1	2	3	4	5	Итого:
7	7	7	5	7	33б

Всероссийская олимпиада школьников
По ________________________ ____________
2018–2019 уч. г. Школьный этап.
Код участника М - 11 - 13

Максимально - 35 балл **Всего баллов 33**

11.1 $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ $\underbrace{x+y=5}$

$x+y+x^2y+xy^2=24$ $x(xy+1)+y(xy+1)=24 \Leftrightarrow$

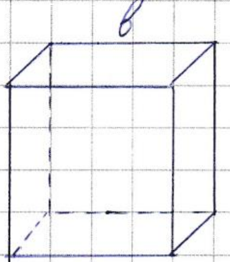
$\Leftrightarrow (x+y)(xy+1)=24$ $5(xy+1)=24$ $xy+1=4,8$

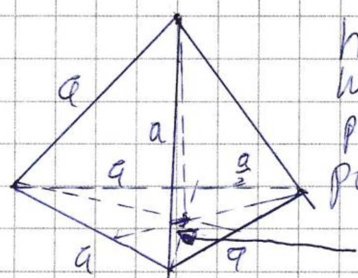
$\underbrace{xy=3,8}$ $x+y=5 \Leftrightarrow (x+y)^2=25$

$x^2+2xy+y^2=25$ $x^2+y^2=25-2\cdot 3,8=25-7,6=17,4$, $\underbrace{x^2+y^2=17,4}$ $\Rightarrow (x+y)(x^2-xy+y^2)=$
$=(x+y)(x^2+y^2-xy)=5(17,4-3,8)=5\cdot 13,6=$
$=5\cdot\frac{136}{10}=\frac{136}{2}=68$

+7б

11.3





пусть сторона куба b, а сторона тетраэдра a, тогда

$\frac{a\sqrt3}{2}$ (т. Пифагора)

$V_к=b^3$ $V_{т}=S_{осн}\cdot h\cdot\frac13$

$h^2=a^2-\left(\frac23\cdot\frac{a\sqrt3}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{3}=\frac23a^2$ $h=a\sqrt{\frac23}$

$S_{осн}=\frac12 aH=\frac12 a\cdot\frac{a\sqrt3}{2}=\frac{a^2\sqrt3}{4}$, отсюда

$V_T=\frac13\cdot\frac{a^2\sqrt3}{4}\cdot a\sqrt{\frac23}=a^3\cdot\frac{1}{12}\cdot\sqrt2=a^3\frac{\sqrt2}{12}$

$V_к=V_T$ (по условию): $b^3=a^3\frac{\sqrt2}{12}$, $\frac{b}{a}=\sqrt[3]{\frac{\sqrt2}{12}}$

$\frac{b^2}{a^2}=\sqrt[3]{\frac{2}{144}}=\sqrt[3]{\frac{1}{72}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot2}}=\frac12\sqrt[3]{\frac19}=\frac{1}{2\sqrt[3]9}$

$S_{пк}=6b^2$ $S_{п.т.}=4S_{осн}=\frac12 4\cdot a\cdot\frac{a\sqrt3}{2}=a^2\sqrt3$

$\frac{S_{пк}}{S_{п.т.}}=\frac{\sqrt3a^2}{6b^2}=\frac{\sqrt3a^2}{6b^2}=\frac{\sqrt3}{3}\cdot 2\sqrt[3]9=\cancel{2\cdot 3^{-\frac12+\frac23}=2\sqrt[6]3}$
$=3^{-\frac12+\frac23}=3^{\frac16}=\sqrt[6]3$

+7б.

11.5.

		0		
	1	-1	1	
0	-1	2	0	-1
	1	0	0	
		-1		

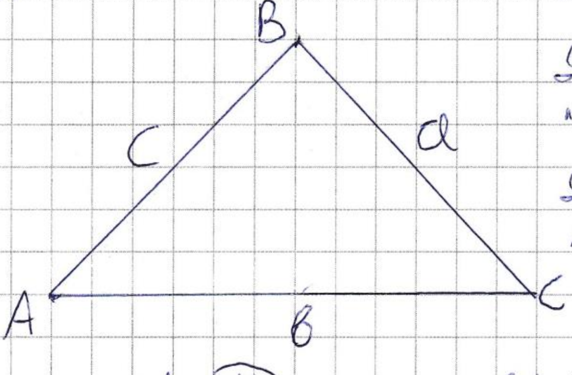
+7б.

11.2

$9+99+999+\ldots+\overbrace{9\ldots9}^{2019}=(10-1)+(100-1)+$
$+(1000-1)+\ldots+(\overbrace{10\ldots0}^{2019}-1)=\overbrace{1\ldots10}^{2019}-1\cdot2019$
$=\overbrace{1\ldots111110}^{2019-4=2015}-2019$ $\quad 11110-2019=10110-1019$
$=09110-19=09091$
$\Rightarrow \overbrace{1\ldots111110}^{2015}-2019 \Leftrightarrow \overbrace{1\ldots109091}^{2015}$, в этом числе $2015+1=2016$ единиц

Ответ: 2016 единиц. 7б

11.4.



Дано: $\sin\angle A=2\sin\angle B\cdot\cos\angle C$

Доказать: $\triangle ABC$ - равнобедренный

Решение: Т. синусов: $\frac{a}{\sin a}=\frac{b}{\sin b}$, отсюда $\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b}=2\cos\angle C$. Запишем теорему косинусов для угла $\angle C$:

$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\angle C$, отсюда:

$\cos\angle C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{a^2+b^2-c^2}{ab}$

$a^2=a^2+b^2-c^2 \quad b^2=c^2 \quad b=c \quad AB=AC \Rightarrow$ треугольник - равнобедренный.

а $b=-c$?

5б