

9.2.1,9.2.2 класс

Тема модуля «Уравнения и неравенства с одной переменной. Системы уравнений и неравенств»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Проверяемые знания/умения	Проверяемые элементы содержания
Уравнения с одной переменной	Целое уравнение и его корни; Решение линейных уравнений; квадратных уравнений. Способы решения уравнений: графически, введение новой переменной, разложение на множители
Дробно – рациональные уравнения	Приемы решения дробно – рациональных уравнений
Неравенства с одной переменной	Линейные неравенства, квадратные неравенства: метод параболы, метод интервалов
Дробно- рациональные неравенства	Метод интервалов
Уравнения с переменной под знаком модуля	Приемы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Неравенства с переменной под знаком модуля	Приемы решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Уравнения с параметрами	Решение линейного уравнения и квадратного уравнения с параметром

Уравнения второй степени с двумя переменными и их системы.	Уравнение второй степени с двумя переменными и его график. Система уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений с двумя переменными способом подстановки и способом сложения. Другие способы решения систем уравнений с двумя переменными. Решение задач с помощью систем уравнений с двумя переменными.
Неравенства с двумя переменными и их системы.	Линейное неравенство с двумя переменными. Неравенство с двумя переменными степени выше первой. Система неравенств с двумя переменными. Неравенства с двумя переменными, содержащие знак модуля.

Примерные практические задания:

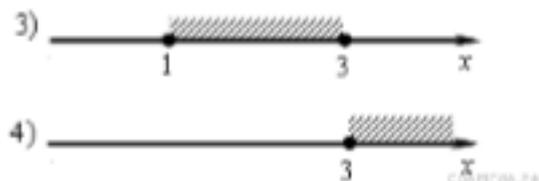
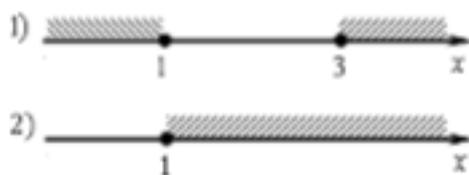
1.	Укажите корень уравнения: $5x^4 - 7x + 2 = 0$ а). 1 б). -1 в). 2 г). 0
2.	Найдите степень уравнения: $5x^2 - 7x^6 + 8 = x(x^7 + 2x^2)$.
3.	Решите уравнение: $(2x - 5)(2x + 5) - 2x(3 + 2x) = 5$.
4.	Найдите сумму квадратов корней уравнения: $2x^3 - 72x = 0$.
5.	Решите уравнение: $x^4 - 12x^2 - 64 = 0$.
6.	Сколько корней имеет уравнение $(x - 1)^2 - 5 = \frac{2}{x}$ (используйте графическую интерпретацию)?
7.	

На каком рисунке изображено множество решений неравенства $4 - 7(x + 3) \leq -9$?



8.

На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$?
В ответе укажите номер правильного варианта.



9.

Решите неравенство $x^2 + x \geq 0$.
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$
- 2) $[-1; 0]$
- 3) $(-1; 0)$
- 4) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

10.

Решите неравенство $x^2 < 361$.
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)$
- 2) $(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)$
- 3) $(-19; 19)$
- 4) $[-19; 19]$

11.

Решите неравенство: $(x + 2)(1 - x)(4x - 10) \leq 0$.

12.	<p>Решите неравенство: $\frac{x-2}{3-x} \geq 0$</p> <p>На каком из рисунков изображено множество его решений? В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
13.	Решите уравнение: $(x^2 - 10)^2 + 12(x^2 - 10) + 11 = 0$.
14.	Решите уравнение: $x^2 + 4 - 4x^3 - 16x = 0$.
15.	<p>Найдите наибольший корень уравнения:</p> <p>а). $x^2 - 5x + 4 = 4$ б). $x^2 - 2x - 4 = 3x - 2$.</p>
16.	Решите неравенство: $x^2 + x - 2 < 0$.
17.	При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a = 0$ один корень?
18.	<p>Решите уравнение:</p> <p>а). $\frac{1}{x+3} + \frac{3}{x-1} = \frac{x^2+5x+2}{x^2+2x-3}$ б). $\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 - 15 = 16\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2$.</p>
19.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого – целые выражения.</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая часть которого – целое выражение.</p> <p>Степенью уравнения вида $P(x) = 0$, где $P(x)$ – многочлен стандартного вида, называется степень этого многочлена.</p> <p>Степенью уравнения вида $P(x) = 0$, называется степень многочлена, стоящего на первом месте.</p>

Если уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, в котором все коэффициенты – целые числа, причем свободный член отличен от нуля, имеет целый корень, то этот корень является делителем свободного члена.

Если число a является корнем многочлена

$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где $a_0 \neq 0$, то этот многочлен можно представить в виде произведения $(x - a)P_1(x)$, где $P_1(x)$ – многочлен $(n - 1)$ – й степени.

Если число a является корнем многочлена

$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где $a_0 \neq 0$, то этот многочлен можно представить в виде произведения $(x + a)P_1(x)$, где $P_1(x)$ – многочлен $(n - 1)$ – й степени.

20. Выберите верные утверждения:

Неравенство с одной переменной, обе части которого являются рациональными выражениями, называется рациональным неравенством.

Неравенство с одной переменной, левая часть которого является рациональным выражением, называется рациональным неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая и правая части – целые выражения, то такое неравенство называется целым неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая часть – целое выражение, то такое неравенство называется целым неравенством.

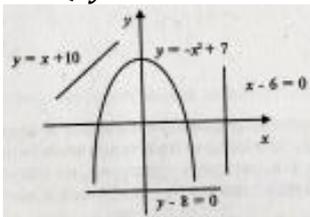
Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) > 0$.

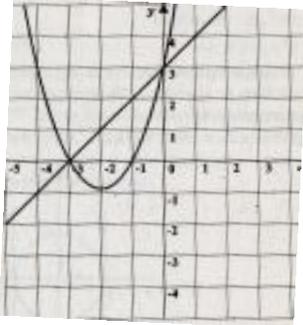
Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенствам $P(x) > 0$ и $Q(x) > 0$.

Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно системе $\begin{cases} P(x)Q(x) < 0; \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = 0. \end{cases}$

	<p>Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) \leq 0$.</p>
21.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.</p> <p>Два уравнения, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными уравнениями.</p> <p>Два уравнения, имеющие одно равное решение, называют равносильными уравнениями.</p> <p>Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.</p> <p>Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости.</p> <p>Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство, называется решением системы.</p> <p>Пара значений переменных, называется решением системы.</p>
22.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное неравенство.</p> <p>Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных.</p> <p>Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$ или $ax + by > c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа.</p> <p>Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа.</p> <p>Функция с областью определения X и областью значений Y называется обратимой, если обратное ей соответствие между множеством Y и множеством X – функция.</p> <p>Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией, обратной функции $f(x)$.</p> <p>Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией.</p>

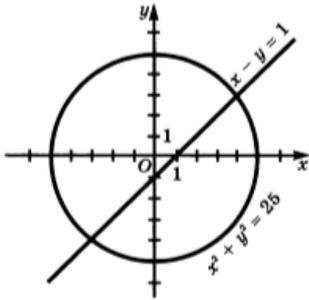
31.	<p>Корнями какого уравнения являются числа $-2; 0; 2$?</p> <p>1) $x^3 - 4x = 0$ 2) $x(x^2 - 4x + 4) = 0$ 3) $x^3 - 2x = 0$ 4) $x^3 - 4x + 4 = 0$</p>
32.	<p>Решите уравнение $-(x - 2)^2 + 3 = x - 1$.</p> <p>1) $(0; -1), (3; 2)$ 2) $-1; 2$ 3) $0; 3$ 4) $(3; 2)$</p>
33.	<p>Решите уравнение $(x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0$.</p> <p>1) $-2; 0; 2$ 2) $-\sqrt{5}; -1; 1; \sqrt{5}$ 3) $-2; 2$ 4) $-2; -1; 1; 2$</p>
34.	<p>Найдите нули функции $f(x) = x^4 + 8x^2 - 9$.</p> <p>1) $1; 3$ 2) $-1; -3$ 3) $-3; -1; 1; 3$ 4) $-1; 1$</p>
35.	<p>При каких значениях p уравнение $x^2 + px + 3 = 0$ имеет ровно два корня?</p> <p>1) $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$ 2) $(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ 3) $(-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; \infty)$ 4) $(2\sqrt{3}; \infty)$</p>
36.	<div data-bbox="193 1238 523 1637" data-label="Figure"> </div> <p style="text-align: center;">Рис. 5</p> <p>Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$ задана графически (рис. 5), D — дискриминант соответствующего квадратного трехчлена. Какое из высказываний верно?</p> <p>1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D < 0$ 4) $a < 0, D > 0$</p>

37.	Решите неравенство $f(x \geq 0)$ (рис. 5). 1) $(-\infty; -2] \cup [3; \infty)$ 2) $(-2; 3)$ 3) $[-2; 3]$ 4) $(-\infty; 4]$
38.	Решите неравенство $x^2 - 4x - 4 > 0$. 1) $(-\infty; -5] \cup (1; \infty)$ 2) $(-1; 5)$ 3) $(-5; 1)$ 4) $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$
39.	Решите неравенство $(5x - 2)(2 - x) \geq 0$. 1) $[2; 2,5]$ 2) $[0,4; 2]$ 3) $(-\infty; 0,4] \cup [2; \infty)$ 4) $(0,4; 2)$
40.	Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$. 1) $[-\frac{1}{2}; 1]$ 2) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; \infty)$ 3) $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup (1; \infty)$ 4) $(-\frac{1}{2}; 1)$
41.	Какая из перечисленных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 5; \\ 3x - y^2 = -3. \end{cases}$ а). $(2; 3)$ б). $(-3; 2)$ в). $(-6; 11)$ г). $(8; 3)$.
42.	Укажите значение суммы $x_1 + y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы $\begin{cases} x + y = 4; \\ x - 2y = 1. \end{cases}$
43.	Укажите значение произведения $x_1 \cdot y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы $\begin{cases} x + y = 4; \\ y^2 - x^2 = 8. \end{cases}$
44.	Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} y = \frac{2}{x}; \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$ (воспользуйтесь графической интерпретацией).
45.	На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите сколько решений имеет каждая система: а). $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y = x + 10. \end{cases}$ б). $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ x - 6 = 0. \end{cases}$ в). $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y - 8 = 0. \end{cases}$
	
46.	а). На рисунке изображены графики функций $y = x^2 + 4x + 3$ и $y = x + 3$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3; \\ y = x + 3. \end{cases}$



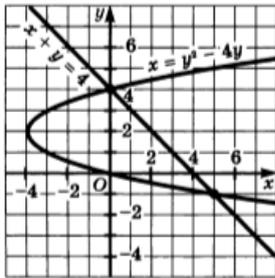
б). Решите систему уравнений, используя графики функций:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x - y = 1. \end{cases}$$



в). Решите систему уравнений, используя графики функций:

$$\begin{cases} x = y^2 - 4y \\ x + y = 4 \end{cases}$$



47. Найдите значение выражения $xу$, если $(x; y)$ – решение системы

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}; \\ x + y = 12. \end{cases}$$

48. Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением неравенства $2x^2 + xy - 3y^2 < 3$?

49. Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением системы неравенств

$$\begin{cases} xy > -6; \\ x^2 + xy + y^2 < 7? \end{cases}$$

50. Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств $\begin{cases} 1 \leq |x| \leq 3; \\ 2 \leq |y| \leq 3. \end{cases}$