

9.1.2 (профильный уровень)

2018-2019 уч.год

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике
(учебник Макарычев Ю.Н., углублённый уровень)

Модуль №4

"Уравнения и неравенства с одной и с двумя переменными. Системы уравнений и неравенств"

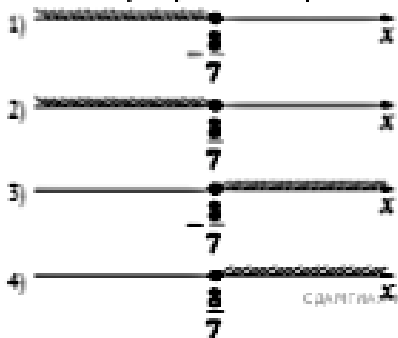
В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Тема №1. "Уравнения и неравенства с одной переменной"

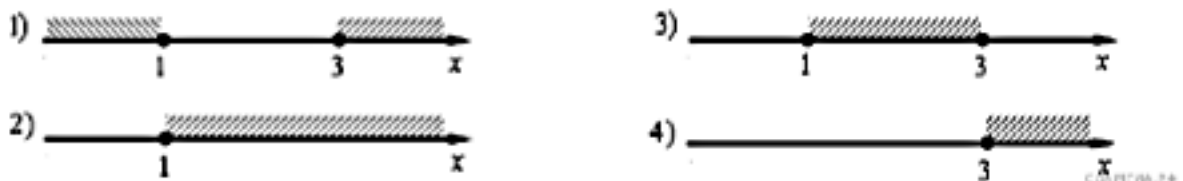
Элементы содержания	Предметные умения
<p>Глава 2 § 4. Уравнения с одной переменной. П.9. Целое уравнение и его корни. П.10. Приемы решения целых уравнений. П.11. Решение дробно-рациональных уравнений. § 5. Неравенства с одной переменной. П.12. Решение целых неравенств с одной переменной. П.13. Решение дробно-рациональных неравенств с одной переменной. § 6. Уравнения и неравенства с переменной под знаком модуля. П.14. Решение уравнений с переменной под знаком модуля. П.15. Решение неравенств с переменной под знаком модуля. § 7. Уравнения с параметрами. П.16. Целые уравнения с параметрами. П.17. Дробно-рациональные уравнения с параметрами.</p>	<p>Умения определять целые уравнения, находить их степень; доказывать, что уравнение не имеет целых корней или находить эти корни; решать целые уравнения, выше второй степени, разложением на множители, с помощью замены переменной и графическим методом; решать дробно-рациональные уравнения.</p> <p>Умения решать неравенства первой степени, неравенства второй степени с помощью параболы, неравенства второй и более высоких степеней методом интервалов; решать дробно-рациональных уравнений методом интервалов.</p> <p>Умения решать уравнения с одной переменной под знаком модуля; решать неравенства с одной переменной под знаком модуля с помощью геометрического смысла модуля, с помощью определения модуля (методом промежутков), графическим способом, заменой переменной и заменой неравенства равносильной системой или совокупностью.</p> <p>Умения решать линейные, квадратные, биквадратные, дробно-рациональные, а также уравнения, содержащие модуль, с параметром.</p>

- 1) Неравенство с одной переменной, обе части которого являются рациональными выражениями, называется рациональным неравенством.
- 2) Неравенство с одной переменной, левая часть которого является рациональным выражением, называется рациональным неравенством.
- 3) Если в рациональном неравенстве левая и правая части – целые выражения, то такое неравенство называется целым неравенством.
- 4) Если в рациональном неравенстве левая часть – целое выражение, то такое неравенство называется целым неравенством.
- 5) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) > 0$.
- 6) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ равносильно неравенствам $P(x) > 0$ и $Q(x) > 0$.
- 7) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно системе $\begin{cases} P(x)Q(x) < 0; \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = 0. \end{cases}$
- 8) Неравенство вида $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ равносильно неравенству $P(x)Q(x) \leq 0$.

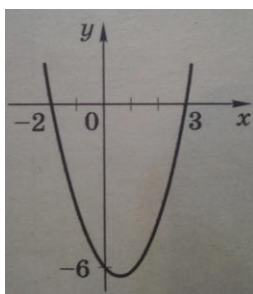
27. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $4 - 7(x + 3) \leq -9$?

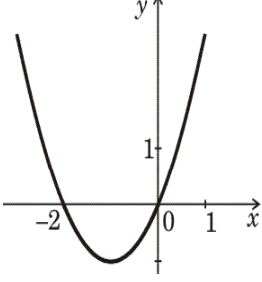



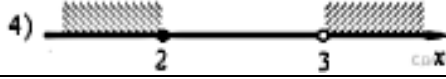


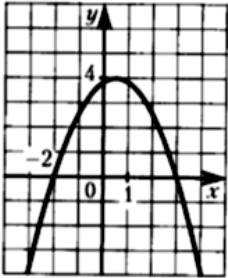
28. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$?
В ответе укажите номер правильного варианта.



29. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - x - 6$.
Используя график, решите неравенство $x^2 - x - 6 > 0$.



30.	<p>На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x < 0$.</p> 
31.	<p>Решите неравенство: а) $x^2 - 11x + 24 < 0$; б) $2x^2 + 11x - 6 > 0$; в) $-9x^2 + 12x - 4 > 0$; г) $-7x^2 - 6x + 1 \geq 0$; д) $0,1x^2 + x - 2,4 \leq 0$; е) $-2x^2 - 4x - 6 \geq 0$.</p>
32.	<p>Найдите множество решений неравенства: а) $7x(7x - 4) + 2(7x + 2) \geq 0$; б) $3p(p - 2) < 2p(p + 4) - (p - 16)$</p>
33.	<p>Решите неравенство $x^2 + x \geq 0$. В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <p>1) $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ 2) $[-1; 0]$ 3) $(-1; 0)$ 4) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$</p>
34.	<p>Решите неравенство $x^2 - 4x - 4 > 0$. 1) $(-\infty; -5] \cup (1; \infty)$ 2) $(-1; 5)$ 3) $(-5; 1)$ 4) $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$</p>
35.	<p>Решите неравенство $(5x - 2)(2 - x) \geq 0$. 1) $[2; 2,5]$ 2) $[0,4; 2]$ 3) $(-\infty; 0,4] \cup [2; \infty)$ 4) $(0,4; 2)$</p>
36.	<p>Решите неравенство: $(x + 2)(1 - x)(4x - 10) \leq 0$.</p>
37.	<p>Решите неравенство: $\frac{x-2}{3-x} \geq 0$</p> <p>На каком из рисунков изображено множество его решений? В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
38.	<p>Решите неравенства: а) $(x - 0,3)(6x - 1)(5 - 2x) > 0$; б) $(2x - 7)(x + 6)(4 - x) \leq 0$; в) $x^2(x + 3)(3 - 2x) > 0$; г) $x(2x + 3)(x - 1,6)^2 > 0$.</p>
39.	<p>Найдите множество решений неравенств: а) $7x^3 - 2x^2 - 28x + 8 > 0$; б) $x^3 + 6x^2 - x - 6 < 0$;</p>
40.	

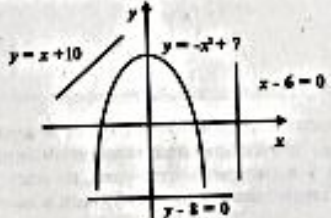
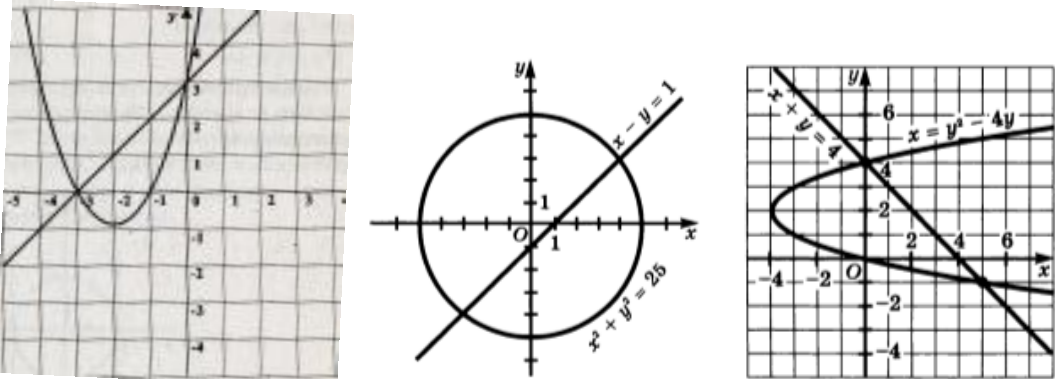
	<p>Решите неравенство:</p> <p>а) $(x - 8)^2(x^2 - 3x + 4) > (x - 8)^2(x + 1)$; б) $(2x - 3)^4(x^2 - x) > (x - 1)(2x - 3)^4$; в) $(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 1) < (x - 2)^2(x + 5)$; г) $(x + 6)^2(x^2 + x - 1) < (x^2 + 3x)(x + 6)^2$.</p>
41.	<p>Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$ задана графически (рис. 5), D – дискриминант соответствующего квадратного трехчлена. Какое из высказываний верно?</p>  <p>Рис. 5</p> <p>1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D < 0$ 4) $a < 0, D > 0$</p>
42.	<p>Решите неравенство $f(x) \geq 0$ (рис. 5).</p> <p>1) $(-\infty; -2] \cup [3; \infty)$ 2) $(-2; 3)$ 3) $[-2; 3]$ 4) $(-\infty; 4]$</p>
43.	<p>Решите неравенства:</p> <p>а) $\frac{x^3 - 5x^2 + 3x - 15}{x^2 + 4x - 12} > 0$. б) $\frac{x^3 - 3x + 2}{(x - 1)^2(x^2 - 9)} < 0$. в) $\frac{(x - 2)^2(x + 3)}{(x + 5)(x - 7)} \geq 0$.</p>
44.	<p>Решите двойное неравенство:</p> <p>а) $3 \leq \frac{5x - 1}{2x - 3} \leq 5$. б) $2 < \frac{3x - 8}{x + 1} < 3$; в) $-1 < \frac{x - 8}{x + 1} < 3$; г) $1 \leq \frac{4 + x}{3x + 2} \leq 2$.</p>
45.	<p>Решить систему неравенств:</p> <p>а) $\begin{cases} \frac{x + 5}{x - 4} > \frac{x + 3}{x - 1}, \\ 3x - 7 > x + 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x + 3}{x + 2} \leq \frac{2x + 1}{x}, \\ 3(2 - x) \geq 7x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{6x + 1}{3x} \geq \frac{2x}{x + 4}, \\ 13 - 12x > x. \end{cases}$</p>
46.	<p>Решите систему неравенств:</p> <p>а) $\begin{cases} x^2 - 2x - 48 < 0, \\ 3x - 6 > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 9y^2 - 30y + 25 > 0, \\ 0,2y - 0,1 > 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 1,4x^2, \\ 9x^2 + 5x - 4 < 0. \end{cases}$</p>
47.	<p>Решите неравенство:</p> <p>а) $x + 1 < 5$. б) $x^2 - 5x > 6$. в) $x^2 - 5x - 6 < x + 10$. г) $x^2 - 7x + 6 > x^2 + x - 2$. д) $x^2 - x < x - 10$. е) $x + 1 + x + 4 < 5$.</p>
48.	<p>Решите неравенство: $x^2 + x - 2 < 0$.</p>
49.	<p>Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$.</p> <p>1) $[-\frac{1}{2}; 1]$ 2) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; \infty)$ 3) $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup (1; \infty)$ 4) $(-\frac{1}{2}; 1)$</p>

Тема №2. "Системы уравнений и системы неравенств с двумя переменными"

Элементы содержания	Предметные умения
<p>Глава 3. § 8. Уравнения второй степени с двумя переменными и их системы. П.18. Уравнение с двумя переменными и его график. П.19. Система уравнений с двумя переменными. П.20. Решение систем уравнений с двумя переменными способом подстановки и способом сложения. П.21. Другие способы решения систем уравнений с двумя переменными. П.22. Решение задач.</p> <p>§ 9. Неравенства с двумя переменными и их системы. П.23. Линейное неравенство с двумя переменными. П.24. Неравенство с двумя переменными степени выше первой. П.25. Система неравенств с двумя переменными. П.26. Неравенства с двумя переменными, содержащие знак модуля.</p>	<p>Умения определять степень уравнения с двумя переменными, строить графики уравнений второй степени с двумя переменными; решать системы уравнений с двумя переменными разными способами; решать системы, содержащие однородные и симметрические многочлены, используя замену $x + y = a$, $xy = b$; составлять систему уравнений по условию задачи.</p> <p>Умения строить график линейного неравенства с двумя переменными; строить график неравенства с двумя переменными степени выше первой; изображать в координатной плоскости множество решений системы неравенств с двумя переменными и содержащих переменную под знаком модуля.</p>

Примерные практические задания:

1.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <ol style="list-style-type: none">1) Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.2) Два уравнения, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными уравнениями.3) Два уравнения, имеющие одно равное решение, называют равносильными уравнениями.4) Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.5) Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости.6) Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство, называется решением системы.7) Пара значений переменных, называется решением системы.
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2.	<p>Какая из перечисленных пар чисел является решением системы уравнений</p> $\begin{cases} x - y = 5; \\ 3x - y^2 = -3. \end{cases}$ <p>а) (2; 3) б) (-3; 2) в) (-6; 11) г) (8; 3).</p>
3.	<p>Сколько решений уравнения $(x + 3)^2 - y^2 + 3y = 0$ находится среди пар чисел (-3; 3); (-1; -2); (0; 0); (-3; 0).</p>
4.	<p>Укажите значение суммы $x_1 + y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы</p> $\begin{cases} x + y = 4; \\ x - 2y = 1. \end{cases}$
5.	<p>Укажите значение произведения $x_1 \cdot y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение системы</p> $\begin{cases} x + y = 4; \\ y^2 - x^2 = 8. \end{cases}$
6.	<p>Сколько решений имеет система уравнений</p> $\begin{cases} y = \frac{2}{x}; \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$ <p>(воспользуйтесь графической интерпретацией).</p>
7.	<p>На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите, сколько решений имеет каждая система:</p> <p>а) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y = x + 10. \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ x - 6 = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y - 8 = 0. \end{cases}$</p> 
8.	<p>Найдите значение выражения $xу$, если $(x; y)$ – решение системы</p> $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}; \\ x + y = 12. \end{cases}$
9.	<p>а) На рисунке 1 изображены графики функций $y = x^2 + 4x + 3$ и $y = x + 3$. Используя графики, решите систему уравнений</p> $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3; \\ y = x + 3. \end{cases}$ <p>б) Решите систему уравнений, используя графики функций: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x - y = 1. \end{cases}$</p> <p>в) Решите систему уравнений, используя графики функций: $\begin{cases} x = y^2 - 4y \\ x + y = 4 \end{cases}$</p>  <p>рис. 1.</p>

10.	Какая фигура является графиком уравнения: а) $2x = 5 + 3y$; г) $(x + 1,5)(x - 4) = 0$; б) $6x^2 - 5x = y - 1$; д) $xy - 1,2 = 0$; в) $2(x + 1) = x^2 - y$; е) $x^2 + y^2 = 9$?
11.	Постройте график уравнения: а) $3x - 5y - 15 = 0$; б) $(x + 3)(y - 5) = 0$; в) $xy + 12 = 0$; з) $x^2 + y^2 = 16$; д) $x^2 - 2 x - y = 0$; е) $3 y + x^2 = 0$. ж) $(x - 3)^2 + y^2 = 9$; з) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$; и) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$; к) $x = y^2 + 2y - 8$. л) $9x^2 + y^2 = 4$; м) $3xy = 12$; н) $x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 4$; о) $\frac{1}{2}xy = 6$.
12.	Решить систему уравнений методом подстановки: а) $\begin{cases} 2x^2 + x - 3y - 16 = 0, \\ y - x^2 + 6 = 0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^2 - 2y^2 + x + 16 = 0, \\ x - 2y + 7 = 0. \end{cases}$
13.	Решите систему методом сложения: а) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + x = -6, \\ x^2 - 3y^2 = -11. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 - y = -6, \\ 2x^2 - 3y^2 = -4; \end{cases}$
14.	Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} 9x^2 - y^2 - 3x + y = 0, \\ x^2 + y = xy. \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = -2, \\ (x - y)^2 + x + y = 10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x^2 + 4xy - 5y = 1, \\ x^2 + xy - 6y^2 = 0; \end{cases}$
15.	Выберите верные утверждения: 1) Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное неравенство. 2) Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных. 3) Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$ или $ax + by > c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа. 4) Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида $ax + by < c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа. 5) Функция с областью определения X и областью значений Y называется обратимой, если обратное ей соответствие между множеством Y и множеством X – функция. 6) Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией, обратной функции $f(x)$. 7) Если функция $f(x)$ обратима, то обратное ей соответствие называют функцией.
16.	Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением неравенства $2x^2 + xy - 3y^2 < 3$?
17.	Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением системы неравенств $\begin{cases} xy > -6; \\ x^2 + xy + y^2 < 7? \end{cases}$
18.	Изобразите график неравенства:

	а) $4x - 5y > 20$; в) $2x - y < -3$; б) $3x + 4y < 12$; г) $2x + 3y > -5$.
19.	Изобразить на координатной плоскости множество решений системы: $ \begin{array}{llll} \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 < 9, \\ x - y > 0. \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x + y \leq 3, \\ 4x - 5y \leq 20. \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x - 2y \leq 4, \\ 0,5x - y \geq -2. \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 \geq 4, \\ x^2 + y^2 - 6x \leq 0. \end{array} \right\} \end{array} $
20.	Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3; \\ 2 \leq y \leq 3. \end{cases}$