

8.3, 8.4.2 класс, Математика (учебник Макарычев)

2018-2019 уч.год

Тема модуля «Целые числа. Делимость чисел. Степень с целым показателем»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Знать	Уметь
Глава 2.: «Целые числа. Делимость чисел.»		
<p>§ 4 Множество натуральных и множество целых чисел.</p> <p>П.8. Пересечение и объединение множеств.</p> <p>П.10. Натуральные числа. Целые числа.</p>	<p>Знать определение пересечения и объединения двух множеств, уметь доказывать формулу для вычисления числа элементов объединения двух множеств по числу элементов каждого из них и числу элементов пересечения этих множеств.</p>	<p>Уметь находить пересечение и объединение двух множеств, заданных перечислением.</p>
<p>§5 Делимость чисел.</p> <p>П.11. Свойства делимости.</p> <p>П.12. Делимость суммы и произведения.</p> <p>П.13 Деление с остатком</p> <p>П.14. Признаки делимости.</p> <p>П.15. Простые и составные числа.</p>	<p>Знать определение делимости целого числа a на целое и отличное от нуля число b, свойства делимости, уметь доказывать эти свойства, используя определение делимости.</p>	<p>Уметь применять термины «a делится на b», «a кратно b», «b – делитель a», уметь применять свойства делимости для решения задач</p>
Глава 6.: «Степень с целым показателем» .		
<p>§ 14 Степень с целым показателем и ее свойства.</p> <p>П.43. Определение степени с целым показателем.</p> <p>П.44. Свойства степени с целым показателем.</p>	<p>Знать определение степени с целым отрицательным показателем. Знать, что при $a > 0$ значение выражения a^n положительно при любом целом n; при $a < 0$ значение выражения a^n положительно при четном n и отрицательно при нечетном значении n (упражнение № 1109).</p>	<p>Уметь представлять степень с целым отрицательным показателем в виде дроби и, наоборот, уметь представлять дробь в виде выражения, содержащего степень с целым отрицательным показателем.</p>
<p>§ 15 Выражения, содержащие степени с целым показателями.</p> <p>П.45. Преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями.</p> <p>П.46. Стандартный вид числа.</p>	<p>Знать, что рациональным выражением называется выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в целую степень.</p>	<p>Уметь преобразовывать выражения, содержащие степени с целыми показателями, используя определение и свойства степени с целым показателем</p>

«Целые числа. Делимость чисел.»

Примерные практические задания

1) Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

$B \cap A$	Разность множеств A и B
$B \subset A$	Объединение множеств A и B
$B \cup A$	Разность множеств B и A
$A \subset B$	Пересечение множеств A и B
$A \setminus B$	Множество A является подмножеством множества B
$B \setminus A$	Множество B является подмножеством множества A

2) Найдите пересечение множеств C и D, если

$$C = \{3,4,8,10,17,19\}, \quad D = \{5,8,10,18,19,21\}.$$

3) Найдите объединение множеств A и B, если:

$$A = \{2,6,7,9,13,17\}, \quad B = \{6,9,12,13,15,20\}.$$

4) Найдите разность $C \setminus D$ двух множеств C и D,

$$\text{если } C = \{4,6,8,12,16,18\}, \quad D = \{6,8,10,14,16,20\}.$$

5) Из 35 хозяйств деревни в 27 хозяйствах занимаются животноводством и в 33 – растениеводством. Сколько хозяйств в деревне занимаются и тем, и другим видом сельскохозяйственной деятельности?

6) Выбрать верные утверждения:

А) Если в сумме целых чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма делится на это число.

Б) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое не делится на n , то произведение делится на mn .

В) Если в сумме целых чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то сумма делится на это число.

Г) Если в сумме целых чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма не делится на это число.

Д) Если в сумме целых чисел одно слагаемое делится на некоторое число, то сумма делится на это число.

Е) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение делится на mn .

7) Выбрать верные утверждения:

А) Если в произведении целых чисел оба множителя делятся на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Б) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение не делится на mn .

В) Если в разности целых чисел уменьшаемое и вычитаемое делится на некоторое число, то разность делится на это число.

Г) Если в произведении целых чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Д) Если в произведении двух целых чисел один из множителей делится на m , а другое на n , то произведение делится на mn .

Е) Если в разности целых чисел уменьшаемое делится на некоторое число, то разность делится на это число.

8) Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

- | | |
|-----------------------|--|
| 1. Число делится на 2 | 1. тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5. |
| 2. Число делится на 5 | 2. тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9. |
| 3. Число делится на 4 | 3. тогда и только тогда, когда оно оканчивается на четное число. |
| 4. Число делится на 9 | 4. тогда и только тогда, когда число, выраженное его двумя последними цифрами, делится на 4. |

2) Укажите соответствие для всех вариантов ответа:

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Число делится на 10 | 1. тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3. |
|------------------------|---|

2. Число делится на 25 2. тогда и только тогда,
когда оно оканчивается
цифрой 0 .
3. Число делится на 3 3. тогда и только тогда,
когда разность между
суммой цифр, стоящих на
четных местах, и суммой
цифр, стоящих на
нечетных местах, делится
на 11.
4. Число делится на 11 4. тогда и только тогда,
когда число, выраженное
его двумя последними
цифрами, делится на 25.

9) Какую цифру нужно поставить вместо *, чтобы число $31*21$ делилось на 9?

10) Какое из данных чисел делится на 12?

А) 100 015

В). 4 224

Б) 8 007

Г). 1 002 236

11) **Вместо звездочек поставьте цифры так, чтобы число**

1) $261*6$ делилось на 4

2) $2314*$ делилось на 6

3) $24*139$ делилось на 11

Найдите все значения $n \in \mathbb{N}$, при которых значение функции $f(n)$ является:

12)

1) целым числом, 2) натуральным числом, если

$$f(n) = \frac{n^3 - 2n^2 + 3n + 5}{n - 1}$$

13)

Из выражений

$3n - 12n^2$; $3n + 1$; $15n + 12$; $2n + 21$; $9n^2 - 2n$
выпишите те, которые:

1) делятся на 3 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$;

2) не делятся на 3 при любом значении $n \in \mathbb{Z}$;

3) делятся на 3 при некоторых (при каких?) значениях $n \in \mathbb{Z}$.

14) **Докажите, что**

1) $3^{19} - 27^6 + 9^8$ делится на 57

2) $13^{13} - 1$ кратно 3

15) Из данных чисел 256284, 119637, 8631164, 300600 делятся на 4 и на 9

16) Из данных чисел 256284, 119637, 8631164, 300600 делятся на 4 или на 9

В числе а3609а замените букву а, если возможно, цифрой так, чтобы полученное делилось на 11, на 9, на 4

17) Укажите пару взаимно простых чисел.

А). 9 и 14; В). 8 и 20;

Б). 25 и 75; Г). 42 и 142.

18) Найдите НОД(a, b), если $a = 2 \cdot 5^4 \cdot 7^3$, $b = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^3$.

19) Найдите НОК(a, b), если $a = 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13$, $b = 5^2 \cdot 11 \cdot 13^2$.

20) Известно, что $a = 35b$, где $b \neq 1$, $b \in \mathbb{N}$. Найдите НОК(a, b).

21) Известно, что $a = 25b$, где $b \neq 1$, $b \in \mathbb{N}$. Найдите НОД(a, b).

22) Используя алгоритм Евклида, найдите НОД чисел:

а) 437 и 133; в) 1848 и 375;

б) 735 и 1050; г) 805 и 1265.

«Степень с целым показателем.»

Примерные практические задания

№	Элементы содержания задания						
Степень с целым показателем							
1.	<p>Для каждого выражения из верхней строки укажите тождественно равное ему выражение из нижней строки.</p> <p>А) $a^{-8} \cdot a^2$ Б) $\frac{a^{-8}}{a^2}$ В) $(a^{-8})^2$</p> <p>1) a^{-16} 2) a^{-10} 3) a^{-6} 4) a^{-4}</p> <p>Ответ:</p> <table border="1"><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Б	В			
А	Б	В					
2.	<p>Для каждого выражения из верхней строки укажите тождественно равное ему выражение из нижней строки.</p> <p>А) $\frac{b^{-6}}{b^{-2}}$ Б) $(b^{-6})^{-2}$ В) $b^{-6} \cdot b^{-2}$</p> <p>1) b^{12} 2) b^3 3) b^{-4} 4) b^{-8}</p> <p>Ответ:</p> <table border="1"><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Б	В			
А	Б	В					
3.	<p>Упростите выражение:</p> <p>а) $8a^{-6}b^8 \cdot 2,5a^7b^{-7}$; в) $\left(\frac{1}{2}a^{-1}b^{-2}\right)^{-3} : (4a^2b^{-1})$;</p> <p>б) $3^7x^9y^{-6} \cdot 9^{-3}x^{-7}y^6$; г) $\left(\frac{2}{3}a^{-2}b^4\right)^{-2} : \left(2\frac{1}{4}a^{-1}b^3\right)^2$.</p>						
4.	Вычислить $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-2}$						
5.	Вычислить $(-0,3)^{-3}$						
6.	Представьте выражение $343:7^{-4}$ в виде степени с основанием 7.						
7.	Вычислите: а) $2^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $25^{-4} \cdot 5^{-7}$; в) $(-3)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.						
8.	Вычислите: $-\frac{16^{-2} \cdot (-10)^{-3}}{128^{-4} \cdot 32^4}$. 1) -0,001 2) 0,001 3) 256000 4) -256000						
9.	Найдите значение выражения:						

	<p>а) $(-2,5)^{-2} + \left(-\frac{2}{5}\right)^3$;</p> <p>б) $\frac{5^{-3} \cdot 25^2}{5^{-1}}$;</p> <p>в) $\left(3\frac{17}{19}\right)^3 \cdot \left(\frac{74}{19}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{17}{19}\right)^0$.</p>
10.	Запишите $\frac{b^{-5}}{b^{-7} \cdot b^2}$ в виде степени с основанием b .
11.	Упростите выражение $\left(\frac{3}{4}a^{-3}b^{-2}\right)^2$
12.	Упростить выражение $(4a^{-2}b^{-4}) \cdot (5a^3b)$
13.	Упростите выражение а) $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot a^{-8}}{a^{-3}}$; б) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} \cdot a^5b^{-8}$.
14.	Упростите выражение: а) $(a^2)^{-4} \cdot (a^{-3})^{-3} : a^{-2}$; б) $\left(-\frac{3}{4}a^{-3}b^2\right)^{-3} \cdot \frac{b^4}{(-2)^2a^6}$.
15.	Найдите значение выражения $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$ при $x = 5$.
16.	Найдите значение выражения: $x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1}$ при $x=25$.
17.	Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$
18.	Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.
19.	Сократите дробь $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.
20.	Найдите значение выражения $\frac{6^{-3} \cdot 216^2}{36^{-1}}$
21.	Упростите выражение $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot (a^3)^{-3}}{(a^{-1})^{-2} : (a^2)^{-4}}$
22.	Вычислите $\frac{35^{-17}}{5^{-19} \cdot 7^{-16}}$
23.	Преобразуйте в дробь выражение: а) $(3a^{-2}b^3)^{-1} \cdot 9a^{-2}b$; б) $ab^{-1} - ba^{-1}$.

3.	Докажите тождество $\frac{(ab^{-1} + a^{-1}b + 1) \cdot (a^{-1} - b^{-1})^2}{a^2b^{-2} + a^{-2}b^2 - (ab^{-1} + a^{-1}b)} = \frac{a - b}{ab(a + b)}$.
4.	<p>Упростите выражение</p> <p>1.15. 1) $\frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}}$; 2) $\frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}}$.</p> <p>1.16. 1) $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$; 2) $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}}$.</p>
5.	<p>При каком значении переменной x верно равенство</p> $\frac{4^{2x-1} \cdot 3^{3x}}{12^{3x}} = 1?$
6.	<p>Найдите все значения переменной, при которых выражение $\left(\frac{n^3 - 64}{n^3 - 8n^2 + 16n} + 4(n - 4)^{-1}\right) \cdot (n + 4)^{-2}$ принимает значение $5^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$.</p>