

11.1 45
 11.2 05
 11.3 45
 11.4 45
 11.5 65

245.

Всероссийская олимпиада школьников

По

2017-2018 уч. г. Школьный этап.

Код участника

М - 11 - 144

Максимально - 35 балл Всего баллов 24

№ 11.1

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2(1 - 2\sin^2 x) + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2(2\cos^2 x - 1) + 3}$$

$$y = \sqrt{4\sin^4 x + 4\sin^2 x + 1} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1}$$

$$y = \sqrt{(2\sin^2 x + 1)^2} + \sqrt{(2\cos^2 x + 1)^2}$$

$$y = 2\sin^2 x + 1 + 2\cos^2 x + 1$$

$$y = 2 + 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$y = 4$$

+ 45.

№ 11.2

$a^{13} \cdot b^{31} = 2015$

пусть $a = 6^x$, $b = 6^y \Rightarrow 6^{13x} \cdot 6^{31y} = 6^{2015} \Rightarrow 6^{13x+31y} = 6^{2015}$

пусть a и b являются все частями уравнения по основанию 6 — большая $10 \Rightarrow$ знак.

$$13x + 31y = 2015$$

т.к. a и $b \in \mathbb{N}$, то и $13x + 31y \in \mathbb{N}$, $x, y \in \mathbb{N}$.

$$13x = 2015 - 31y$$

$$x = \frac{2015 - 31y}{13} \Rightarrow 2015 - 31y : 13$$

$$5 \cdot 31 = 2015 - 31 \cdot 13 \Rightarrow y = 13$$

пусть $y = 13$, тогда:

$$x = \frac{2015 - 31 \cdot 13}{13} = 5 \cdot 31 - 31 = 4 \cdot 31 = 124$$

Ответ: $a = 6^{124}$, $b = 6^{13}$.

$6^{124} \cdot 6^{13} = 6^{137} \neq 6^{2015}$

- 05.

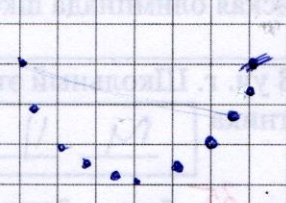
№ 11.3

Посчитаем кол-во ответов - $10 + 5 + 1 = 16$ ответов, да? но поскольку точек было 10, то собрали 6 точек \Rightarrow правдивых точек - $10 - 6 = 4$.

Ответ: правдивых точек - 4. + 45.

№ 11.4

Можно, для этого построим полукруглость, на которой отметим 10 точек, пример:



Угол между двумя точками, принадлежащими дугам, взаимно перпендикулярно. дуги 90°. *покажем?* + 45.

~ 11.5

$\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$ - арифметическая прогрессия.

т.к. разность последовательно идущих элементов равна, то:

$$\frac{1}{a+c} - \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b+c} - \frac{1}{a+c}$$

$$\frac{a+b-a-c}{(a+b)(a+c)} = \frac{a+c-b-c}{(a+c)(b+c)}$$

$$\frac{b-c}{(a+b)(a+c)} = \frac{a-b}{(a+c)(b+c)} \rightarrow \frac{b-c}{(a+b)(a+c)} - \frac{a-b}{(a+c)(b+c)} = 0$$

$$\frac{b^2 - c^2 - a^2 + b^2}{(a+b)(a+c)(b+c)} = 0 \Rightarrow 2b^2 = a^2 + c^2 \quad \textcircled{1}$$

чтобы a^2, b^2, c^2 была арифметическая прогрессия должно выполняться: $b^2 - a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2b^2 - a^2 - c^2 = 0 \Rightarrow$$

$$2b^2 = a^2 + c^2 \quad \textcircled{2}$$

т.к. $\textcircled{1} = \textcircled{2}$, то a^2, b^2, c^2 - арифметическая прогрессия, что т.д. + 65.

