

БАНК ЗАДАНИЙ ПРАКТИКУМ (2 ПОЛУГОДИЕ)

АЛГЕБРА

8.3 (ЕН)

МОДУЛЬ: «Целые числа. Делимость. Степень с целым показателем»

Тема	Уровень	Задания из учебника	Дидактический материал	Дополнительные источники
<i>Множество натуральных и множество целых чисел</i>				
<p>8. Пересечение и объединение множеств 9. Взаимно однозначное соответствие. 10. Натуральные числа. Целые числа.</p>	Б		<p align="center">Подготовительный вариант</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задайте с помощью характеристического свойства объединения и пересечение множеств A и B, если $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbf{Z}\}$. 2. Даны два множества точек: $A = \{(x; y) \mid y \text{ — любое число, } -2 < y < 3\}$ и $B = \{(x; y) \mid y \text{ — любое число, } x < 2\}$. Изобразите эти множества в координатной плоскости и выделите штриховкой их пересечение. 3. Из 17 учащихся класса, посещающих секции футбола и баскетбола, 15 — футболисты и 10 — баскетболисты. Сколько учащихся посещают две секции сразу? 4. Докажите, что если $\frac{x}{y} \in \mathbf{Z}$, то $\frac{2x^2 + 3xy - 2y^2}{2xy - y^2} \in \mathbf{Z}$. 5. В координатной плоскости постройте пересечение двух множеств: множества всех точек M, для которых выполняется неравенство $AM \leq 4$, где $A(-1; 2)$, и множества точек, удовлетворяющих уравнению $2x - y = 1$. 6. Укажите какой-нибудь способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множествами $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbf{Z}\}$. 7. При каких целых значениях параметра a корень уравнения $2ab - 1 = 3b + 4$ является: а) целым числом; б) натуральным числом? 8. Пусть M — множество чисел, кратных числу 7, K — множество степеней числа 3. Являются ли эти множества замкнутыми относительно операции: а) сложения; б) умножения? Ответ обоснуйте. 	

			<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1. Задайте с помощью характеристического свойства объединения и пересечение множеств A и B, если $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 12n, n \in \mathbb{Z}\}$.</p> <p>2. Даны два множества точек: $A = \{(x; y) \mid y \text{ — любое число, } -2 \leq y < 0\}$ и $B = \{(x; y) \mid y \text{ — любое число, } x < 1\}$. Изобразите эти множества в координатной плоскости и выделите штриховкой их пересечение.</p> <p>3. Из 35 хозяйств деревни в 27 хозяйствах занимаются животноводством и в 33 — растениеводством. Сколько хозяйств в деревне занимаются и тем, и другим видом сельскохозяйственной деятельности?</p> <p>4. Докажите, что если $\frac{x}{y} \in \mathbb{Z}$, то $\frac{2x^2 - 5xy + 2y^2}{2xy - y^2} \in \mathbb{Z}$.</p> <p>5. В координатной плоскости постройте пересечение двух множеств: множества всех точек M, для которых выполняется неравенство $AM \leq 2$, где $A(1; 2)$, и множества точек, удовлетворяющих уравнению $x - y = 1$.</p> <p>6. Укажите какой-нибудь способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множествами $A = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 12n, n \in \mathbb{Z}\}$.</p> <p>7. При каких целых значениях параметра a корень уравнения $3ab - ab = a - b + 1$ является: а) целым числом; б) натуральным числом?</p> <p>8. Пусть M — множество чисел, кратных числу 2, K — множество степеней числа 5. Является ли замкнутым множество: а) M относительно умножения; б) K относительно сложения? Ответ обоснуйте.</p>	
	П	№220, №225, №236		
	В			
<p>11. Свойства делимости. 12. Делимость суммы и произведения.</p>	Б		<p style="text-align: center;">Подготовительный вариант</p> <p>1. Из выражений $7n^3 - 28n^2$, $7n + 21$, $14n + 2$, $2n + 7$, $7n - 6$ выпишите те, которые: а) делятся на 7 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$; б) не делятся на 7 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$; в) делятся на 7 при некоторых значениях $n \in \mathbb{Z}$ (при каких?).</p> <p>2. Докажите, что: а) $8^7 - 4^9$ делится на 7; б) $9^7 + 27^4$ делится на 30; в) $2^{25} + 4^{13} - 8^7$ делится на 188.</p>	

3. Докажите, что:
 а) $8^7 - 1$ кратно 7; б) $8^7 + 1$ кратно 3.
4. Найдите все целочисленные решения уравнения:
 а) $xy = 7$; б) $xy - x = 2y + 5$.
5. Докажите, что дробь $\frac{7^{4n} - 1}{10}$ сократима.
6. Докажите, что при любом значении $n \in \mathbf{Z}$ значение выражения:
 а) $3n^2 + n - 4$ кратно 2; б) $2n^3 + 7n + 3$ кратно 3.
7. Докажите, что на графике уравнения $15x - 5y = 104$ не найдется ни одной точки с целочисленными координатами.
8. Докажите, что если 3 является делителем выражения $a + b$, то 9 — делитель выражения $a^3 + b^3$.
9. Докажите, что значение выражения $7^{333} + 3^{777}$ — число, оканчивающееся на нуль.

Вариант 2

1. Из выражений $5n + 3$, $5n^2 - 35n$, $3n + 25$, $10n + 65$, $9n^2 - 15n$ выпишите те, которые:
 а) делятся на 5 при любом значении $n \in \mathbf{Z}$;
 б) не делятся на 5 при любом значении $n \in \mathbf{Z}$;
 в) делятся на 5 при некоторых значениях $n \in \mathbf{Z}$ (при каких?).
2. Докажите, что:
 а) $4^7 - 8^3$ делится на 31;
 б) $9^9 + 27^5$ делится на 84;
 в) $2^{23} - 4^{11} + 8^7$ делится на 48.
3. Докажите, что:
 а) $7^5 - 1$ кратно 6; б) $7^5 + 1$ кратно 4.
4. Найдите все целочисленные решения уравнения:
 а) $xy = 5$; б) $xy = x + 5y$.
5. Докажите, что дробь $\frac{7^{53} - 2^{25}}{10}$ сократима.
6. Докажите, что при любом значении $n \in \mathbf{Z}$ значение выражения:
 а) $5n^2 + 3n - 12$ кратно 2; б) $5n^3 + n - 15$ кратно 3.
7. Докажите, что на графике уравнения $21x + 7y = 24$ не найдется ни одной точки с целочисленными координатами.
8. Докажите, что для любых значений $m \in \mathbf{Z}$ и $n \in \mathbf{Z}$ значение выражения $(m + n)mn$ делится на 2.

П

№245

В

13. Деление с остатком.
 14. Признаки делимости.
 15. Простые и составные числа

Б

343; №344; №345; №348; №349

Подготовительный вариант

1. Среди пар чисел 166 и 116, 157 и -20 , -257 и -387 найдите те, которые при делении на 3 дают равные остатки (сравнимы по модулю 3).
2. Какую цифру нужно поставить вместо звездочки в числе 817*, чтобы оно делилось:
 а) на 2; в) на 5; д) на 4;
 б) на 3; г) на 9; е) на 11?
3. Одно из целых чисел при делении на 5 дает остаток 4, а другое — остаток 3. Чему равен остаток при делении произведения этих чисел на 5?
4. Известно, что разность $136 - a$ делится на 7. Какой остаток при делении на 7 дает число a ?
5. Используя алгоритм Евклида, найдите НОД чисел:
 а) 2784 и 7008; б) 5964 и 8148.
6. Известно, что при делении на 11 число a дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 11 значения выражения $2a^2 + 3a + 4$?
7. Известно, что число a при делении на 5 дает остаток 2, а при делении на 3 — остаток 1. Какой остаток получится при делении этого числа на 15?
8. Требуется разложить 1650 конфет в пакеты поровну так, чтобы в каждом пакете было не менее 20 конфет. Укажите все возможные способы.
9. Отцу 50 лет, произведение числа лет трех его сыновей — 4199. Сколько лет каждому сыну?

Вариант 3

1. Среди пар чисел 253 и 356, 842 и -42 , -117 и -352 найдите те, которые при делении на 5 дают равные остатки (сравнимы по модулю 5).
2. Какую цифру нужно поставить вместо звездочки в числе 987*, чтобы оно делилось:
 а) на 2; в) на 5; д) на 4;
 б) на 3; г) на 9; е) на 11?
3. Одно из целых чисел при делении на 7 дает остаток 6, а другое — остаток 5. Чему равен остаток при делении произведения этих чисел на 7?
4. Известно, что разность $817 - a$ делится на 11. Какой остаток при делении на 11 дает число a ?
5. Используя алгоритм Евклида, найдите НОД чисел 1632 и 1190.
6. Известно, что при делении на 23 число a дает остаток 21. Какой остаток получится при делении на 23 значения выражения $a^2 - 2a + 6$?
7. Известно, что число a при делении на 13 дает остаток 3, а при делении на 3 — остаток 1. Какой остаток получится при делении этого числа на 39?
8. Сколько делителей имеет число 2450?

П

№268; №346; №353

В

Степень с целым показателем

<p>43. Определение степени с целым отрицательным показателем. 44. Свойства степени с целым показателем.</p>	<p>Б</p>	<p>№№1129; 1130; 1131</p>	<p style="text-align: center;">Подготовительный вариант</p> <p>1. Вычислите: а) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot (-5)^0$; в) $(5^{-2} + 3^{-3}) \cdot (1 - (-3)^0)$; б) $\frac{7^{-6} \cdot 49^{-4}}{(-7)^{-13}}$; г) $\left(\left(\dots\left(\left((-1)^n\right)^{n-1}\right)^{n-2}\dots\right)^{1-n}\right)^{-n}$, где $n \in \mathbf{Z}$.</p> <p>2. Упростите выражение: а) $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot (a^3)^{-3}}{(a^{-1})^{-2} \cdot (a^2)^{-4}}$; б) $\frac{9^{n+1} - 9^n}{8^{n+1}} : \left(\frac{4^n}{6^{2n}}\right)^{-1}$.</p> <p>3. Вынесите за скобку степень с наименьшим показателем: а) $a^2 - 2a^3$; б) $a^2 - 2a^{-3}$; в) $a^2 - 2a^{-3}$.</p> <p>4. Представьте в стандартном виде число $a = 0,00051 \cdot 10^7$ и найдите порядок числа: а) $a \cdot 10^{13}$; б) $0,0001 \cdot a$; в) $0,01 \cdot a^2$.</p> <p>5. Плотность воздуха при $T = 0$ °С равна $1,29 \cdot 10^{-3}$ г/см³. Найдите: а) массу воздуха в пустой литровой коробке для сока; б) объем емкости с массой воздуха 2,58 кг.</p> <p>6. Упростите выражение: а) $(y^{-1} - (x + y)^{-1}) \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$; б) $\left(\left(\frac{x}{a-x}\right)^{-2} - \frac{a}{x} \left(\frac{x}{a-2x}\right)^{-1}\right)^{-5}$.</p> <p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1. Вычислите: а) $\left(-\frac{1}{2^{-1}}\right)^{-3} \cdot (-2)^0$; в) $\left(\left(2\frac{3}{5}\right)^{-1} + \left(3\frac{2}{3}\right)^{-2}\right) \cdot ((-1,8)^0 + (-1)^{-1})$. б) $\frac{5^{-3} \cdot 25^2}{(-125)^{-2}}$;</p> <p>2. Упростите выражение: а) $\frac{(a^3)^{-3} \cdot (a^{-7})^{-2}}{(a^{-2})^{-4} \cdot (a^{-2})^3}$; б) $\left(-\frac{4a}{3b^{-3}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^{-2}}{8b^4}\right)^{-1}$.</p> <p>3. Вынесите за скобку степень с наименьшим показателем: а) $a^{-3} + 7a^5$; б) $a^{-3} + 7a^{-6}$; в) $a^3 + 7a^{-5}$.</p> <p>4. Представьте в стандартном виде число $a = 0,00073 \cdot 10^{15}$ и найдите порядок числа: а) $a \cdot 10^7$; б) $0,001 \cdot a$; в) $0,000001 \cdot a^2$.</p> <p>5. Плотность воздуха при $T = 0$ °С равна $1,29 \cdot 10^{-3}$ г/см³. Найдите массу воздуха в пустой классной комнате, если ее размеры 10, 18 и 3,5 м.</p> <p>6. Упростите выражение: а) $\frac{3^{n+1} - 3^n}{15^{n+1}} : \left(\frac{5^n}{3^{-n}}\right)^{-1}$; б) $\left(\frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-1}b^{-1}}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{a+b}\right)^{-1}$.</p>	
	<p>П</p>	<p>№№1129; 1130; 1131</p>		<p>https://math-oge.sdangia.ru/test?theme=73</p>
<p>45. Преобразование выражений, содержащих степени с целыми показателями.</p>	<p>Б</p>	<p>№1142; №1143; №1153; №1154; №1155</p> <p>№1170; №1171; №1172; 1173; №1174; №1176; №1180</p>		
<p>46. Стандартный вид числа.</p>	<p>П</p>	<p>№1177</p>		<p>https://math-oge.sdangia.ru/test?theme=73</p>