

8.3, 8.4.2 класс, Математика (учебник Макарычев)

2018-2019 уч.год

Тема модуля «Квадратный корень. Квадратные уравнения»

*В тесте проверяются теоретическая и практическая части.*

ТЕМА	Знать	Уметь
<p><b>§6 Действительные числа.</b>                      П.17. Рациональные числа.                      П.18. Действительные числа.                      П.19. Числовые промежутки.</p>	<p>Знать понятия рациональных, иррациональных и действительных чисел. Понимать связь между числовыми множествами. Знать основные виды числовых промежутков: отрезок, интервал, полуинтервал.</p>	<p>Уметь определять вид числа, отмечать его на числовой прямой. Уметь переходить от записи числового множества через неравенства к записи множества через числовые промежутки и наоборот.</p>
<p><b>§7 Арифметический квадратный корень. Функция <math>y=\sqrt{x}</math>.</b>                      П.21. Арифметический квадратный корень.                      П.22. Вычисление и оценка значений квадратных корней.                      П.23. Функция <math>y = \sqrt{x}</math> и ее график.</p>	<p>Знать определение квадратного корня и арифметического квадратного корня, а также следствие из определения арифметического квадратного корня – равенство <math>(\sqrt{a})^2 = a</math>. Знать, что выражение <math>\sqrt{a}</math> имеет смысл при любом неотрицательном значении <math>a</math>. Знать обозначение арифметического квадратного корня и пользоваться им, знать, что числа вида <math>\sqrt{a}</math>, где <math>a \geq 0</math> и <math>a</math> не является точным квадратом, являются иррациональными.</p>	<p>Уметь решать уравнения вида <math>x^2 = a</math>, где <math>a</math> – некоторое число, и записывать корни этого уравнения (при <math>a \geq 0</math>) с помощью знака радикала. Уметь вычислять арифметический квадратный корень из неотрицательного числа, являющегося квадратом какого-либо рационального числа. Уметь решать простейшие иррациональные уравнения вида <math>\sqrt{f(x)} = b</math>.</p>
<p><b>§8 Свойства арифметического квадратного корня.</b>                      П.24. Квадратный корень из произведения, дроби и степени.                      П.25. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.                      П.26. Преобразование двойных радикалов.</p>	<p>Знать формулировки и доказательства теорем о корне из произведения, дроби и степени. Уметь представлять корень из произведения нескольких неотрицательных чисел в виде произведения корней из этих чисел.</p>	<p>Уметь представлять выражения вида <math>\sqrt{\frac{a}{b}}</math>, где <math>a \geq 0</math>, <math>b &gt; 0</math>, в виде частного корней. Уметь представлять произведение корней в виде корня из произведения подкоренных выражений. Уметь представлять выражения вида <math>\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}</math>, где <math>a \geq 0</math>, <math>b &gt; 0</math>, в виде корня из частного подкоренных выражений. Уметь применять тождество <math>\sqrt{x^2} =  x </math>.</p>
<p><b>§9-§10 Квадратные уравнения.</b></p>	<p>Знать определение квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения; называть коэф-</p>	<p>Уметь:                      - решать квадратные уравнения и использовать их при решении текстовых задач;                      применять теорему Виета;</p>

	фициенты квадратного уравнения; формулы корней квадратного уравнения; теорему Виета; разложение на множители квадратного трехчлена; решение текстовых задач составлением квадратных уравнений.	<b>раскладывать квадратный трехчлен на множители.</b>
--	--	---

### *Примерные практические задания*

<p><b>§6 Действительные числа.</b>          П.17. Рациональные числа.          П.18. Действительные числа.          П.19. Числовые промежутки.</p>	<p>1.          Изобразите на числовой прямой множество:          а) <math>[-5; 2]</math>;      в) <math>(-\infty; 2]</math>;          б) <math>(-5; 2]</math>;      г) <math>(-5; +\infty)</math>.          Опишите это множество с помощью знаков <math>&lt;</math>, <math>\leq</math>, <math>&gt;</math>, <math>\geq</math>.</p> <p>2.          Изобразите на числовой прямой множество:          а) <math>[-2; 5]</math>;      в) <math>(-\infty; 5]</math>;          б) <math>(-2; 5]</math>;      г) <math>(-2; +\infty)</math>.          Опишите это множество с помощью знаков <math>&lt;</math>, <math>\leq</math>, <math>&gt;</math>, <math>\geq</math>.</p> <p>3.          Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:          а) <math>(-5; 2]</math>;      в) <math>(-\infty; 2]</math>;          б) <math>[-5; 2]</math>;      г) <math>(-5; +\infty)</math>.</p> <p>4.          Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:          а) <math>(-2; 5]</math>;      в) <math>(-\infty; 5]</math>;          б) <math>[-2; 5]</math>;      г) <math>(-2; +\infty)</math>.</p> <p>5.          Изобразите на числовой прямой и запишите в виде числового промежутка, если это возможно, множество:          а) <math>(-\infty; 13] \cap [-1; 1]</math>;      в) <math>(-\infty; -1] \cap (-1; +\infty)</math>.          б) <math>(-\infty; 11] \cap (-1; +\infty)</math>;</p> <p>6.          Изобразите на числовой прямой и запишите в виде числового промежутка, если это возможно, множество:          а) <math>(-\infty; 3] \cap [-3; 2]</math>;      в) <math>(-\infty; -3] \cap (-3; +\infty)</math>.          б) <math>(-\infty; 3] \cap (-2; +\infty)</math>;</p> <p>7.          Изобразите на числовой прямой и запишите в виде числового промежутка, если это возможно, множество:          а) <math>(-\infty; 1) \cup [0; +\infty)</math>;      в) <math>(-\infty; 0) \cup [1; +\infty)</math>.          б) <math>(-\infty; 1) \cup [1; +\infty)</math>;</p> <p>8.          Изобразите на числовой прямой и запишите в виде числового промежутка, если это возможно, множество:          а) <math>(-\infty; 3) \cup [-2; +\infty)</math>;      в) <math>(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)</math>.          б) <math>(-\infty; 3) \cup [3; +\infty)</math>;</p>
--	---

<p><b>§7 Арифметический квадратный корень. Функция <math>y=\sqrt{x}</math>.</b></p> <p>П.21. Арифметический квадратный корень.</p> <p>П.22. Вычисление и оценка значений квадратных корней.</p>	<p>Вычислите:</p> <p>а) <math>\sqrt{250000}</math>; б) <math>\frac{1}{3}\sqrt{3600}</math>; в) <math>2\sqrt{0,64}</math>; г) <math>\sqrt{0,16}</math>.</p> <p>д) <math>\sqrt{1\frac{7}{9}}</math></p>
<p><b>§8 Свойства арифметического квадратного корня.</b></p> <p>П.24. Квадратный корень из произведения, дроби и степени.</p> <p>П.25. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.</p> <p>П.26. Преобразование двойных радикалов.</p>	<p>1) Применяя свойства арифметического корня, вычислите а) <math>\sqrt{0,49 \cdot 0,16}</math>; б) <math>\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}}</math></p> <p>2) Даны числа: А). <math>\sqrt{36}</math>,  Б). <math>\sqrt{37}</math>, В). <math>\sqrt{0,9}</math>, Г). <math>\sqrt{0,09}</math>.  Какие из них являются иррациональными?</p> <p>3) Рациональным или иррациональным является число:  а) <math>\sqrt{0,49}</math>; б) <math>\sqrt{21}</math>; в) <math>\sqrt{7^2 + 1}</math></p> <p>4) Между какими двумя соседними натуральными числами заключено число:  а) <math>\sqrt{10}</math>; б) <math>\sqrt{110}</math>; в) <math>\sqrt{22}</math></p> <p>5) Какие целые числа заключены между числами <math>\sqrt{17}</math> и <math>\sqrt{51}</math>.  1). 17, ..., 51      2). 3, 4, 5, 6, 7  3). 4, 5, 6, 7      4). 3, 4, 5, 6, 7</p> <p>6) Решите уравнение <math>\frac{1}{2}a^2 = 8</math>.</p> <p>7) Решите уравнение:  а) <math>x^2=4</math>; б) <math>x^2=17</math>; в) <math>(3x - 7)^2 = 121</math>;  г) <math>x^2 + 9=0</math></p> <p>8) Решите уравнение <math>0,3x^2 - 1,5 = 0</math>.</p> <p>9) Найдите значение <math>x</math>, при котором <math>5\sqrt{x} - 7 = 0</math>.</p> <p>10) Найдите <math>a</math>, если:  а) <math>\sqrt{a}=25</math>; б) <math>\sqrt{a}=0,4</math>; в) <math>\sqrt{a+2}=5</math></p> <p>11) Найдите значение выражения для заданных значений переменных при <math>x=16</math>, <math>y=9</math>:  а) <math>\sqrt{x} + \sqrt{y}</math>; б) <math>\frac{1}{2}\sqrt{xy}</math>; в) <math>4\sqrt{y}</math></p> <p>12) Вычислите:  а) <math>\sqrt{25 \cdot 9}</math>; б) <math>\sqrt{36 \cdot 0,09}</math>; в) <math>\sqrt{\frac{169}{25}}</math>;</p>

	<p>г) <math>\sqrt{0,81 \cdot \frac{4}{25}}</math>; д) <math>\sqrt{2^8}</math>; е) <math>\sqrt{5^4}</math>; ж) <math>\sqrt{2^8 \cdot 5^6}</math></p> <p>13) Упростите выражение <math>\sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}</math>.</p> <p>14) Упростите выражение:  а) <math>2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}</math>; б) <math>3\sqrt{5} - 5\sqrt{5}</math>;  в) <math>2\sqrt{7} + 13\sqrt{7} - 10\sqrt{7}</math></p> <p>15) Выполните действия:  а) <math>(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)</math>; б) <math>(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)</math>;  в) <math>(\sqrt{3} - 2)^2</math></p> <p>16) Вычислите:  а) <math>\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{12}</math>; б) <math>\frac{2\sqrt{5}-1}{2} - \frac{3\sqrt{5}-4}{3}</math></p> <p>17) Найдите значение выражения:  а) <math>x^2 - 2x</math> при <math>x=1, x=\sqrt{3}, x=1+\sqrt{3}</math></p> <p>18) Из формулы <math>h = \frac{gt^2}{2}</math> выразите <math>t</math>.</p> <p>19) Из формулы <math>a = \sqrt{\frac{v}{h}}</math> выразите <math>h</math>.</p> <p>20) Вынесите множитель из – под знака корня: <math>0,3\sqrt{72}</math>.</p> <p>21) Упростите выражение <math>(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + \sqrt{72}</math>.</p> <p>22) Упростите выражение <math>(7\sqrt{2} - 6)(7\sqrt{2} + 6) + 6</math>.</p> <p>23) Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби <math>\frac{15}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}</math>.</p> <p>24) Найдите наибольшее среди данных чисел.  1). <math>\frac{1}{3}\sqrt{39}</math>      2). <math>6\sqrt{\frac{1}{3}}</math>  3). <math>2\sqrt{3,5}</math>      4). <math>\frac{1}{2}\sqrt{52}</math></p>
<p>П.23. Функция <math>y = \sqrt{x}</math> и ее график.</p>	<p>Какая из точек принадлежит графику зависимости <math>y = \sqrt{x}</math>.</p> <p>1). <math>(-9; 3)</math>      2). <math>(9; -3)</math>  3). <math>(0,3; 0,09)</math>      4). <math>(0,36; 0,6)</math></p>
<p><b>§9-§10 Квадратные уравнения</b></p>	<p>1. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам и преобразуйте так, чтобы его коэффициенты стали целыми числами:</p>

	<p>а) <math>a=-1, b=-3, c=0</math>; б) <math>a=3, b=-4, c=0</math>.</p> <p>2. Приведите уравнение к виду <math>ax^2 + bx + c=0</math>:</p> <p>а) <math>(2x-1)(x-3)=0</math>;</p> <p>б) <math>2x^2-3x=5x-1</math>;</p> <p>в) <math>(x-2)(x+2)=3</math></p>
Решение квадратных уравнений по формуле корней.	<p>1. Решите уравнение:</p> <p>а) <math>x^2 + 6x + 9 = 0</math>;</p> <p>б) <math>25y^2 + 10x + 1 = 0</math>;</p> <p>в) <math>x^2 - 4x + 4 = 0</math>;</p> <p>г) <math>16y^2 - 8y + 1 = 0</math>;</p> <p>д) <math>x^2 - 8x + 16 = 0</math></p> <p>2. Вычислите дискриминант квадратного уравнения. Убедитесь, что оно имеет два корня, и вычислите их:</p> <p>а) <math>y^2 - y - 30 = 0</math>;</p> <p>б) <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math>;</p> <p>в) <math>3t^2 - 5t - 2 = 0</math></p> <p>3. Приведите уравнение к виду <math>ax^2 + bx + c=0</math> и решите его:</p> <p>а) <math>(x-2)(x+3)=24</math>;</p> <p>б) <math>(2y-1)^2 - 4y = 13</math>;</p> <p>в) <math>x(x-1) - 3(x+2) = -10</math></p>
Вторая формула квадратного уравнения	<p>1. Решите уравнение:</p> <p>а) <math>x^2 - 18x + 77 = 0</math>;</p> <p>б) <math>3x^2 - 16x + 21 = 0</math>;</p> <p>в) <math>x^2 - 22x + 72 = 0</math>;</p> <p>г) <math>5x^2 - 18x + 16 = 0</math></p>
Неполные квадратные уравнения	<p>1. Решите неполное квадратное уравнение:</p> <p>а) <math>x^2 + 3x = 0</math> ;</p> <p>б) <math>3y^2 + y = 0</math> ;</p> <p>в) <math>x^2 - 49 = 0</math>;</p> <p>г) <math>y^2 - 121 = 0</math></p>
Теорема Виета	<p>1. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения двумя способами: решив уравнение и по теореме Виета. Сравните результаты:</p>

а)  $x^2 - 2x - 24 = 0$  ;

б)  $3y^2 + 7y - 10 = 0$  ;

в)  $9x^2 - 16 = 0$ ;

г)  $9y^2 - 16 = 0$

2. По теореме Виета найдите второй корень уравнения, зная первый:

а)  $x^2 - 17x + 30 = 0$ ,  $x_1 = 2$ ;

б)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ,  $x_1 = 3$

3. По теореме Виета подберите корни уравнения:

а)  $x^2 - 11x + 28 = 0$ ;

б)  $x^2 + 11x + 28 = 0$ ;

в)  $x^2 + 12x + 27 = 0$ ;

г)  $x^2 + 6x - 27 = 0$

4. Составьте квадратное уравнение по его корням, равным:

а) 1 и -5;

б) 2 и 7;

в)  $\sqrt{3}$  и  $-\sqrt{3}$ ;

г) -13 и 1

5. Написать квадратное уравнение, если  $x_1$ ,  $x_2$  – его корни и известно, что:

1)  $x_1x_2 = 10$  ;  $x_1 + x_2 = 7$

2)  $x_1x_2 = 0$  ;  $x_1 + x_2 = 8$

3)  $x_1x_2 = 9$  ;  $x_1 + x_2 = 6$

4)  $x_1x_2 = -9$  ;  $x_1 + x_2 = 0$

Разложение квадратного трехчлена на множители

1. Проверьте, что число 1 является корнем трехчлена:

а)  $7x^2 - 6x + 1$ ;

б)  $-x^2 + 5x - 4$ ;

в)  $\frac{1}{2}x^2 - 7x + 6,5$

2. Разложите, если это возможно, квадратный трехчлен на множители:

а)  $x^2 - 5x - 6$ ;

б)  $2y^2 - y + 1$ ;

в)  $x^2 + 2x - 48$

3. Сократите дробь:

а)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4}$ ; б)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x - 4}$ ; в)  $\frac{y^2 - 2y + 1}{2 - y - y^2}$

4. Решить уравнения

1)  $\frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$     2)  $\frac{2x - 1}{x + 7} = \frac{3x + 4}{x - 1}$

3)  $\frac{x + 7}{x} = \frac{x - 1}{x + 2} + 1$     4)  $\frac{3x + 1}{x + 2} - \frac{x - 1}{x - 2} = 1$