

8.1, 8(Г4) класс, Математика (учебник Макарычев)

2018-2019 уч.год

Тема модуля № 1 «Дроби. Целые числа. Делимость чисел.»

Теоретическая часть:

—

ТЕМА	Знать	Уметь
Дроби и их свойства П.1 числовые дроби и дроби, содержащие переменные П.2 свойства дробей	Знать понятие дроби; определять область допустимых значений; знать основное свойство дроби.	Уметь находить область допустимых значений
Сумма и разность дробей П.3 сложение и вычитание дробей П.4 представление дроби в виде суммы дробей	Знать правило сложения и вычитание дробей	Уметь находить сумму и разность дробей с одинаковыми и разными знаменателями
Произведение и частное дробей П.5 умножение дробей. Возведение дроби в степень П.6 Деление дробей П.7. преобразование рациональных выражений	Знать правило умножения дробей, знать правило возведения дроби в степень, знать правило деление дробей	Уметь умножать дроби, возводить дробь в степень, делить дроби

<p>Множество натуральных и множество целых чисел. П.8. Пересечение и объединение множеств. П.9. Взаимно однозначное соответствие. П.10. Натуральные числа. Целые числа.</p>	<p>Знать определение пересечения и объединения двух множеств, уметь доказывать формулу для вычисления числа элементов объединения двух множеств по числу элементов каждого из них и числу элементов пересечения этих множеств.</p>	<p>Уметь находить пересечение и объединение двух множеств, заданных перечислением.</p>
<p>Делимость чисел. П.11. Свойства делимости. П.12. Делимость суммы и произведения. П.13. Деление с остатком. П.14. Признаки делимости. П.15. Простые и составные числа.</p>	<p>Знать определение делимости целого числа a на целое и отличное от нуля число b, свойства делимости, уметь доказывать эти свойства, используя определение делимости.</p>	<p>Уметь применять термины «a делится на b», «a кратно b», «b – делитель a», уметь применять свойства делимости для решения задач</p>

Примерные практические задания:

1. Рациональное выражение, которое содержит операцию деления на выражение с переменными, называется _____

2. Укажите, какое из выражений **не является** дробным

1) $\frac{a+2b}{4} - \frac{4}{a}$

2) $\frac{a+2b}{4} - \frac{a}{3}$

3) $\frac{(a+2b)^2}{4(a+2b)}$

4) $\frac{(a+2b)^2}{4(a+2b)} - 3,2b$

3.

Замените знак «:» чертой дроби:

а) $a : x$;

г) $m - n : (m + n)$;

б) $a : x + y$;

д) $(m - n) : (m + n)$.

в) $a : (x + y)$;

4. Рациональным называется выражение, которое

- 1) содержит числа и переменные, связанные математическими действиями
- 2) содержит операцию деления на выражение с переменными
- 3) которое не содержит операции деления на выражение с переменными

5. Выражение, которое содержит операцию деления на выражение с переменными, называется

- 1) целым
- 2) дробным
- 3) рациональным

6. Перечислите номера рациональных выражений

1) $\frac{x}{10} + \frac{2}{y}$

4) $(x + 5) : (y - 5)$

2) $1\frac{2}{7}$

5) $(a + b) : 3$

3) $\frac{5}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$

6) $\frac{4a - b}{2a}$

7) $5 : (x + 3)$

8) $-0,75$

7. Укажите номера тех выражений, которые **не являются** дробными

1) $(3a^2b^4 + 5a^4b^3) : 3$

4) $\frac{x + 2y}{5}$

2) $\frac{1}{3}x + y$

5) $12xy - \frac{7}{xy}$

3) $\frac{x + 1}{x^2 - 5}$

6) $(x^2 - 8xy - y^2) : x^3$

8. Найдите допустимые значения дроби $\frac{2c - 5}{c - 7}$

9. Область допустимых значений дроби $\frac{7 - x}{x(x + 5)}$ — это все значения x , кроме _____

10. Областью допустимых значений дроби $\frac{3x - 5}{x^2 + 9}$ являются

- 1) все значения x , кроме 3 и -3 ;
- 2) все значения x ;

- 3) все значения x , кроме 0;
- 4) все значения x , кроме -3 .

11. Укажите допустимые значения для переменной x в выражении

$\frac{4-x}{2x+6}$. В ответе укажите окончание фразы: «допустимыми являются все значения x , кроме ...»

12. Выберите из предлагаемых дробные выражения, для которого допустимыми значениями являются все числа, кроме 4 и -4

- 1) $\frac{9x}{4-x} - \frac{6}{x+4}$;
- 2) $\frac{a^2 + 2a}{(a-4)^2}$;
- 3) $\frac{c^2 - 5c}{c^2 - 16}$;
- 4) $\frac{y-5}{y+4}$

13. Областью допустимых значений дроби $\frac{9-2x}{x^2+25}$ являются

- 1) все значения x , кроме 0;
- 2) все значения x , кроме -5 ;
- 3) все значения x ;
- 4) все значения x , кроме 5 и -5 .

14. При каких значениях переменной дробь не имеет смысла:

- а) $\frac{a}{|x|-3}$
- б) $\frac{a}{4x^2-25}$
- в) $\frac{a}{2-|x|}$
- г) $\frac{a}{9-x^2}$

15. Найдите ОДЗ переменной в выражении:

- а) $\frac{a}{4x^2+25}$
- б) $\frac{a}{4x^2+20x+25}$

16. При каких значениях переменной дробь имеет смысл:

- а) $\frac{12}{x^2-81}$
- б) $\frac{x^2+1}{x^2-9x+14}$
- в) $\frac{x^2-25}{x^2+25}$
- г) $\frac{1}{x-\frac{4}{x}}$?

17. Найдите допустимые значения переменной для дроби:

- а) $\frac{3y}{|y|-1}$
- б) $\frac{5y-10}{3}$
- в) $\frac{18}{y^3-64y}$

$$\text{г) } \frac{2}{y^2 - 5|y|} \quad \text{д) } \frac{y}{y^2 + 2y - 3} \quad \text{е) } \frac{2y - 1}{(2y + 1)^3 - (8y + 4)}$$

18. Найдите область допустимых значений переменной в выражении:

$$\text{а) } \frac{4x^2 - 1}{4} \quad \text{б) } \frac{4}{4x^2 - 1} \quad \text{в) } \frac{2xy}{x^2 - y^2} \quad \text{г) } \frac{x^2 - y^2}{2xy}$$

19. Найдите область определения функции:

$$\text{а) } f(x) = -\frac{1}{x^2 - x} \quad \text{б) } g(x) = \frac{x^2 - x}{1 - x}$$

$$\text{в) } \alpha(x) = \frac{x - x^3}{3} \quad \text{г) } \beta(x) = \frac{2x - 1}{2x^2 - x - 1}$$

20. Составьте дробное выражение с одной переменной, для которого допустимыми значениями являются:

- а) все числа, кроме 5;
- б) все числа, кроме -4 и 4;
- в) все числа, кроме -1, 0 и 1;
- г) все числа.

21. Приведите дробь к знаменателю $12x^2y$

$$\text{а) } \frac{1}{6x^2} \quad \text{б) } \frac{5}{3xy} \quad \text{в) } \frac{7x}{4y} \quad \text{г) } \frac{5}{12x}$$

22. Представьте двучлен $3x - y$ в виде дроби со знаменателем, равным:

$$\text{а) } 7 \quad \text{б) } x \quad \text{в) } 9x + y \quad \text{г) } 3x - y$$

23. Приведите дробь $\frac{a}{x - 2}$ к знаменателю:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } x^2 - 2x & \text{б) } 5x - 10 & \text{в) } x^2 - 4 & \text{г) } 4 - x^2 \\ \text{д) } 6 - 3x & \text{е) } x^3 - 8 & \text{ж) } (x - 2)^2 & \end{array}$$

24. Найдите значение выражения $\frac{5a - b^2}{ab + 5}$ при $a = 2, b = -1$.

$$1) -1,5; \quad 2) 3; \quad 3) 2,5; \quad 4) 4.$$

25. Сократите дробь $\frac{9x^5y^7}{36xy^5}$.

$$1) \frac{x^4y^2}{4}; \quad 2) \frac{x^5y^2}{4}; \quad 3) \frac{x^4y^3}{4}; \quad 4) \frac{x^4}{4y^3}.$$

26. Сократите дробь $\frac{3n-15k}{25k^2-n^2}$.

- 1) $-\frac{3}{5k+n}$; 2) $\frac{3}{5k+n}$; 3) $\frac{3}{5k-n}$; 4) $\frac{3}{n-4k}$.

27. Представьте дробь $\frac{c-3}{c+2}$ в виде дроби со знаменателем $(c^2 + 2c)$.

- 1) $\frac{c(c-3)}{c^2+2c}$; 2) $\frac{(c-3)}{c^2+2c}$; 3) $\frac{1}{c^2+2c}$; 4) $\frac{c}{c^2+2c}$.

28. Сложите дроби $\frac{x-6}{2x-7}$ и $\frac{x+5}{7-2x}$.

- 1) $\frac{2x-1}{2x-7}$; 2) $\frac{11}{2x-7}$; 3) $\frac{11}{7-2x}$; 4) $\frac{x-1}{4x^2-49}$.

29. Выполните вычитание: $\frac{13x+4}{15x} - \frac{3x-1}{15x}$.

- 1) $\frac{4x+3}{3x}$; 2) $\frac{2x+1}{3x}$; 3) $\frac{10x+5}{3x}$; 4) $\frac{5x+3}{3x}$.

30. Преобразуйте данное выражение $\frac{2m^2}{m^2-9} - \frac{2m}{m+3}$ в дробь.

- 1) $\frac{6m}{m^2-9}$; 2) $-\frac{6m}{m^2-9}$; 3) $\frac{m^2-6m}{m^2-9}$; 4) $\frac{2m-2}{m+3}$.

31. Выполните умножение: $2a^5x^3 \cdot \frac{3}{5a^4x}$.

- 1) ax^2 ; 2) $\frac{2ax^2}{5}$; 3) $\frac{6ax^2}{5}$; 4) другой ответ.

32. Выполните деление: $\left(\frac{x}{2}\right)^2 \div \left(\frac{x}{4}\right)^3$.

- 1) $\frac{2}{x}$; 2) $\frac{16}{x}$; 3) $\frac{x}{8}$; 4) другой ответ.

33. Представьте дробь $\frac{y^7-y^2}{y^5}$ в виде разности.

- 1) $y^7 - \frac{1}{y^3}$ 2) $y^7 - y^3$ 3) $y^2 - \frac{1}{y^3}$ 4) другой ответ.

34. Представьте дробь $\frac{15x^2+8x}{x^2}$ в виде суммы.

- 1) $\frac{15}{x} + \frac{8}{x}$ 2) $15x + \frac{8}{x}$ 3) $15 + \frac{8}{x}$ 4) другой ответ.

35. Возведите в степень: $\left(\frac{3y^4}{x^2}\right)^3$.

- 1) $\frac{27y^7}{x^5}$; 2) $\frac{27y^{12}}{x^6}$; 3) $\frac{3y^{12}}{x^6}$; 4) другой ответ.

36. Выполните деление: $\frac{16a^7}{b^9} \div \frac{64a^4}{b^6}$.

42.

Упростите выражение $\frac{3b}{a^2+ab} - \frac{3a}{b^2+ab}$.

1) $\frac{3(a^2+b^2)}{ab(a+b)}$

2) $\frac{3(a-b)}{ab}$

3) $\frac{3(b-a)}{ab}$

4) $\frac{3(b+a)}{ab}$

43.

Упростите выражение $\frac{14a^2b}{3c} \cdot \left(-\frac{15ac^3}{21b^2}\right) \cdot \frac{10}{a}$.

1) $\frac{100a^2c^2}{3b^2}$

2) $-\frac{100a^2c^2}{3b}$

3) $\frac{100a^2c^2}{3b}$

4) $\frac{100a^2c^2}{3b^2}$

44.

Упростите выражение $\left(\frac{2a^2b}{3c^3}\right)^4$.

1) $\frac{8a^2b}{3c^3}$

2) $\frac{16a^8b^4}{81c^{12}}$

3) $\frac{8a^6b^4}{12c^7}$

4) $\frac{16a^6b^4}{81c^7}$

45.

Представьте в виде дроби: $\frac{mx-my}{6c} : \frac{ax-ay}{9c^2}$.

1) $\frac{3mc}{2a}$

2) $\frac{(mx-my)(ax-ay)}{54c^3}$

3) $\frac{m}{54ac^3}$

4) $\frac{(m-a)(x-y)}{18c^2}$

46.

Выполните вычитание алгебраических дробей: $\frac{a+1}{a^2} - \frac{a+2}{a^2+a}$.

а) $\frac{a^2-2}{a^2+a}$ б) $\frac{1}{a^2(a+1)}$ в) $\frac{4a+1}{a^2(a^2+1)}$ г) $\frac{1-2a}{a^2(a^2+a)}$

47.

Возведите данную алгебраическую дробь в указанную степень: $\left(-\frac{2x^3}{y}\right)^2$.

а) $\frac{2x^6}{y^2}$ б) $-\frac{4x^6}{y^2}$ в) $\frac{4x^2}{y^2}$ г) $\frac{4x^6}{y^2}$

48.

Сократите дробь $\frac{a^2(a^2+8a+16)}{3a(a+4)}$.

А. $\frac{a-4}{3}$ Б. $\frac{a+4}{3}$ В. $\frac{a(a+4)}{3}$ Г. $\frac{a(a-4)}{3}$

49.

Сократите дробь $\frac{14x^2y^2-7y^2x}{7y^2}$ и вычислите ее значение при $x=5, y=720$.

А. 720 Б. 140 В. 20 Г. 45

50.

Найдите разность $\frac{9a-4}{5a} - \frac{4a-9}{5a}$.

А. $\frac{a+1}{a}$ Б. 5 В. $\frac{5a-13}{5a}$ Г. $\frac{5a-13}{10a}$

51.

Найдите разность выражений $\frac{a}{(a-2)^2} - \frac{2}{(2-a)^2}$.

А. $\frac{1}{2-a}$ Б. $\frac{1}{a-2}$ В. $\frac{a+2}{(a-2)^2}$ Г. $\frac{1}{a+2}$

52.

Выполните умножение $\frac{5n^3}{(n+1)^2} \cdot \frac{2n^2-2}{15n^2}$.

А. $\frac{2n}{3n+3}$ Б. $\frac{2n(n-1)}{3n+3}$ В. $\frac{2n+2}{3n}$ Г. $\frac{2n^2-2}{3(n+1)^2}$

53.

Представьте в виде дроби частное $\frac{4x^2 - 2x^3}{3x^4} : \frac{2-x}{6x}$.

А. $\frac{(2-x)^2}{9x^3}$ Б. $\frac{2x}{3}$ В. $\frac{2}{x}$ Г. $\frac{4}{x}$

54.

Упростите выражение $\left(1 - \frac{2ab}{a^2 + b^2}\right) : \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

А. $\frac{(a^2 - b^2)^2}{(a^2 + b^2)^2}$ Б. $a^2 + b^2$ В. $\frac{a-b}{a+b}$ Г. 1

55.

Упростите выражение $\frac{9x^2 - y^2}{3x^2 + xy}$ и найдите его значение при $x=100$ и $y=299$.

56.

Упростите выражение $\frac{xy - x - y + 1}{x - 1}$ и найдите его значение при $x=y=2007$.

57.

Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

$B \cap A$	Разность множеств А и В
$B \subset A$	Объединение множеств А и В
$B \cup A$	Разность множеств В и А
$A \subset B$	Пересечение множеств А и В
$A \setminus B$	Множество А является подмножеством множества В
$B \setminus A$	Множество В является подмножеством множества А

58.

Найдите пересечение множеств С и D, если

$$C = \{3,4,8,10,17,19\}, D = \{5,8,10,18,19,21\}.$$

59.

Найдите объединение множеств A и B , если:

$$A = \{2,6,7,9,13,17\}, B = \{6,9,12,13,15,20\}.$$

60.

Найдите разность $C \setminus D$ двух множеств C и D ,

$$\text{если } C = \{4,6,8,12,16,18\}, D = \{6,8,10,14,16,20\}.$$

61.

Из 35 хозяйств деревни в 27 хозяйствах занимаются животноводством и в 33 – растениеводством. Сколько хозяйств в деревне занимаются и тем, и другим видом сельскохозяйственной деятельности?

62.

**Даны два множества точек: $A = \{(x; y) \mid x - \text{любое число}, -3 \leq y \leq 2\}$ и $B = \{(x; y) \mid |x| \leq 3, y - \text{любое число}\}$
Изобразите эти множества в координатной плоскости и выделите цветом их пересечение.**

63.

Выбрать верные утверждения:

А) Если в сумме целых чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма делится на это число.

Б) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое не делится на n , то произведение делится на mn .

В) Если в сумме целых чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то сумма делится на это число.

Г) Если в сумме целых чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма не делится на это число.

Д) Если в сумме целых чисел одно слагаемое делится на некоторое число, то сумма делится на это число.

Е) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение делится на mn .

64.

Выбрать верные утверждения:

А) Если в произведении целых чисел оба множителя делятся на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Б) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение не делится на mn .

В) Если в разности целых чисел уменьшаемое и вычитаемое делится на некоторое число, то разность делится на это число.

Г) Если в произведении целых чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Д) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение делится на mn .

Е) Если в разности целых чисел уменьшаемое делится на некоторое число, то разность делится на это число.

65.) Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

1. Число делится на 2 1. тогда и только тогда,
когда оно оканчивается
цифрой 0 или 5.

2. Число делится на 5 2. тогда и только тогда,
когда сумма его цифр
делится на 9.

3. Число делится на 4 3. тогда и только тогда,
когда оно оканчивается
на четное число.

4. Число делится на 9 4. тогда и только тогда,
когда число, выраженное
его двумя последними
цифрами, делится на 4.

2) Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

1. Число делится на 10 1. тогда и только тогда,
когда сумма его цифр
делится на 3.

2. Число делится на 25 2. тогда и только тогда,
когда оно оканчивается
цифрой 0 .
3. Число делится на 3 3. тогда и только тогда,
когда разность между
суммой цифр, стоящих на
четных местах, и суммой
цифр, стоящих на
нечетных местах, делится
на 11.
4. Число делится на 11 4. тогда и только тогда,
когда число, выраженное
его двумя последними
цифрами, делится на 25.

1) Какую цифру нужно поставить вместо *, чтобы число $31*21$ делилось на 9?

4) Какое из данных чисел делится на 12?

А) 100 015

В). 4 224

Б) 8 007

Г). 1 002 236

5) **Вместо звездочек поставьте цифры так, чтобы число**

1) $261*6$ делилось на 4

2) $2314*$ делилось на 6

3) $24*139$ делилось на 11

Найдите все значения $n \in \mathbb{N}$, при которых значение функции $f(n)$ является:

б) 1) целым числом, 2) натуральным числом, если

$$f(n) = \frac{n^3 - 2n^2 + 3n + 5}{n - 1}$$

7)

Из выражений

$3n - 12n^2$; $3n + 1$; $15n + 12$; $2n + 21$; $9n^2 - 2n$
выпишите те, которые:

1) делятся на 3 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$;

2) не делятся на 3 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$;

3) делятся на 3 при некоторых (при каких?) значениях $n \in \mathbb{Z}$.

8) **Докажите, что**

1) $3^{19} - 27^6 + 9^8$ делится на 57

2) $13^{13} - 1$ кратно 3

9) Из данных чисел 256284, 119637, 8631164, 300600 делятся на 4 и на 9

10) Из данных чисел 256284, 119637, 8631164, 300600 делятся на 4 или на 9

В числе а3609а замените букву а, если возможно, цифрой так, чтобы полученное делилось на 11, на 9, на 4

11) Укажите пару взаимно простых чисел.

А). 9 и 14; В). 8 и 20;

Б). 25 и 75; Г). 42 и 142.

12) Найдите $\text{НОД}(a, b)$, если $a = 2 \cdot 5^4 \cdot 7^3$, $b = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^3$.

13) Найдите $\text{НОК}(a, b)$, если $a = 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13$, $b = 5^2 \cdot 11 \cdot 13^2$.

14) Известно, что $a = 35b$, где $b \neq 1$, $b \in \mathbb{N}$. Найдите $\text{НОК}(a, b)$.

15) Известно, что $a = 25b$, где $b \neq 1$, $b \in \mathbb{N}$. Найдите $\text{НОД}(a, b)$.

16) Используя алгоритм Евклида, найдите НОД чисел:

а) 437 и 133; в) 1848 и 375;

б) 735 и 1050; г) 805 и 1265.