

## 10 класс

### Алгебра и начала математического анализа (углублённый уровень)

2019-2020 уч.год

#### Тема модуля № 1 «Корни, степени, логарифмы»

Знать	Уметь
<p>Понятия действительного числа, множества чисел, свойства действительных чисел, <i>делимость целых чисел</i>****, свойства числовых неравенств, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики; признаки делимости целых чисел.</p>	<p>Доказывать числовые неравенства; применять понятия, связанные с делимостью чисел; <i>выполнять сравнение по модулю</i>; решать задачи.</p>
<p>Понятия функции и ее графика, функция <math>y=x^n</math>, понятие корня степени <math>n</math>, корня четной и нечетной степеней, арифметического корня, свойства корней степени <math>n</math>, <i>функция <math>y=\sqrt[n]{x}</math>, <math>x \geq 0</math>, функция <math>y=-\sqrt[n]{x}</math>, корень степени <math>n</math> из натурального числа</i>, ограниченность области определения корня четной степени; свойства и графики функций <math>y=x^n</math> при различных <math>n</math>, основные приемы преобразований и рациональные способы решения числовых выражений.</p>	<p>Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков; находить значения корня натуральной степени; проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени и радикалы, многочленные дроби, определять значение функции по значению аргумента; при различных способах задания функции; осуществлять итоговый контроль по результату.</p>
<p>Понятие степени с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем, <i>метод математической индукции</i>, основные приемы преобразований и рациональные способы решения числовых выражений.</p>	<p>Находить значения степени с рациональным показателем; проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени и радикалы; проводить преобразования числовых и буквенных выражений; находить значения корня, степени с рациональным показателем, используя при необходимости вычислительные устройства.</p>
<p>Понятия функциональной зависимости, функции и ее графика. Знакомые функции из курса основной школы (7-9 класс): линейная, квадратичная, степенная (с четным и нечетным натуральными показателями степени), обратная пропорциональность, функция арифметического квадратного корня. Графики и свойства рассматриваемых функций. Функция <math>y = xp</math>. Степенные</p>	<p>Строить и читать графики элементарных и сложных функций различными приемами; узнавать вид и тип функции по ее формуле и графику; выполнять основные преобразования функций; читать и строить графики функций, содержащих модуль, кусочно-заданные функции; определять свойства функций.</p>

<p>функции. Функция корня <math>n</math>-й степени.          Преобразования графиков функций.          Чтение графика функции. Функции, содержащие модуль, и их графики.          Кусочные функции. Кусочные функции в модулях. Виды функций и формулы, их задающие; основные приемы построения и чтения графиков функций; основные свойства функций.</p>	
<p>Понятия и основные свойства логарифма, десятичного и натурального логарифма. Основное логарифмическое тождество. Логарифмическая функция. Степенные функции. Показательная функция, вид, свойства и график показательной функции.          Логарифмическая функция, вид, свойства и график логарифмической функции. Кусочные функции, содержащие степени и логарифмы.</p>	<p>Находить значения логарифма; пользоваться оценкой и прикидкой при расчетах; выполнять преобразования, опираясь на свойства; строить графики показательной и логарифмической функций; читать графики; графически решать показательные уравнения; находить значение числовых выражений, содержащих степени и логарифмы; выполнять преобразования графиков; описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций.</p>
<p>Простейшие показательные уравнения. Отличительные признаки показательного уравнения. Простейшие логарифмические уравнения. Отличительные признаки логарифмического уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Простейшие показательные неравенства. Простейшие логарифмические неравенства. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Методы и способы решений показательных уравнений и неравенств. Методы и способы решений логарифмических уравнений и неравенств.</p>	<p>Решать показательные, логарифмические уравнения, показательные, логарифмические неравенства; решать неравенства с применением графических представлений свойств функции; решать неравенства с применением графических представлений; классифицировать неравенства; решать неравенства рациональным способом; выполнять учебные действия в умственной форме.</p>

### Тема: «Свойства действительных чисел»

1. Какие числа называют целыми?
2. Может ли сумма иррациональных чисел быть рациональным числом?
3. Как обозначается множество действительных чисел?
4. Как обозначается множество натуральных чисел?
5. Записать с помощью тождества свойство сложения противоположных чисел.
6. Записать с помощью тождества распределительное свойство умножения.
7. Как называется числовой промежуток  $[-1; 5]$ ?

8. Запишите числовой промежуток  $[2; 5)$  с помощью неравенств.
9. Запишите промежуток, соответствующий неравенству  $-3 < x \leq 6$ .
10. Запишите объединение промежутков  $[-4; 2]$  и  $(-1; 5)$ .
11. Какие числа называют иррациональными?
12. Может ли разность отрицательных чисел быть положительным числом?
13. Как обозначается множество целых чисел?
14. Как обозначается множество рациональных чисел?
15. Записать транзитивное свойство неравенств.
16. Записать с помощью тождества свойство умножения обратных чисел.
17. Как называется числовой промежуток  $(5; 9]$ ?
18. Запишите числовой промежуток  $(-\infty; 10]$  с помощью неравенств.
19. Запишите промежуток, соответствующий неравенству  $4 \leq x < 11$ .
20. Запишите пересечение промежутков  $(-5; 3)$  и  $[-2; 9]$ .

#### Тема: «Свойства функции»

1. Записать определение функции.
2. Как обозначается множество значений функции?
3. Что такое область определения функции?
4. Найти область определения функции  $y = \sqrt{x-5}$ .
5. Какое равенство должно выполняться для нечетной функции?
6. Закончить предложение: «График четной функции симметричен относительно ...»
7. Привести пример четной степенной функции.
8. Закончить предложение: «Функция называется убывающей на множестве  $X$ , если большему значению аргумента соответствует...»
9. Привести пример функции возрастающей на всей области определения.
10. Записать определение нулей функции.
11. При каком значении аргумента значения функции  $y = x^3$  положительны?
12. Привести пример сложной функции.
13. Как обозначается область определения функции?
14. Что такое множество значений функции?
15. Найти область определения функции  $y = \frac{x+3}{x-3} + \frac{1}{x^2}$ .
16. Какое равенство должно выполняться для четной функции?
17. Закончить предложение «График нечетной функции симметричен относительно...».
18. Привести пример нечетной степенной функции.

19. Закончить предложение «Функция называется возрастающей на множестве  $X$ , если большему значению аргумента соответствует...».
20. Привести пример функции, убывающей на всей области определения.
21. Привести пример функции, не имеющей нули.
22. При каком значении аргумента значения функции  $y = -\frac{2}{x}$  отрицательны?
23. Записать функцию, обратную для  $f(x) = x^2$  ( $x \geq 0$ ).

Тема: «Корень  $n$ -й степени»

1. Записать кубический корень из числа  $x$ .
2. Сколько существует корней четвертой степени из 81?
3. Какой знак имеет корень из отрицательного числа при нечетном показателе корня?
4. Продолжить запись  $(\sqrt[n]{a})^n = \dots$
5. Чему равен корень из произведения (записать формулу)?
6. Чему равен корень из корня (записать формулу)?
7. Какая область определения функции корня  $n$ -степени при четном показателе?
8. Какая область значений функции корня  $n$ -степени при нечетном показателе?
9. Сколько существует корней пятой степени из 32?
10. Существует ли корень четной степени из отрицательного числа?
11. Продолжить запись  $\sqrt[n]{a^n}$  при условии, что показатель – четное число.
12. Чему равен корень из дроби (записать формулу)?
13. Продолжить запись  $\sqrt[mk]{a^{nk}} = \dots$
14. Какая область определения функции корня  $n$ -й степени при нечетном показателе?
15. Какая область значений функции корня  $n$ -й степени при четном показателе?

Тема: «Свойства корня  $n$ -й степени»

1. Закончить запись  $\sqrt[n]{ab} = \dots$
2. Закончить запись  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \dots$
3. Найти значение выражения  $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$
4. Вычислить  $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$

5. Вынести множитель из под знака корня  $\sqrt[3]{24c^6}$
6. Внести множитель под знак корня  $2\sqrt[4]{3a}$
7. Представить выражение в виде дроби  $\sqrt[5]{\frac{x}{243}}$
8. Упростить выражение  $\sqrt[3]{\sqrt{6}}$
9. Упростить выражение  $\sqrt[10]{x^5}$
10. Записать  $\sqrt[3]{2}$  в виде корня девятой степени.
11. Закончить запись  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \dots$
12. Закончить запись  $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \dots$
13. Найти значение выражения  $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$
14. Вычислить  $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}}$
15. Вынести множитель из под знака корня  $\sqrt[4]{162x^8}$
16. Внести множитель под знак корня  $3\sqrt[3]{c}$ .
17. Представить выражение в виде дроби  $\sqrt[5]{\frac{32}{y}}$
18. Упростить выражение  $\sqrt{\sqrt[4]{5}}$
19. Упростить выражение  $\sqrt[8]{y^4}$
20. Записать  $\sqrt{3}$  в виде корня восьмой степени.

Тема: «Степень с рациональным показателем»

1. Закончить запись  $a^{\frac{m}{n}} = \dots$
2. Представить степень  $a^{\frac{3}{5}}$  в виде корня.
3. Заменить выражение  $\sqrt[3]{17^2}$  степенью с дробным показателем.
4. Указать допустимые значения переменной в выражении  $(y-1)^{\frac{1}{3}}$ .
5. Вычислить  $27^{\frac{1}{3}}$
6. Найти значение выражения  $\sqrt[3]{125^2}$
7. Представить в виде степени  $c^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{3}}$
8. Представить в виде степени  $a^{0,8} \cdot a^{0,15}$
9. Вычислить  $(32 \cdot 243)^{\frac{1}{5}}$

10. Вычислить  $\left(\frac{64}{121}\right)^{\frac{1}{2}}$
11. Упростить выражение  $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{5}}$
12. Представить в виде квадрата  $x^5$ .
13. Для какого основания определяется степень с любым дробным показателем?
14. Представить степень  $x^{\frac{2}{7}}$  в виде корня.
15. Заменить выражение  $\sqrt[5]{9^4}$  степенью с дробным показателем.
16. Указать допустимые значения переменной в выражении  $(a+2)^{\frac{3}{5}}$
17. Вычислить  $49^{\frac{1}{2}}$
18. Найти значение выражения  $\sqrt[5]{32^3}$
19. Представить в виде степени  $y^{\frac{1}{3}} : y^2$
20. Представить в виде степени  $b^{0,4} \cdot b^{1,2}$
21. Вычислить  $(27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}}$
22. Вычислить  $\left(\frac{16}{625}\right)^{\frac{1}{4}}$
23. Упростить выражение  $(y^{0,8})^{\frac{1}{2}}$
24. Представить в виде куба  $y^7$ .

Тема: «Показательная функция»

1. Какая функция называется показательной?
2. Записать область определения показательной функции.
3. Каков характер монотонности показательной функции с основанием меньшим единицы?
4. Есть ли асимптоты у графика показательной функции, если есть, то какие?
5. Привести пример возрастающей показательной функции.
6. Через какую точку проходят все графики показательных функций?
7. Является ли показательная функция ограниченной сверху?
8. Привести пример двух показательных функций, графики которых симметричны относительно оси ординат.
9. Какое выражение больше:  $3^5$  или  $3^\pi$  ?

10. Какое выражение меньше:  $0,4^2$  или  $0,4^{1,9}$ ?
11. Записать множество значений показательной функции.
12. В каких четвертях расположен график показательной функции?
13. Каков характер монотонности показательной функции с основанием большим единицы?
14. Есть ли нули у показательной функции, если есть, то какие?
15. Привести пример убывающей показательной функции.
16. Что можно сказать о непрерывности показательной функции?
17. Является ли показательная функция ограниченной снизу?
18. Как называют функцию  $y = e^x$ ?
19. Какое выражение больше:  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$  или  $\left(\frac{1}{2}\right)^7$ ?
20. Какое выражение меньше:  $5^{3,2}$  или  $5^{3,5}$ ?

Тема: «Понятие логарифма и его свойства»

1. Запишите с помощью символов «логарифм 4 по основанию 3»
2. Запишите «натуральный логарифм 2».
3. Продолжите запись  $\log_a b = c \Rightarrow \dots$
4. Может ли основание логарифма равняться единице?
5. Можно ли найти логарифм отрицательного числа?
6. Чему равен логарифм произведения?
7. Чему равен логарифм единицы по основанию  $c$ ?
8. Запишите формулу перехода к новому основанию.
9. Продолжите запись  $\log_{a^k} b = \dots$
10. Продолжите запись  $\log_a x - \log_a y = \dots$
11. Запишите с помощью символов «логарифм 5 по основанию 6».
12. Запишите «десятичный логарифм 20».
13. Запишите основное логарифмическое тождество.
14. Может ли логарифм быть отрицательным числом?
15. Может ли основание логарифма быть отрицательным числом?
16. Чему равен логарифм частного?
17. Чему равен логарифм числа по тому же основанию?
18. Чему равен логарифм степени?
19. Запишите формулу, с помощью которой можно поменять местами основание логарифма с выражением, стоящим под знаком логарифма.
20. Продолжите запись  $\log_x a + \log_x c = \dots$
21. Верно ли, что  $\log_3 9 = 3$ ?

22. Верно ли, что  $\log_{25} 5 = 0,5$ ?
23. Чему равен  $\log_4 4$ ?
24. Вычислить  $\log_8 \frac{1}{64}$ .
25. Вычислить  $\log_{0,2} 0,04$ .
26. Найти значение выражения  $3^{\log_3 8}$ .
27. Найти значение выражения  $2^{3+\log_2 9}$ .
28. Вычислить  $\log_6 2 + \log_6 3$ .
29. Вычислить  $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$ .
30. Упростить выражение  $\log_2 8^x$ .
31. Записать  $\log_3 5$  в виде выражения, содержащего логарифм по основанию 5.
32. Найти значение выражения  $7 \log_9 7 \cdot \log_7 9$ .
33. Верно ли, что  $\log_7 49 = 2$ ?
34. Верно ли, что  $\log_9 3 = 2$ ?
35. Чему равен  $\log_7 1$ ?
36. Вычислить  $\log_{\frac{1}{4}} 64$ .
37. Вычислить  $\log_{0,3} 0,027$ .
38. Найти значение выражения  $6^{\log_6 10}$ .
39. Найти значение выражения  $3^{2\log_3 5}$ .
40. Вычислить  $\log_4 32 - \log_4 2$ .
41. Вычислить  $\log_4 8 + \log_4 \frac{1}{2}$ .
42. Упростить выражение  $\log_5 25^n$ .
43. Записать  $\log_9 8$  в виде выражения, содержащего логарифм по основанию 8.
44. Найти значение выражения  $12 \log_3 8 \cdot \log_8 3$ .
45. Найдите значение выражения  $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$
46. Найдите значение выражения  $(\log_3 81) \cdot (\log_6 216)$
47. Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 4}$



48. Найдите значение выражения  $6 \cdot 7^{\log_7 2}$ .
49. Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$
50. Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$
51. Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$
52. Найдите значение выражения  $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$
53. Найдите значение выражения  $7^{\log_7 3} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$
54. Найдите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$
55. Найдите значение выражения  $\frac{5^{\log_5 8}}{\log_8 2}$
56. Найдите значение выражения  $5^{\log_5 3^3} - 5$
57. Найдите значение выражения  $36^{\log_6 5}$ .
58. Найдите значение выражения  $64^{\log_4 5}$ .
59. Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 2$
60. Найдите значение выражения  $\log_4 8$
61. Найдите значение выражения  $\log_5 60 - \log_5 12$
62. Найдите значение выражения  $\log_6 126 - \log_6 3,5$
63. Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$
64. Найдите значение выражения  $\log_{12} 36 - \log_{12} 3$
65. Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$
66. Найдите значение выражения  $\log_2 \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$
67. Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$
68. Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$
69. Найдите значение выражения  $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$
70. Найдите значение выражения  $3 \log_2 \sqrt[3]{2}$ .
71. Найдите значение выражения  $\log_4 \log_5 25$ .

$$\log_3 \log_2 8;$$

$$\log_9 \lg 1000;$$

$$\log_2 \log_2 2^{16};$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \log_5 625;$$

$$\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49};$$

$$\log_3^2 5 \cdot \log_2 7 \cdot \lg 1.$$

72. Найдите значение выражения  $9^{\log_3 9}$

73. Найдите значение выражения  $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$

74. Вычислите значение выражения:  $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$

75. Найдите значение выражения  $(7^{2+\log_5 2})^{\log_7 5}$

76. Найдите значение выражения  $(3^{4\log_3 7})^{\frac{1}{4}}$

77. Найдите значение выражения  $5^{2-2\log_5 25}$

78. Найдите значение выражения  $5^{-2\log_5 3^{-2}}$

79. Вычислите значение выражения  $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$

80. Найдите значение выражения  $2^{\log_2 5} + 81^{\log_9 \sqrt{17}}$

81. Найдите значение выражения  $5^{2+\log_5 \frac{1}{4}}$

82. Найдите значение выражения  $3^{3-\log_3 6}$

83. Найдите значение выражения  $2^{3+\log_2 6}$

84. Найдите значение выражения  $9^{\frac{1}{2}+\log_9 4}$

85. Найдите значение выражения  $6^{2+\log_6 \frac{1}{16}}$

86. Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}}^2 49$

87. Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 18}{2+\log_3 2}$

88. Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$

## Тема: «Логарифмическая функция»

1. Записать область определения логарифмической функции.
2. В каких четвертях расположен график логарифмической функции?
3. Каков характер монотонности логарифмической функции с основанием большим единицы?
4. Есть ли нули у логарифмической функции, если есть, то какие?
5. Привести пример убывающей логарифмической функции.
6. Что можно сказать о непрерывности логарифмической функции?
7. Является ли логарифмическая функция ограниченной?
8. Записать показательную функцию, график которой симметричен графику функции  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  относительно прямой  $y=x$ .
9. Какое выражение больше:  $\log_{0,5} 2,3$  или  $\log_{0,5} 2,7$  ?
10. Какое выражение меньше:  $\log_3 5,1$  или  $\log_3 4,9$  ?
11. Какая функция называется логарифмической?
12. Записать множество значений логарифмической функции.
13. Каков характер монотонности логарифмической функции с основанием меньшим единицы?
14. Есть ли асимптоты у графика логарифмической функции, если есть, то какие?
15. Привести пример возрастающей логарифмической функции.
16. Через какую точку проходят все графики логарифмических функций?
17. Записать показательную функцию, график которой симметричен графику функции  $y = \log_2 x$  относительно прямой  $y=x$ .
18. Привести пример двух логарифмических функций, графики которых симметричны относительно оси абсцисс.
19. Какое выражение больше:  $\log_{\frac{1}{3}} 7$  или  $\log_{\frac{1}{3}} 9$  ?
20. Какое выражение меньше:  $\log_{\pi} 13$  или  $\log_{\pi} 11$  ?