









## 9.1 класс





### Модуль № 3 «Уравнения и неравенства с одной переменной»

***В тесте проверяются теоретическая и практическая части.***

Проверяемые знания/умения	Проверяемые элементы содержания
Уравнения с одной переменной	Целое уравнение и его корни; Решение линейных уравнений; квадратных уравнений. Способы решения уравнений: графически, введение новой переменной, разложение на множители
Дробно – рациональные уравнения	Приемы решения дробно – рациональных уравнений
Неравенства с одной переменной	Линейные неравенства, квадратные неравенства: метод параболы, метод интервалов
Дробно- рациональные неравенства	Метод интервалов
Уравнения с переменной под знаком модуля	Приемы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Неравенства с переменной под знаком модуля	Приемы решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Уравнения с параметрами	Решение линейного уравнения и квадратного уравнения с параметром

## Примерные практические задания:

1.	<p>Укажите корень уравнения: <math>5x^4 - 7x + 2 = 0</math></p> <p>а). 1      б). -1      в). 2      г). 0</p>
2.	<p>Найдите степень уравнения: <math>5x^2 - 7x^6 + 8 = x(x^7 + 2x^2)</math>.</p>
3.	<p>Решите уравнение: <math>(2x - 5)(2x + 5) - 2x(3 + 2x) = 5</math>.</p>
4.	<p>Найдите сумму квадратов корней уравнения: <math>2x^3 - 72x = 0</math>.</p>
5.	<p>Решите уравнение: <math>x^4 - 12x^2 - 64 = 0</math>.</p>
6.	<p>Сколько корней имеет уравнение <math>(x - 1)^2 - 5 = \frac{2}{x}</math> (используйте графическую интерпретацию)?</p>
7.	<p>На каком рисунке изображено множество решений неравенства <math>4 - 7(x + 3) \leq -9</math>?</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">1)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">2)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">3)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">4)</span>  </div> </div>
8.	<p>На каком рисунке изображено множество решений неравенства <math>x^2 - 4x + 3 \geq 0</math>? В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; gap: 20px;"> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">1)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">3)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">2)</span>  </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 5px;">4)</span>  </div> </div>

9.	<p>Решите неравенство <math>x^2 + x \geq 0</math>.</p> <p>В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <p>1) <math>(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)</math>  2) <math>[-1; 0]</math>  3) <math>(-1; 0)</math>  4) <math>(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)</math></p>
10.	<p>Решите неравенство <math>x^2 &lt; 361</math>.</p> <p>В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <p>1) <math>(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)</math>  2) <math>(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)</math>  3) <math>(-19; 19)</math>  4) <math>[-19; 19]</math></p>
11.	<p>Решите неравенство: <math>(x + 2)(1 - x)(4x - 10) \leq 0</math>.</p>
12.	<p>Решите неравенство: <math>\frac{x-2}{3-x} \geq 0</math></p> <p>На каком из рисунков изображено множество его решений?  В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
13.	<p>Решите уравнение: <math>(x^2 - 10)^2 + 12(x^2 - 10) + 11 = 0</math>.</p>
14.	<p>Решите уравнение: <math>x^2 + 4 - 4x^3 - 16x = 0</math>.</p>
15.	<p>Найдите наибольший корень уравнения:</p> <p>а). <math> x^2 - 5x + 4  = 4</math>      б). <math> x^2 - 2x - 4  = 3x - 2</math>.</p>
16.	<p>Решите неравенство: <math>x^2 +  x  - 2 &lt; 0</math>.</p>

17.	<p>При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a = 0</math> один корень?</p>
18.	<p>Решите уравнение:</p> <p>а). <math>\frac{1}{x+3} + \frac{3}{x-1} = \frac{x^2+5x+2}{x^2+2x-3}</math>      б). <math>\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 - 15 = 16\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2</math>.</p>
19.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого – целые выражения.</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая часть которого – целое выражение.</p> <p>Степенью уравнения вида <math>P(x) = 0</math>, где <math>P(x)</math> – многочлен стандартного вида, называется степень этого многочлена.</p> <p>Степенью уравнения вида <math>P(x) = 0</math>, называется степень многочлена, стоящего на первом месте.</p> <p>Если уравнение <math>a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0</math>, в котором все коэффициенты – целые числа, причем свободный член отличен от нуля, имеет целый корень, то этот корень является делителем свободного члена.</p> <p>Если число <math>a</math> является корнем многочлена <math>P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n</math>, где <math>a_0 \neq 0</math>, то этот многочлен можно представить в виде произведения <math>(x - a)P_1(x)</math>, где <math>P_1(x)</math> – многочлен <math>(n - 1)</math> – й степени.</p> <p>Если число <math>a</math> является корнем многочлена <math>P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n</math>, где <math>a_0 \neq 0</math>, то этот многочлен можно представить в виде произведения <math>(x + a)P_1(x)</math>, где <math>P_1(x)</math> – многочлен <math>(n - 1)</math> – й степени.</p>
20.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Неравенство с одной переменной, обе части которого являются рациональными выражениями, называется рациональным неравенством.</p> <p>Неравенство с одной переменной, левая часть которого является рациональным выражением, называется</p>

рациональным неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая и правая части – целые выражения, то такое неравенство называется целым неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая часть – целое выражение, то такое неравенство называется целым неравенством.

Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  равносильно неравенству  $P(x)Q(x) > 0$ .

Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  равносильно неравенствам  $P(x) > 0$  и  $Q(x) > 0$ .

Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$  равносильно системе  $\begin{cases} P(x)Q(x) < 0; \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = 0. \end{cases}$

Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$  равносильно неравенству  $P(x)Q(x) \leq 0$ .

21. **Выберите верные утверждения:**

Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.

Два уравнения, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными уравнениями.

Два уравнения, имеющие одно равное решение, называют равносильными уравнениями.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости.

Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство, называется решением системы.

Пара значений переменных, называется решением системы.

22. **Выберите верные утверждения:**

Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное неравенство.

Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных.

Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида  $ax + by < c$  или  $ax + by > c$ , где  $x$  и  $y$  - переменные,  $a, b$  и  $c$  - некоторые числа.

Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида  $ax + by < c$ , где  $x$  и  $y$  - переменные,  $a, b$  и  $c$  - некоторые числа.

Функция с областью определения  $X$  и областью значений  $Y$  называется обратимой, если обратное ей соответствие между множеством  $Y$  и множеством  $X$  – функция.

Если функция  $f(x)$  обратима, то обратное ей соответствие называют функцией, обратной функции  $f(x)$ .

Если функция  $f(x)$  обратима, то обратное ей соответствие называют функцией.

23. **Выберите верные утверждения:**

Арифметическим корнем  $n$  – й степени из числа  $a$  называется такое неотрицательное число  $b$ ,  $n$  - я степень которого равна  $a$ .

Арифметическим корнем  $n$  – й степени из числа  $a$  называется такое число  $b$ ,  $n$  - я степень которого равна  $a$ .

Если  $a > 0$  и  $r$  - рациональное число, записанное в виде дроби  $\frac{m}{n}$ ,

где  $m$  - целое, а  $n$  - натуральное, то  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

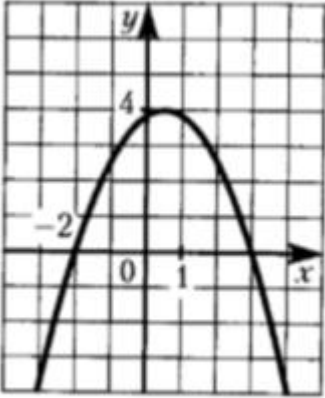
Если  $a > 0$  и  $r$  - рациональное число, записанное в виде дроби  $\frac{m}{n}$ ,

где  $m$  - целое, а  $n$  - натуральное, то  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$ .

Если  $m$  и  $n$  - натуральные числа, то  $0^{\frac{m}{n}} = 0$ .

Если  $m$  и  $n$  - натуральные числа, то  $0^{\frac{m}{n}} = 1$ .

24.	<p><b>Выберите верные утверждения:</b></p> <p>Уравнения, содержащие переменную под знаком корня или переменная входит в основание степени с дробным показателем, называются иррациональными уравнениями.</p> <p>Уравнения, содержащие переменную под знаком корня, называются иррациональными уравнениями.</p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – четное число, равносильно системе <math>\begin{cases} f(x) = g^n(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}</math></p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – нечетное число, равносильно системе <math>\begin{cases} f(x) = g^n(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}</math></p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – нечетное число, равносильно уравнению <math>f(x) = g^n(x)</math>.</p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – четное число, равносильно уравнению <math>f(x) = g^n(x)</math>.</p>
25.	Сколько решений уравнения $(x + 3)^2 - y^2 + 3y = 0$ находится среди пар чисел $(-3; 3)$ ; $(-1; -2)$ ; $(0; 0)$ ; $(-3; 0)$ .
26.	Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением неравенства $2x^2 + xy - 3y^2 < 3$ ?
27.	Решите уравнение : а). $x^6 - 36 = 0$ ; б). $-x^5 - 7 = 0$ ; в). $x^{\frac{4}{5}} = 16$ .
28.	Решите уравнение: а). $\sqrt{x^2 - 1} = x - 2$ ; б). $x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$ .
29.	Решите неравенство: а). $\sqrt{x + 2} > 0,5x + 1$ б). $\sqrt{2x - 1} < x - 2$
30.	Укажите степень уравнения $x^2(5x^3 - 2x^2) + 8 - 5x^5 + x^3 = 0$ . 1) 3                                      2) 5                                      3) 4                                      4) 2
31.	<p>Корнями какого уравнения являются числа <math>-2; 0; 2</math>?</p> <p>1) <math>x^3 - 4x = 0</math></p> <p>2) <math>x(x^2 - 4x + 4) = 0</math></p> <p>3) <math>x^3 - 2x = 0</math></p> <p>4) <math>x^3 - 4x + 4 = 0</math></p>
32.	<p>Решите уравнение <math>-(x - 2)^2 + 3 = x - 1</math>.</p> <p>1) <math>(0; -1), (3; 2)</math>                      2) <math>-1; 2</math>                                      3) <math>0; 3</math>                                      4) <math>(3; 2)</math></p>

33.	<p>Решите уравнение <math>(x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0</math>.</p> <p>1) <math>-2; 0; 2</math>  2) <math>-\sqrt{5}; -1; 1; \sqrt{5}</math>  3) <math>-2; 2</math>  4) <math>-2; -1; 1; 2</math></p>
34.	<p>Найдите нули функции <math>f(x) = x^4 + 8x^2 - 9</math>.</p> <p>1) <math>1; 3</math>                      2) <math>-1; -3</math>                      3) <math>-3; -1; 1; 3</math>                      4) <math>-1; 1</math></p>
35.	<p>При каких значениях <math>p</math> уравнение <math>x^2 + px + 3 = 0</math> имеет ровно два корня?</p> <p>1) <math>(-\infty; -3) \cup (3; \infty)</math>  2) <math>(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})</math>  3) <math>(-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; \infty)</math>  4) <math>(2\sqrt{3}; \infty)</math></p>
36.	<div style="text-align: center;">  <p>Рис. 5</p> </div> <p>Функция <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> задана графически (рис. 5), <math>D</math> — дискриминант соответствующего квадратного трехчлена. Какое из высказываний верно?</p> <p>1) <math>a &gt; 0, D &gt; 0</math>  2) <math>a &gt; 0, D &lt; 0</math>  3) <math>a &lt; 0, D &lt; 0</math>  4) <math>a &lt; 0, D &gt; 0</math></p>
37.	<p>Решите неравенство <math>f(x) \geq 0</math> (рис. 5).</p> <p>1) <math>(-\infty; -2] \cup [3; \infty)</math>                      2) <math>(-2; 3)</math>                      3) <math>[-2; 3]</math>                      4) <math>(-\infty; 4]</math></p>
38.	<p>Решите неравенство <math>x^2 - 4x - 4 &gt; 0</math>.</p> <p>1) <math>(-\infty; -5] \cup (1; \infty)</math>                      2) <math>(-1; 5)</math>                      3) <math>(-5; 1)</math>                      4) <math>(-\infty; -1) \cup (5; \infty)</math></p>
39.	<p>Решите неравенство <math>(5x - 2)(2 - x) \geq 0</math>.</p> <p>1) <math>[2; 2,5]</math>                      2) <math>[0,4; 2]</math>                      3) <math>(-\infty; 0,4] \cup [2; \infty)</math>                      4) <math>(0,4; 2)</math></p>



40. Найдите область определения функции  $f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$ .

1)  $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

2)  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; \infty)$

3)  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; \infty)$

4)  $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$