство:

а) $\angle A + \angle B = \angle D + \angle C$;
б) $AB + CD = BC + AD$;
в) $\angle A + \angle C = \angle D + \angle B$;
г) $AD \cdot BC = AB \cdot CD$.



39. Решите задачи по готовым чертежам:

1.  *Рис. 2*	*Найти:* $\angle B$.
2.  *Рис. 3*	*Дано:* $AB : BC = 1 : 2$; $AC = 5\sqrt{5}$. *Доказать:* $ABCD$ – прямоугольник. *Найти:* AB, BC.
3.  *Рис. 4*	*Дано:* $MN = NK = 4$. *Найти:* OK.
4.  *Рис. 5*	*Дано:* ΔABC – равносторонний. $OK = 3$. *Найти:* AB.
5.  *Рис. 6*	*Дано:* ΔABC – равносторонний, *Найти:* AB.
6.  *Рис. 7*	*Найти:* DC.

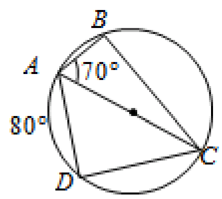
7. 

Рис. 8

Найти: углы четырехугольника *ABCD*.

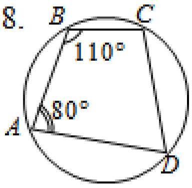
8. 

Рис. 9

Найти: $\angle C$, $\angle D$.

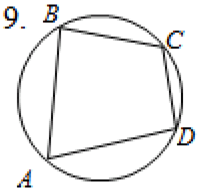
9. 

Рис. 10

Найти: $\angle A + \angle C$.

40. Около окружности описана равнобедренная трапеция, боковая сторона которой равна 8 см. Найдите периметр трапеции.
41. Около прямоугольного треугольника описана окружность радиуса 10 см. Найдите периметр и площадь этого треугольника, если его катет равен 16 см.
42. Два угла треугольника равны 60^0 и 80^0. Найдите градусные меры дуг, на которые вершины данного треугольника делят описанную окружность.

Задачи на вписанную и описанную окружности:

43. Найдите периметр прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 7,5 см, если стороны прямоугольника относятся как 3 : 4
44. Через точку *A* окружности проведены диаметр *AC* и две хорды *AB* и *AD* так, что хорда *AB* равна радиусу окружности, точка *D* делит полуокружность *AC* на две равные дуги. Найдите углы четырехугольника *ABCD*, если точки *C* и *D* лежат по разные стороны от диаметра *AC.*
45. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а высота, проведенная к нему, равна 12 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

46. Решите задачи по готовым чертежам: