

11 класс, профильный уровень

2019-2020 уч. год

Тема модуля: «Элементы теории вероятностей» (повторение и обобщение темы)

УМК Никольский С.М. 10 – 11 классы,

10 кл.: Глава I, §1, п.п. 1.4, 1.5, 1.6; Глава III, § 12 – 14, п.п. 12.1 – 14.3

11 кл.: Глава III, § 16 – 18, п.п. 16.1 – 18.2

УМК Макарычев Ю.Н. 7 – 9 классы (углубл.),

7 кл.: Глава 1, § 2, п. 4; 9 кл.: Глава 7, §§ 21 – 22, п.п. 57 – 62

Обучающиеся научатся:

Анализировать, определять тип события (достоверное, невозможное, несовместное); вычислять вероятность события (любого, достоверного, суммы, произведения) на основе подсчета числа исходов.

Определять и оперировать понятиями перестановки, размещения, сочетания. Использовать приемы решений простых комбинаторных задач, в т.ч. с использованием известных формул комбинаторики.

Определять и оперировать понятием вероятности события. Воспроизводить и использовать свойства вероятностей событий. Приводить примеры процессов и явлений, имеющих случайный характер; находить вероятность наступления случайного события; составлять таблицы распределения вероятностей; использовать определение и формулы нахождения вероятности события; применять свойства вероятности событий.

получат возможность:

Решать простейшие комбинаторные задачи и задачи теории вероятностей с использованием известных формул, правил и свойств.

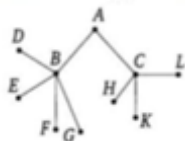
В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Примерные практические задания:

1. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.
2. В каждой связке бананов имеется ровно один банан с наклейкой производителя. Мама купила три связки: в двух связках по 3 банана, а в третьей 4 банана. Ребенок взял первый попавшийся банан из купленных мамой. С какой вероятностью этот банан был с наклейкой производителя?
3. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 2 – физика, 5 – филологов, 1 математик и 4 – историка. Порядок, в котором учителя проводят открытый урок, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым урок проведет физик или историк?
4. На олимпиаде по социологии участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
5. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России?
6. В теннисном турнире принимают участие 61 спортсмен, в том числе 7 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что российский теннисист Андрей Чернов не будет играть с теннисистом из России.
7. В теннисном турнире принимают участие 31 спортсмен, в том числе 3 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что американский теннисист Пит Сампрас будет играть с теннисистом из России.
8. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок десять сумок имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
9. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
10. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет четной.
11. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

12. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. решит ровно 11 задач.
13. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
14. На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
15. Крупье вытаскивает наугад из 36-ти карточной колоды 3 карты пиковой масти и 3 карты бубновой масти и кладет их на стол. Какова вероятность, что седьмая вытащенная им карта будет червовой масти? (Колода игральных карт содержит по 9 карт каждой из четырех мастей)
16. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орел, во второй – решка).
17. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет не менее двух раз.
18. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 5$ »?
19. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
20. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.
21. В классе 26 человек, среди них два близнеца – Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.
22. Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, второй – 60%. Первый завод выпускает 4% бракованных предохранителей, а второй – 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный предохранитель окажется бракованным.
23. Лампы определенного типа выпускают только два завода. Среди продукции первого завода 2% бракованных ламп, среди продукции второго – 3%. Известно, что при случайном выборе вероятность купить неисправную лампу этого типа равна 0,024. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа произведена на первом заводе.
24. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

25. Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна $0,2$. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажутся не бракованными.
26. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выигрывает жребий ровно два раза.
27. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны $0,4$.
28. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью $0,8$ погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
29. Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку; не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадет в точку G.



30. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью $0,9$. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью $0,01$. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализ у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
31. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна $0,6$, по русскому языку – $0,8$, по иностранному языку – $0,7$ и по обществознанию – $0,5$. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

32. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.
33. Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
34. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
35. В чемпионате мира участвуют 24 команды. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по шесть команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:
1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4.
Капитаны команды тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется в третьей группе?
36. В урне 14 красных, 9 желтых и 7 зеленых шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что это шар окажется желтым?
37. Из 20 билетов, предлагаемых на экзамене, школьник может ответить только на 17. Какова вероятность того, что школьник не сможет ответить на выбранный наугад билет?
38. В чемпионате по художественной гимнастике участвуют 20 спортсменок: 6 из России, 5 из Германии, остальные – из Франции. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая седьмой, окажется из Франции.
39. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 50 докладов – первые три дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции?
40. Из 1000 собранных на заводе кофемолок 7 штук бракованных. Эксперт проверяет одну наугад выбранную кофемолку из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемая кофемолка окажется бракованной.
41. Завод производит холодильники. В среднем на 100 качественных холодильников приходится 15 холодильников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный холодильник окажется качественным. Результат округлите до сотых.
42. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе

Максим Зайцев. Найдите вероятность того, что в первом туре Максим Зайцев будет играть с каким-либо теннисистом из России.

43. Футбольную секцию посещают 33 человека, среди них два брата – Антон и Дмитрий. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Антон и Дмитрий окажутся в одной команде.
44. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.
45. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «сумма очков равна 8»?
46. Одновременно бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
47. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Н. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Н. играют две шахматные партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

48.

По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,85. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,96. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

49.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние три — промахнулся. Результат округлите до сотых.

50.

На рисунке 47 изображён лабиринт. Мышка заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и идти назад мышка не может, поэтому на каждом разветвлении мышка выбирает один из путей, по которому ещё не шла. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью мышка придёт к выходу В.

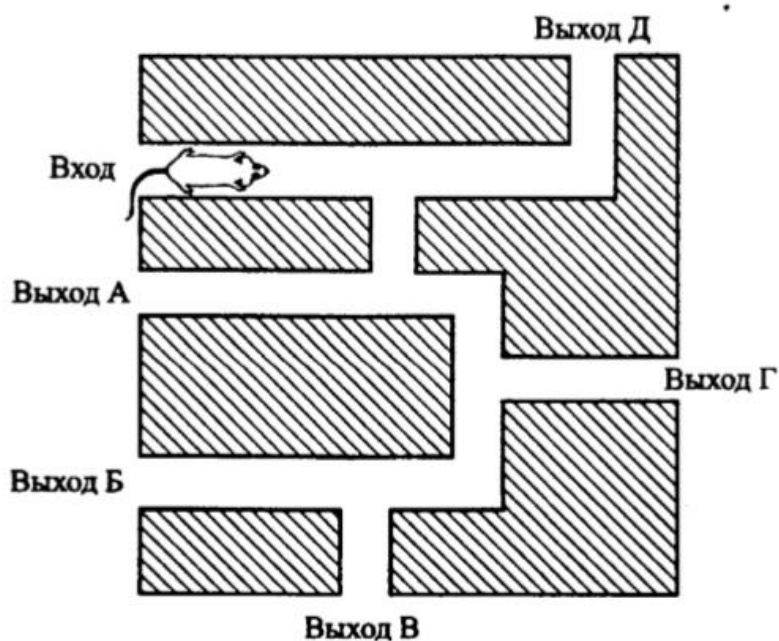


Рис. 47.

51.

В классе 16 мальчиков и 9 девочек. Для подготовки классной комнаты к занятиям случайным образом выбирают двух дежурных. Найдите вероятность того, что дежурить будут два мальчика.

52.

Вероятность того, что новая кофемолка прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,81. Найдите вероятность того, что кофемолка прослужит меньше двух лет, но больше года.

53.

Ковбой Билл попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Билл стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,25. На столе лежит 5 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Билл видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Билл попадёт в муху.

54.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

55.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

56.

Чтобы поступить в институт на специальность «архитектура», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и истории. Чтобы поступить на специальность «живопись», нужно набрать не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — русскому языку, истории и литературе.

Вероятность того, что абитуриент Н. получит не менее 60 баллов по истории, равна 0,8, по русскому языку — 0,5, по литературе — 0,6 и по математике — 0,9.

Найдите вероятность того, что Н. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.