

Класс 9.2.3

Учебник: Алгебра (Дорофеев Г.В.)

Тема модуля: «Уравнения и системы уравнений»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Теоретическая часть

<u>Знать:</u>	<u>Уметь:</u>
<ul style="list-style-type: none">- терминологию, связанную с рациональными выражениями;- классификацию выражений (рациональное, целое, дробное, иррациональное).- приемы решения уравнений высших степеней.- решение дробных уравнений.- способы решения систем уравнений.- графическое исследование уравнений.	<ul style="list-style-type: none">- выполнять числовые подстановки в буквенные выражения и находить их значения;- находить область определения целых и дробных выражений.- решать квадратные и рациональные уравнения;- решать уравнения высших степеней- решать дробные уравнения.- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи.- решать системы уравнений различными способами;- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений.- применять графические представления при решении уравнений, систем уравнений.

Примерные практические задания:

1. Решите уравнение:

а) $\frac{2x}{3-x} + \frac{6}{x-3} = x - 4;$

в) $\frac{5}{2t-1} - 10 = \frac{2t-7}{t};$

б) $\frac{3x}{2-x} - \frac{5}{x-2} = 7;$

г) $\frac{3x^2 - 2x - 1}{x-1} = 0;$

$$д) \frac{x^2 - x}{x + 2} = \frac{2}{x + 2};$$

$$ж) \frac{t + 28}{t^2 - 16} = \frac{t + 1}{t + 4};$$

$$е) \frac{7x + 1}{x - 5} = \frac{1 - 4x}{x - 2};$$

$$з) \frac{13}{2x^2 + x - 21} + \frac{1}{2x + 7} = \frac{6}{x^2 - 9};$$

2. Решите уравнение:

$$а) \frac{x^2}{x - 2} + \frac{2x}{2 - x} = 5;$$

$$д) \frac{x^2 + 4x}{x - 2} = \frac{5}{x - 2};$$

$$б) \frac{x^2}{x - 1} - \frac{3x}{1 - x} = 3x + 4;$$

$$е) \frac{2x - 5}{x - 2} = \frac{11 - 3x}{x - 1};$$

$$в) \frac{t - 3}{t} - 1 = \frac{t + 5}{t - 3};$$

$$ж) \frac{15 - y}{5y - y^2} = \frac{y - 3}{5 - y};$$

$$г) \frac{5x^2 + 2x - 24}{x - 5} = 0;$$

$$з) \frac{6}{t^2 + 6t} - \frac{1}{2t + 13} = \frac{13}{2t^2 + 13t}.$$

3. Существуют ли такие значения z , при которых разность алгебраических дробей $\frac{3z - 7}{z - 1}$ и $\frac{z + 1}{z - 3}$ равна 2?

4. Существуют ли такие значения y , при которых сумма алгебраических дробей $\frac{2y - 1}{y + 5}$ и $\frac{6y + 2}{3y - 18}$ равна их произведению?

5. Решите уравнения:

$$а) \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6};$$

$$б) \frac{y - 1}{y + 2} - \frac{y - 2}{y + 3} = \frac{y - 4}{y + 5} - \frac{y - 5}{y + 6};$$

$$в) \frac{z + 5}{z^2 - 5z} - \frac{z + 25}{2z^2 - 50} = \frac{z - 5}{2z^2 + 10z};$$

$$г) \frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10 \left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x} \right).$$

6. Решите уравнения:

а) $(2x^2 - 7)(x + 1) = -5x(x + 1)$;

б) $\frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^2 - 3x + 2} = 0$;

в) $\frac{x^2 + 4}{x - 1} = \frac{5x}{x - 1}$;

г) $\frac{x - 2}{x^2 - 6} = \frac{x - 2}{x}$.

7. Решите задачи:

А)

Две машинистки, начав и закончив работу одновременно, вместе перепечатали рукопись объемом 182 страницы. Одна перепечатала 98 страниц, печатая в час на две страницы больше, чем другая. С какой скоростью печатала каждая машинистка?

Б)

Мастер и ученик изготавливали детали. Сначала мастер изготовил 120 деталей, а потом ученик — 40 деталей. На изготовление всех деталей ушло 8 ч. Сколько часов работал мастер и сколько ученик, если производительность мастера выше производительности ученика на 20 деталей в час?

В)

В 8 ч утра экскурсанты отправились вниз по течению реки и, проплыв 35 км, сделали остановку на 3,5 ч, а затем вернулись обратно. Возвратились они в 17 ч 30 мин. Сколько времени плыли экскурсанты до места отдыха, если скорость течения реки 2 км/ч?

Г)

Отдыхающие отправились на лодках по реке, скорость которой 2 км/ч, и, проплыв по течению 12 км, повернули назад. С какой скоростью отдыхающие плыли туда и обратно, если на путь по течению они затратили на 1,5 ч меньше, чем на путь против течения?

Д)

Туристы на плоту отправились вниз по реке из пункта А. Через 3 ч 45 мин вслед за ними отправился катер, который догнал плот на расстоянии 20 км от пункта А. Скорость катера на 12 км/ч больше скорости плота. Сколько времени понадобилось катеру для того, чтобы догнать плот?

Е)

Фермер на двух полях общей площадью 2 га вырастил картофель. С первого поля он собрал 55 т картофеля, а со второго — 54 т. Оказалось, что на втором поле урожайность выше, чем на первом, на 10 т/га. Какова урожайность картофеля на каждом из полей?

Ж)

Турист проплыл на байдарке 20 км против течения и 14 км по течению реки и затратил столько же времени, сколько ему понадобилось бы для того, чтобы проплыть 42 км по озеру. Зная, что скорость течения 1 км/ч, найдите скорость байдарки в стоячей воде.

З)

При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 5 ч 50 мин. Как быстро мог бы очистить этот пруд каждый из насосов, работая отдельно, если один из них может выполнить эту работу на 4 ч быстрее другого?

И)

Из пункта A в пункт B выехал велосипедист, а через 2 ч из пункта A в пункт B выехал мотоциклист, который прибыл в B одновременно с велосипедистом. Если бы велосипедист и мотоциклист выехали из пунктов A и B навстречу друг другу одновременно, то они встретились бы через 1 ч 20 мин после выезда. За сколько часов преодолел путь от A до B велосипедист?

8. Убедитесь, в том, что данная пара чисел является решением системы:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 25, (3; 4); \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6, (2; 3); \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} xy = 8 \\ 4x^2 - y^2 = 0, (2; 4); \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19 \\ x - xy + y = 7, (3; -2). \end{cases} \end{array}$$

9. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} 1) \text{ а) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 4y = -1; \end{cases} & 2) \text{ а) } \begin{cases} \frac{x-3y}{5} - \frac{2x-y}{3} = -4 \\ \frac{x+4}{2} - \frac{11-3y}{4} = 4; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 = 2y + 2x - 2; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x^2 - 2x + y^2 - 5y = 8; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x - 5y = 3 \\ x^2 - 25y^2 = 15; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - 2xy + y^2 - x = 6; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 3. \end{cases} \end{array}$$

10. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{12}{xy} + \frac{3}{y} = 1 \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{24}{x^2 + 2x - 8} - \frac{15}{y - 3} = 2 \\ x^2 + 2x = y; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{4}{x^2} + \frac{8}{xy} - \frac{5}{y^2} = 0 \\ x + y = 3; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x^2 + (y - 4)^2 = 6 \\ 4x - xy = 2. \end{cases}$$

11. Решите систему уравнений:

$$1) \text{ а) } \begin{cases} (x - 3)(y - 2) = 0 \\ x^2 + xy - y^2 = 0; \end{cases}$$

$$2) \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ 3x - 3y + x^2 + y^2 = 32; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ \frac{1}{2}xy = 9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} xy + x^2 = 3 \\ y^2 + 5x(x + y) = 19; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x - 3}{y - 2} = 0 \\ y^2 + 3xy = 2(x^2 + 2); \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x + 10}{xy} = \frac{y - 3}{x} \\ x + y = 5; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y - 1} = 7 \\ 3x - y = 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{6}{y^2 + 6y} - \frac{1}{z} = \frac{13}{yz} \\ z - 2y = 13. \end{cases}$$

12. Найдите точки пересечения графиков функции, если таковые есть:

$$1) \text{ а) } 2x + y = 3 \text{ и } x^2 + 4y = 0;$$

$$\text{б) } x^2 + y^2 = 4 \text{ и } x + y = 3;$$

$$\text{в) } xy = -6 \text{ и } x + y = 1;$$

$$2) \text{ а) } y + 4x = x^2 + 2 \text{ и } 2x - y = 7;$$

$$\text{б) } x^2 + y^2 = 25 \text{ и } 4x^2 + 9y = 0;$$

$$\text{в) } 2x + 3y = 6 \text{ и } y = -\frac{2}{3}x + 4.$$

13. Решение задач с помощью систем уравнений:

1. Произведение двух чисел на 18 больше удвоенного большего числа. Найдите эти числа, если их сумма равна 11.
 2. За три тетради и пять карандашей заплачено 21 р., а за пять таких же тетрадей и восемь карандашей заплачено 34 р. 50 к. Сколько стоила одна тетрадь и один карандаш?
 3. Сумма двух чисел равна 360. Если одно из чисел увеличить на 20%, а другое уменьшить на 5%, то сумма результатов будет равна 392. Найдите эти числа.
 4. Сумма двух чисел равна 24. Найдите эти числа, если 35% одного из них равны 85% другого.
 5. Периметр прямоугольника 20 см. Если одну из его сторон и противоположную ей увеличить на 2 см, а каждую из оставшихся сторон уменьшить на 2 см, то площадь нового прямоугольника будет равна 16 см^2 . Каковы стороны данного прямоугольника?
 6. Площадь прямоугольника 24 см^2 . Если одну из его сторон и противоположную ей уменьшить на 3 см, а каждую из оставшихся сторон уменьшить на 1 см, то периметр нового прямоугольника будет равен 14 см. Каковы стороны данного прямоугольника?
 7. Площадь прямоугольника 20 см^2 . Если одну из его сторон и противоположную ей уменьшить на 3 см, а каждую из оставшихся сторон увеличить на 2 см, то площадь полученного прямоугольника будет равна 28 см^2 . Каковы стороны данного прямоугольника?
 8. Длина прямоугольника 30 см, ширина 4 см. На сколько сантиметров нужно уменьшить длину и на сколько ширину, чтобы его площадь уменьшилась вдвое, а периметр — на 22 см?
-
9. Одна из диагоналей ромба на 4 см больше другой. Сторона ромба равна 10 см. Найдите длину каждой диагонали.
 10. Длина диагонали прямоугольника равна 29 см, а его площадь 420 см^2 . Найдите периметр прямоугольника.
 11. Двое рабочих вместе выполнили работу за 12 ч. Если бы первый рабочий выполнил половину этой работы, а затем второй — остальную часть, то они затратили бы на это 25 ч. За какое время каждый из рабочих может отдельно выполнить работу?

12. Расстояние между городами 480 км. Из этих городов навстречу друг другу выезжают автобус и автомобиль. Они могут встретиться на середине пути, если автобус выедет на 3 ч раньше автомобиля. Если же они выедут одновременно, то встретятся через 4 ч. Каковы скорости автомобиля и автобуса?
13. Сумма квадратов цифр положительного двузначного числа равна 13. Если из этого числа вычесть 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

14.

Какой из систем уравнений соответствует рисунок 24?

А.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ x + y = 5. \end{cases}$$

Б.
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x^2 + y^2 = 3. \end{cases}$$

В.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ xy = 6. \end{cases}$$

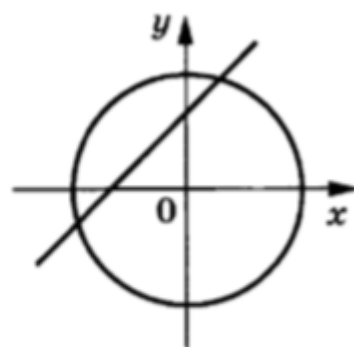


Рис. 24