

10.1 (технологический профиль)

2019-2020 уч.год

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике
(учебник Никольский С.М., углублённый уровень)

Модуль №4

"Основные тригонометрические формулы".

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Обучающийся научится	получит возможность
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	Отмечать на единичной окружности точки, соответствующие углам; определять значения синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; определять углы в тригонометрическом круге; соответствие каждой точки единичной окружности в координатной плоскости определённому углу; градусную и радианную меры угла и приемы их перевода из одной меры в другую; определять синус и косинус, тангенс и котангенс произвольного угла; основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$; использовать основные тригонометрические, формулы косинуса разности и косинуса суммы, синуса суммы и синуса разности двух углов, формулы для дополнительных углов, формулы суммы и разности синусов и косинусов, формулы для двойных и половинных углов, произведение синусов и косинусов, формулы для тангенсов.	Применять опорные знания для получения новых; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять изученные формулы и тождества при выполнении преобразований тригонометрических выражений, вычислять и упрощать тригонометрические выражения, используя соответствующие формулы; уметь доказывать тригонометрические тождества.

Примерные практические задания:

ТЕМА	ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)
Градусная и радианная мера угла	<p>1. Выразите в радианах величину угла, градусная мера которого равна а) 120° б) 135° в) 225° г) 240° д) 150° е) 210° ж) 450° з) 1080°</p> <p>2. Выразите в градусах величину угла, радианная мера которого равна а) $\frac{2\pi}{3}$ б) $\frac{3\pi}{4}$ в) $\frac{11\pi}{4}$ г) $\frac{5\pi}{6}$ д) $\frac{111\pi}{6}$ е) $\frac{3\pi}{2}$ ж) $\frac{5\pi}{3}$ з) $\frac{7\pi}{4}$ и) $\frac{7\pi}{9}$ к) 3π</p> <p>3. Отметьте на единичной окружности точки, соответствующие числам: а) 111π б) $\frac{7\pi}{6}$ в) $\frac{71\pi}{4}$ г) $-\frac{7\pi}{3}$ д) $\frac{301\pi}{3}$ е) 100 ж) -6</p>
Тригонометрические функции числового угла	<p>1. Существуют ли числа α, β и γ, для которых: а) $\sin \alpha = -0,5$, $\cos \beta = \sqrt{3}$, $\operatorname{tg} \gamma = -2,5$; б) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $\cos \beta = -2,2$, $\operatorname{tg} \gamma = 0,31$; в) $\sin \alpha = 1,3$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{10}}{4}$, $\operatorname{tg} \gamma = 5,2$; г) $\sin \alpha = -\frac{7}{9}$, $\cos \beta = \sqrt{2,5}$, $\operatorname{tg} \gamma = -7,5$?</p> <p>2. Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: а) $-\frac{7}{25}$ и $\frac{24}{25}$; б) $0,4$ и $0,7$; в) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ и $-\frac{\sqrt{5}}{3}$; г) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\frac{1}{\sqrt{5}}$?</p> <p>3. Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными соответственно: а) $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{5}{3}$; б) $(\sqrt{3}-2)$ и $(\sqrt{3}+2)$; в) $2,4$ и $-\frac{5}{12}$; г) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{2\sqrt{5}}{5}$?</p>
Измерение углов	<p>Определите четверть, в которой лежит угол</p> <p>1. 100° 6. -830° 11. $\frac{11\pi}{6}$ 16. $-0,8\pi$ 2. 80° 7. $1,2\pi$ 12. $\frac{7\pi}{3}$ 17. $-0,4\pi$ 3. 300° 8. $2,3\pi$ 13. $-\frac{2\pi}{3}$ 18. 1 4. 700° 9. $\frac{3\pi}{4}$ 14. $-\frac{2}{5}\pi$ 19. 4 5. -200° 10. $\frac{4\pi}{6}$ 15. $-\frac{7}{6}\pi$ 20. $\pi + 1$</p>
Знаки тригонометрических функций	<p>1. Определите знак выражения</p> <p>1. $\cos 40^{\circ}$ 5. $\cos 290^{\circ}$ 9. $\cos(-300^{\circ})$ 13. $\cos \frac{5\pi}{3}$ 2. $\sin 70^{\circ}$ 6. $\operatorname{tg} 98^{\circ}$ 10. $\operatorname{tg}(-120^{\circ})$ 14. $\sin \frac{13\pi}{5}$ 3. $\cos 113^{\circ}$ 7. $\operatorname{ctg} 200^{\circ}$ 11. $\sin \frac{\pi}{9}$ 15. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{11}$ 4. $\sin 240^{\circ}$ 8. $\sin(-140^{\circ})$ 12. $\cos \frac{13\pi}{15}$ 16. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$</p> <p>2. Сравните с нулем: а) $\sin 311^{\circ}$ б) $\cos 311^{\circ}$ в) $\sin 529^{\circ}$ г) $\cos(-1261^{\circ})$</p>

	д) $\sin \frac{113\pi}{11}$ е) $\sin 11$ ж) $\cos 9$ з) $-\frac{\cos 318^\circ}{\operatorname{tg} 394^\circ}$																																																			
Значения тригонометрических функций	<p>1. Вычислите значение выражения</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">1. $\sin 135^\circ$</td> <td style="width: 33%;">10. $\sin \pi$</td> <td style="width: 33%;">16. $\operatorname{tg} 750^\circ$</td> </tr> <tr> <td>2. $\cos 210^\circ$</td> <td>11. $\cos 3,5\pi$</td> <td>17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$</td> </tr> <tr> <td>3. $\sin 300^\circ$</td> <td>12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$</td> <td>18. $\sin \left(-\frac{13}{3}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>4. $\sin 240^\circ$</td> <td>13. $\cos \frac{5}{3}\pi$</td> <td>19. $\operatorname{ctg} \left(-\frac{13}{6}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>5. $\operatorname{tg} 315^\circ$</td> <td>14. $\sin \frac{10}{3}\pi$</td> <td>20. $\cos \left(-\frac{29}{4}\pi\right)$</td> </tr> <tr> <td>6. $\sin (-120^\circ)$</td> <td>15. $\cos (-960^\circ)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7. $\cos (-150^\circ)$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>8. $\cos \frac{2\pi}{3}$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>2. Вычислите:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 60%;">а) $\cos 17\pi$</td> <td style="width: 40%;">в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$</td> </tr> <tr> <td>б) $\operatorname{tg} \left(-\frac{11\pi}{6}\right)$</td> <td>г) $\sin \left(-\frac{22\pi}{3}\right)$</td> </tr> </table> <p>3. Найдите значение выражения:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 60%;">а) $-\sin 225^\circ$</td> <td style="width: 40%;">з) $-\operatorname{ctg} 300^\circ$</td> </tr> <tr> <td>б) $\operatorname{tg} (-330^\circ)$</td> <td>д) $\cos (-30^\circ)$</td> </tr> <tr> <td>в) $\cos (-225^\circ)$</td> <td>е) $\operatorname{ctg} (-405^\circ)$</td> </tr> </table> <p>4. Вычислите: а) $\sin 566\pi$; б) $\cos \frac{17\pi}{2}$; в) $\cos \left(-\frac{31\pi}{6}\right)$; г) $\sin \left(\frac{35\pi}{3}\right)$; д) $\cos \left(-\frac{263\pi}{4}\right)$; е) $\sin \left(-\frac{135\pi}{6}\right)$; ж) $\sin \left(\frac{2225\pi}{2}\right)$; з) $\cos \left(-\frac{221\pi}{3}\right)$.</p> <p>5. Вычислите:</p> <p>а) $\operatorname{tg} \left(-\frac{31\pi}{6}\right)$; б) $\operatorname{ctg} \left(\frac{35\pi}{3}\right)$; в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{263\pi}{4}\right)$; г) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{173\pi}{2}\right)$.</p> <p>6. Вычислите: а) $(1 + \sin 30^\circ)(2\sqrt{3} - \sin 60^\circ)$; б) $\operatorname{tg} 45^\circ \cos 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ$; в) $\operatorname{tg}^2 45^\circ - 2 + \operatorname{ctg}^2 45^\circ$; г) $\operatorname{tg} 0 + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$.</p> <p>7. Сравните числа:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">а) $\sin \frac{13\pi}{9}$ и $\sin \frac{13\pi}{9} \cdot \cos \frac{11\pi}{4}$</td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td>б) $\cos \frac{15\pi}{13}$ и $\cos^2 \frac{15\pi}{13}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>в) $\sin 1 \cdot \cos 2$ и $\sin 2 \cdot \cos 1$</td> <td></td> </tr> </table> <p>5. Какое из чисел больше:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">а) $\sin 5$ или $\sin 6$</td> <td style="width: 50%;">б) $\cos 3$ или $\cos 4$</td> </tr> <tr> <td>в) $\sin 1$ или $\sin 20$</td> <td>г) $0,5$ или $\sin 3$</td> </tr> <tr> <td>д) $\cos 5$ или $\cos 6$</td> <td>е) $\cos 2$ или $\sin 6$</td> </tr> </table> <p>6. Найдите значение выражения:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">а) $2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{19\pi}{3} \cdot \sin \frac{17\pi}{6}$</td> <td style="width: 50%;">б) $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$</td> </tr> </table> <p>7. Вычислить:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $4 \sin^2 45^\circ - \cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$ 2) $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$ 	1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$	16. $\operatorname{tg} 750^\circ$	2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$	17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$	3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$	18. $\sin \left(-\frac{13}{3}\pi\right)$	4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$	19. $\operatorname{ctg} \left(-\frac{13}{6}\pi\right)$	5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$	20. $\cos \left(-\frac{29}{4}\pi\right)$	6. $\sin (-120^\circ)$	15. $\cos (-960^\circ)$		7. $\cos (-150^\circ)$			8. $\cos \frac{2\pi}{3}$			9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$			а) $\cos 17\pi$	в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$	б) $\operatorname{tg} \left(-\frac{11\pi}{6}\right)$	г) $\sin \left(-\frac{22\pi}{3}\right)$	а) $-\sin 225^\circ$	з) $-\operatorname{ctg} 300^\circ$	б) $\operatorname{tg} (-330^\circ)$	д) $\cos (-30^\circ)$	в) $\cos (-225^\circ)$	е) $\operatorname{ctg} (-405^\circ)$	а) $\sin \frac{13\pi}{9}$ и $\sin \frac{13\pi}{9} \cdot \cos \frac{11\pi}{4}$		б) $\cos \frac{15\pi}{13}$ и $\cos^2 \frac{15\pi}{13}$		в) $\sin 1 \cdot \cos 2$ и $\sin 2 \cdot \cos 1$		а) $\sin 5$ или $\sin 6$	б) $\cos 3$ или $\cos 4$	в) $\sin 1$ или $\sin 20$	г) $0,5$ или $\sin 3$	д) $\cos 5$ или $\cos 6$	е) $\cos 2$ или $\sin 6$	а) $2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{19\pi}{3} \cdot \sin \frac{17\pi}{6}$	б) $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$
1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$	16. $\operatorname{tg} 750^\circ$																																																		
2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$	17. $\operatorname{ctg} 1110^\circ$																																																		
3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$	18. $\sin \left(-\frac{13}{3}\pi\right)$																																																		
4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$	19. $\operatorname{ctg} \left(-\frac{13}{6}\pi\right)$																																																		
5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$	20. $\cos \left(-\frac{29}{4}\pi\right)$																																																		
6. $\sin (-120^\circ)$	15. $\cos (-960^\circ)$																																																			
7. $\cos (-150^\circ)$																																																				
8. $\cos \frac{2\pi}{3}$																																																				
9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$																																																				
а) $\cos 17\pi$	в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$																																																			
б) $\operatorname{tg} \left(-\frac{11\pi}{6}\right)$	г) $\sin \left(-\frac{22\pi}{3}\right)$																																																			
а) $-\sin 225^\circ$	з) $-\operatorname{ctg} 300^\circ$																																																			
б) $\operatorname{tg} (-330^\circ)$	д) $\cos (-30^\circ)$																																																			
в) $\cos (-225^\circ)$	е) $\operatorname{ctg} (-405^\circ)$																																																			
а) $\sin \frac{13\pi}{9}$ и $\sin \frac{13\pi}{9} \cdot \cos \frac{11\pi}{4}$																																																				
б) $\cos \frac{15\pi}{13}$ и $\cos^2 \frac{15\pi}{13}$																																																				
в) $\sin 1 \cdot \cos 2$ и $\sin 2 \cdot \cos 1$																																																				
а) $\sin 5$ или $\sin 6$	б) $\cos 3$ или $\cos 4$																																																			
в) $\sin 1$ или $\sin 20$	г) $0,5$ или $\sin 3$																																																			
д) $\cos 5$ или $\cos 6$	е) $\cos 2$ или $\sin 6$																																																			
а) $2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{19\pi}{3} \cdot \sin \frac{17\pi}{6}$	б) $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$																																																			

$$3) \quad 3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{2\pi}{3} + 7 \cos \left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \sin \left(-\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$4) \quad \cos \frac{\pi}{2} - 3 \sin \left(-\frac{3\pi}{4}\right) + 4 \cos(-2\pi) - 2 \sin(-3\pi)$$

$$5) \quad 3 \cos \frac{7\pi}{4} + 2 \sin \frac{3\pi}{4} - \sin \left(-\frac{9\pi}{4}\right) + 7 \cos \frac{13\pi}{2}$$

$$6) \quad 2 \sin \left(-\frac{5\pi}{6}\right) + 11 \cos \left(-\frac{7\pi}{3}\right) + \sin \frac{7\pi}{6} - 8 \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$7) \quad \frac{8}{\sin \left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cdot \cos \left(\frac{31\pi}{4}\right)}$$

Основные тригонометрические тождества

1. Вычислите

a) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

б) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

в) $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

г) $5 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

д) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

е) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

ж) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

2.

Найдите значения остальных тригонометрических функций

угла β , если известно, что $\operatorname{tg} \beta = -\frac{5}{12}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

Формулы приведения

1. Преобразуйте данное выражение с помощью формул приведения

1. $\cos \left(\frac{\pi}{2} - t\right)$

2. $\sin(\pi - t)$

3. $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$

4. $\cos(2\pi - t)$

14. $\cos(\pi - \alpha) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

15. $\sin(270^\circ - \alpha) - \sin(270^\circ + \alpha)$

16. $\frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\pi - \beta) \operatorname{tg}(-\alpha)}$

5. $\operatorname{tg}(2t + \pi)$

6. $\sin \left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

7. $\operatorname{tg}(270^\circ - t)$

8. $\cos(t - 90^\circ)$

9. $\sin(720^\circ + t)$

10. $\sin \left(\frac{\pi}{2} - t\right);$

11. $\cos \left(\frac{\pi}{2} + t\right);$

12. $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + t\right);$

13. $\sin \left(\frac{3\pi}{2} - t\right).$

17. $\frac{1 - \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 - \sin^2(\pi + \alpha)}$

18. $\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}(180^\circ - x) + \operatorname{tg}(90^\circ + x)$

2. Используя формулы приведения, найдите значение выражения

a) $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$

б) $\frac{4 \cos 19^\circ}{\sin 341^\circ}$

в) $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$

г) $-50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$

3. Найдите $26 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

4. Найдите $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

5. Найдите значение выражения $5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,25$.

6. Найдите значение выражения $\frac{3\cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\beta + 3\pi)}$.
7. Найдите значение выражения $\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$.

Упростите выражение

8. $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

9. Найдите значение выражения $\frac{46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ}{32 \cos 26^\circ}$.

10. Найдите значение выражения: $\sin 64^\circ$.

11. Найдите значение выражения

a) $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$

б) $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$

в) $\frac{6}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$

г) $\frac{12}{\cos^2 14^\circ + 3 + \cos^2 76^\circ}$

Формулы двойного угла, основные формулы тригонометрии

1. Найдите значение выражения

1) $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$

2) $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$

3) $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$

4) $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$

2. Найдите $\frac{24 \cos 2\alpha}{10 \sin 6\alpha}$, если $\sin \alpha = -0,2$.

3. Найдите $3 \cos 3\alpha$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

4. Найдите значение выражения

a) $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$

б) $\frac{-19 \sin 94^\circ}{\sin 47^\circ \cdot \sin 43^\circ}$

5. Вычислите:

a) $\cos 75^\circ$ б) $\sin 75^\circ$ в) $\sin 15^\circ$

г) $\sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$

д) $\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ$

e) $\cos 50^\circ \cos 5^\circ + \sin 50^\circ \sin 5^\circ$

6. Вычислите значения выражения

1. $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$

2. $\sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$

3. $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$

4. $\cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$

5. $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$

6. $\cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$

7. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$

8. $\frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$

9. $\frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$

10. $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$

11. $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$

12. $\frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$

13. $\frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$

7. Найдите значение выражения:

a) $\frac{\cos 2^\circ \cos 28^\circ - \sin 28^\circ \sin 2^\circ}{\cos 47^\circ \cos 2^\circ + \sin 47^\circ \sin 2^\circ}$

б) $\frac{\sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}}$

в) $2\sqrt{3} \cdot \frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 100^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\cos 40^\circ \cdot \cos 100^\circ + \sin 40^\circ \cdot \cos 10^\circ}$

	<p>8. Вычислить $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$</p> <p>9. Вычислите произведение $8\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$.</p> <p>10. Вычислите сумму: $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 200^\circ$.</p> <p>11. Вычислить $\frac{2\sin^2 70^\circ - 1}{2\operatorname{ctg} 115^\circ \cdot \cos^2 155^\circ} \cdot \frac{3(\sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ)}{4\cos^2 30^\circ}$</p> <p>12. Найдите значение выражения: $8\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$.</p>
<p>Вычисления значений тригонометрических выражений</p>	<p>1. Найдите $\frac{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.</p> <p>2. Найдите $\frac{10\cos \alpha + 4\sin \alpha + 15}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.</p> <p>3. Найдите $\frac{6\sin \alpha + \cos \alpha}{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$</p> <p>4. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7\sin \alpha + 13\cos \alpha}{5\sin \alpha - 17\cos \alpha} = 3$.</p> <p>5. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{3\sin \alpha - 5\cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3\cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$.</p> <p>6. Найдите $\frac{3\sin \alpha + 7\cos \alpha}{4\cos \alpha - 3\sin \alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 1$</p> <p>7. Найти значение выражения $\frac{5}{2 + 6\sin \alpha \cos \alpha}$, если: $\operatorname{ctg} \alpha = 10$</p> <p>8. Найти значение выражения $\frac{3}{9 - 8\sin^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.</p> <p>9. Вычислите $11 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$, если $\sin \alpha - \cos \alpha = -1,2$</p>
<p>Упрощение тригонометрических выражений, доказательство тригонометрических тождеств</p>	<p>1. Упростите выражение:</p> <p>а) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha$; б) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$.</p> <p>в) $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sqrt{2} \sin \alpha}$; г) $\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$;</p> <p>д) $(\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha) \operatorname{ctg} \alpha$;</p> <p>е) $\frac{1 - 2 \cos^2 \beta}{\cos \beta + \sin \beta}$; ж) $\frac{\sin^2 t - 1}{\cos^4 t} + \operatorname{tg}^2 t$; з) $\frac{2 \sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \sin \beta}$;</p> <p>и) $\frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha}$; к) $\operatorname{ctg}^2 \alpha (1 - \cos 2\alpha) + \cos^2 \alpha$.</p> <p>л) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - 1$; м) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha}$;</p> <p>н) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha$;</p> <p>о) $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}\right) \cos \alpha$, если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;</p> <p>п) Вычислите $\cos \alpha \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} + \sin \alpha \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$, если α принадлежит третьей четверти и $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$.</p>

2. Докажите тождества:

$$1. 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

$$2. \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$$

$$3. \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$$

$$4. \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$$

$$5. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$10. \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha;$$

$$12. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha.$$

$$15. \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right);$$

$$17. \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}};$$

$$19. \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$20. \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha};$$

$$22. (1 - \cos 2\alpha)(1 + \cos 2\alpha) = \sin^2 2\alpha;$$

$$24. (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha;$$

$$25. \frac{\cos \alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 5\alpha - 2 \cos 3\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha;$$

$$6. \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$7. \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$$

$$8. \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$9. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$$

$$11. \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$13. (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = \sin^2 \alpha;$$

$$14. (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = \cos^2 \alpha;$$

$$16. \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} + \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = 2$$

$$18. \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = 2 \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$21. \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1;$$

$$23. \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha.$$