

8.2(ТЗ) класс

Математика (учебник Макарычев)

2018-2019 уч. год

Тема модуля «Неравенства. Степень с целым показателем»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

Часть 1 «Неравенства»

ТЕМА	Знать	Уметь
<p>§ 12 Числовые неравенства и неравенства с переменными.</p> <p>П.36. Сравнение чисел. П.37.Свойства числовых неравенств. П.38. Оценка значений выражений. П.39. Доказательство неравенств.</p>	<p>Знать определение того, что $a > b$, $a < b$, $a = b$, геометрическую интерпретацию понятий «меньше», «больше», свойства числовых неравенств, методы и приемы доказательств числовых и буквенных неравенств.</p>	<p>Уметь сравнивать два числа, зная их разность, применять свойства неравенств для сравнения чисел и выражений, оценивать значения выражений по первоначальным условиям для переменной, доказывать неравенства.</p>
<p>§ 13 Решение неравенств с одной переменной и их систем.</p> <p>П.40. Решение неравенств с одной переменной. П.41. Решение систем неравенств с одной переменной. П.42. Решение простейших</p>	<p>Знать определение решения неравенства, определение равносильных неравенств, правила перехода от одного неравенства к другому, ему равносильному, определение области определения (области допустимых значений) неравенства.</p>	<p>Уметь решать линейные неравенства с одной переменной, системы неравенств, двойные неравенства, показывать множество решений неравенства на координатной прямой.</p>

Примерные практические задания:

1. Если $a + 9 \geq b + 9$, то:

- 1) $a \leq b$ 2) $a < b$ 3) $a \geq b$ 4) $a > b$

2. Если $a < b$, то:

- 1). $-3a < -3b$ и $6a < 6b$
2). $-3a < -3b$ и $6a > 6b$
3). $-3a > -3b$ и $6a < 6b$
4). $-3a > -3b$ и $6a > 6b$

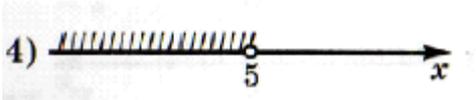
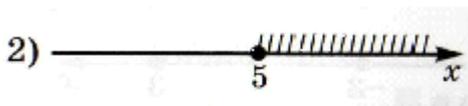
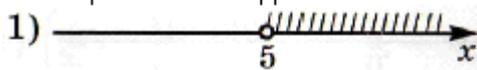
3. Если $7 < x < 12$ и $11 < y < 13$, то:

- 1). $4 < y - x < 1$ 2). $1 < y - x < 4$ 3). $6 < y - x < 1$

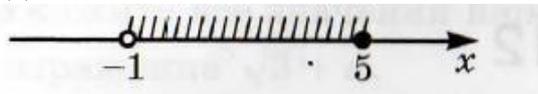
4. $1 < y - x < 6$ 4. Если $x < 7 < y$, то верно неравенство:

- 1). $x - 7 > 0$ 2). $x - y > 0$
3). $7 - y < 0$ 4). $7 - x < 0$

5. Неравенству $x > 5$ соответствует геометрическая модель:



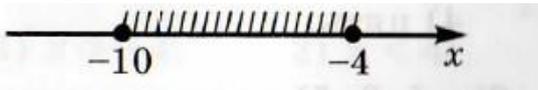
6. Геометрической модели



Соответствует неравенство:

- 1). $-1 < x < 5$ 2). $-1 \leq x \leq 5$
3). $-1 < x \leq 5$ 4). $-1 \leq x < 5$

7. Геометрической модели



Соответствует промежуток:

- 1). $(-10; -4)$ 2). $[-10; -4]$ 3). $(-10; -4]$ 4). $[-10; -4)$

8. Наименьшим целым числом промежутка $[-8, 9; +\infty)$ является число.

9.

Укажите все дроби вида $\frac{a}{24}$, где $a \in \mathbb{N}$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$.

10.

Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:

а) $(-1,01; 2,01)$; б) $(-\sqrt{17}; \sqrt{17})$; в) $(-3\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$.

11. Объединением промежутков $(-\infty; 5)$ и $(-6; 7]$ является множество.

12.

Найдите пересечение и объединение промежутков:

а) $[-0,1; 4]$ и $[-0,2; 6]$; б) $(-3,3; +\infty)$ и $(-\infty; 6,4)$.

13. Решите неравенство:

1). $-5x < 18$

2). $-4 \geq \frac{x}{3}$

3). $8x - 5 > 2x + 5$

4). $5 - x > -x - 1$

5). $2 - 3x \geq 5 - 3x$

6). $-10 < 3x - 4 < 2$

7). $2(3x - 7) - 5x \leq 3x - 11$

14. При каких значениях аргумента функция $y=1,5x+2$ принимает:

1) Положительные значения?

2) Отрицательные значения?

3) Значения, не больше -3 ($y \leq -3$)

15. Укажите все значения переменной, при которых имеет смысл выражение $\sqrt{5-4b}$.

16.

Длина стороны прямоугольника 3 м. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 5 м. (Множество значений длины запишите в виде промежутка).

17. Дан прямоугольник со сторонами x см и y см. Известно, что $1,2 < x < 1,3$ и $4 < y < 5$.

А) Оцените периметр прямоугольника.

Б) Оцените площадь прямоугольника.

18. Зная, что $a < b$, сравните значения выражений:

А) $-2a$ и $-2b$.

Б) $-\frac{1}{2}b$ и $-\frac{1}{2}a$.

19.

Зная, что $0,25 < a < 0,26$, оцените значение выражения:

а) $2a + 1$; б) $-4a$; в) $\frac{1}{a}$; г) $4 - \frac{5}{a}$.

20.

Зная, что $2 < p < 3$ и $4 < q < 5$, оцените значение выражения:

а) $5p + q$; б) $2q - p$; в) $\frac{pq}{2}$; г) $\frac{p}{2q}$.

21.

Пользуясь тем, что $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$, оцените значение выражения:

а) $\sqrt{17} - 4$; б) $\sqrt{68}$; в) $-\sqrt{153}$; г) $2 - \sqrt{17}$.

22.

Пользуясь тем, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ и $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$, выясните, принадлежит ли промежутку $[1; 6]$ число:

а) $\sqrt{7} + \sqrt{10}$; б) $\sqrt{10} - \sqrt{7}$; в) $\sqrt{70} - 5$; г) $\sqrt{28} - \sqrt{70}$.

23.

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $a - 2ab$, если $-2 \leq a \leq -1$, $0,2 \leq b \leq 0,8$.

24.

Сравните числа a и b , если их разность $a - b$ равна:

а) $\left(\frac{3}{4} - \frac{13}{17}\right)^{117}$; б) $\left(\frac{13}{17} - \frac{4}{5}\right)^{112}$.

25.

Сравните числа a и b , если известно, что разность $a - b$ равна:

а) $(-0,2)^{14} \cdot (-0,06)^{11}$; в) $(1,84 - \sqrt{2})^5$;
б) $(-1,76)^6 \cdot (-2,11)^9$; г) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^3$.

26.

Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) $2048 \cdot \frac{1}{12}$ и $2048 : \frac{1}{12}$;
б) $5047 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$ и $5047 : \left(-\frac{1}{7}\right)$;
в) $0,8 - 1,2 \cdot 1,4$ и $0,009$;
г) $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,8 \cdot 10^6)$ и 40 .

27.

Известно, что $x < y$. Поставьте вместо многоточия знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $x + 0,14 \dots y + 0,14$; г) $\sqrt{15}y \dots \sqrt{15}x$;
б) $-\frac{x}{0,05} \dots -\frac{y}{0,05}$; д) $(2 - \sqrt{5})x \dots (2 - \sqrt{5})y$;
в) $x(-0,1)^{17} \dots y(-0,1)^{17}$; е) $(7 - 3\sqrt{7})x \dots (7 - 3\sqrt{7})y$.

28.

Известно, что $a < b$. Расположите в порядке убывания числа:

$a, a - 2,65, b + 0,04, b, a - 2\frac{2}{3}$.

29. Известно, что $a < b$, $c > b$. Сравните значения выражений $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{c}$, если: а) a , b , c – положительные числа; б) a , b , c – отрицательные числа.

30. Докажите неравенства:

а) $2(4x - 1) + x < 3(3x + 2)$;

б) $(y - 1)(y + 1) > y^2 - 2$.

31.

Верно ли, что при любом значении переменной x является истинным неравенство:

а) $(2x - 1)(3x + 2) - (2x + 1)(2x - 3) > x(x + 5)$;

б) $2x^2 - 2x + 1 > 4x - 5$?

32.

Используя выделение квадрата двучлена, докажите неравенство:

а) $144a^2 - 120a + 37 > 0$; в) $225c^2 > 30c - 6$;

б) $121x^2 - 132x + 39 > 0$; г) $49a^2 - 6a > 120a - 91$.

33. Пользуясь тем, что $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, оцените значения выражений:

а) $-4\sqrt{3}$;

б) $2\sqrt{3} + 1$.

34. Какие целые значения может принимать y , если

$$0,125 < \frac{1}{y} < 0,25?$$

35. Укажите наименьшее целое решение неравенства: $\frac{x-1}{5} - 2x < 2$.

36. Решите неравенства:

а) $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5$;

б) $(x - 4)^2 \geq (x + 4)(x - 4)$.

37. Решите двойное неравенство: $-2 < a + 1 < 7$.

38.

Из множества чисел $\{-2; -1; 0; 1; 3\}$ выделите подмножество, состоящее из решений неравенства $|1 - |x + 1|| > 0$.

39.

Решите неравенство $(2a - 3)x < x + 3$ при:

а) $a = 3$; б) $a = 2$; в) $a = 1$.

40.

Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $\left(\frac{3}{8} - 0,4\right) \cdot x < \left(0,4 - \frac{3}{8}\right)$.

41.

При каких значениях аргумента график функции $y = \frac{2x}{3} - 2$ находится выше графика функции $y = 8 - x$?

42.

Решите неравенство:

а) $\frac{8x+3}{16} - \frac{2x-5}{3} \geq \frac{11-7x}{12}$;

б) $(4x-3)^2 + (7x+1)^2 < (5x-4)(13x+1)$.

43.

Решите неравенство:

а) $\frac{5-2x}{4} - \frac{1-x}{5} \leq 0$;

в) $\frac{5x+1}{4} - \frac{3-x}{12} < \frac{5+7x}{8} - 2$;

б) $\frac{6x-1}{3} - \frac{x+4}{2} - 1,5x > 0$;

г) $\frac{12x-1}{6} + \frac{3-2x}{3} < 1 - \frac{3-x}{2}$.

44.

Среди чисел -3 ; 4 ; 7 ; 10 найдите решения системы неравенств

$$\begin{cases} 2 - (3 + 2x) > 3 - (3x - 2), \\ |3 - x| < 6. \end{cases}$$

45.

При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{-x-100}$; б) $\sqrt{3-x} + \frac{x}{\sqrt{2x-3}}$?

46.

Найдите наименьшее целое решение системы неравенств:

а) $\begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x - 1), \\ 6x - 4(x - 1) > 3 + x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \leq -\frac{2}{15}. \end{cases}$

47. Решите систему неравенств.

А) $\begin{cases} 4x - 8 > 12 \\ 6x < 36 \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 6 - 2x \leq 0 \\ 8 + 2 \leq 3x - 3 \end{cases}$

48.

Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 0,6x - 2,6 > 0,8x + 1,4, \\ 3 - 2,6x > 6 - 2,5x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} (6x-1)^2 - 3x(12x+2) < 17, \\ 0,5(3-2x) - 2x < 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5(2-8x) < 3-0,2(3-5x), \\ 2(0,1x-1) < 12+0,2(2x-3); \end{cases}$

г) $\begin{cases} (8x-1)(3x+6) - 24x(x+2) > 0, \\ 0,8(x-4) - 1,6x > 4,8. \end{cases}$

49.

Найдите целые решения системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - \frac{x-3}{2} \geq 1, \\ 2 - \frac{3x}{4} > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4 - \frac{2x-1}{3} > 0, \\ \frac{6x-1}{4} > \frac{2-x}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 8x(2x-1) - (4x-1)^2 < x, \\ 0,6(x+4) < 0,4(x+9); \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 0,2(2-x) + 1,2(x+4) \leq 6,2, \\ 0,3x - 0,2(6-x) > 0,1x - 3,2. \end{cases}$$

50.

Решите двойное неравенство:

$$\text{а) } 5 < 6x - 1 < 7;$$

$$\text{в) } 0 \leq 1 - 8x \leq 17;$$

$$\text{б) } -1,5 \leq \frac{5x-7}{2} \leq 2,5;$$

$$\text{г) } -4,2 < \frac{5-4x}{3} < 3,4.$$

51.

Укажите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

$$\text{а) } -8 \leq 5 - 13x \leq 8; \quad \text{б) } -1,5 < \frac{10x-6}{7} < 3,7.$$

52.

Решите систему:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,3x - 0,9 > 0, \\ 0 < 5x - 1 < 24; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 10,8 - 2x > 9, \\ -0,6 < 0,4 - x < 0,6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,6x - 8 > 0, \\ -1 < 0,3x - 2 < 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 5,4 - 3x < 0, \\ -2 < 10 - 4x < 2. \end{cases}$$

53.

При каких значениях a :

$$\text{а) сумма дробей } \frac{4a+1}{2} \text{ и } \frac{3-2a}{6} \text{ меньше } 2;$$

$$\text{б) разность дробей } \frac{1-3a}{5} \text{ и } \frac{2-a}{3} \text{ больше } 1,2?$$

54.

Найдите наибольшее целое значение a , при котором разность дробей $\frac{18-3a}{4}$ и $\frac{6-2a}{3}$ положительна.

55.

Найдите множество решений двойного неравенства:

$$\text{а) } 0,1 \leq 1,2x - 1,1 \leq 2,5, \text{ принадлежащих промежутку } [2; 4];$$

$$\text{б) } -0,6 \leq 0,1 - 0,7x \leq 2,2, \text{ принадлежащих промежутку } [-5; 0].$$

56.

При всех значениях параметра a решите неравенство $2x - a \leq ax - 1$.

57.

При каких натуральных значениях x верно неравенство:

$$\text{а) } x + \frac{3-x}{4} - \frac{2x-1}{6} < \frac{3x+23}{12}; \quad \text{б) } x - \frac{x-6}{4} + \frac{2-x}{6} > \frac{2x+1}{2}?$$

58.

Решите неравенство:

а) $|x - 1,5| < 1$; б) $|2y + 14| \leq 3$; в) $|17 - 3a| \leq 10$.

59.

При $a = -2; -1; 1$ решите неравенство:

а) $|x - 2| < a + 1$; б) $|x - 2| > a + 1$.

60.

Решите совокупность неравенств:

а) $\begin{cases} 2 < x < 5, \\ x \leq 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x + 1}{2} - \frac{2 - x}{7} > 1, \\ -3x + 1 < x + 2. \end{cases}$

Часть 2 «Степень с целым показателем»

ТЕМА	Знать	Уметь
§ 14 Степень с целым показателем и ее свойства. П.43. Определение степени с целым показателем. П.44. Свойства степени с целым показателем.	Знать определение степени с целым отрицательным показателем. Знать, что при $a > 0$ значение выражения a^n положительно при любом целом n ; при $a < 0$ значение выражения a^n положительно при четном n и отрицательно при нечетном значении n (упражнение № 1109).	Уметь представлять степень с целым отрицательным показателем в виде дроби и, наоборот, уметь представлять дробь в виде выражения, содержащего степень с целым отрицательным показателем.
§ 15 Выражения, содержащие степени с целыми показателями. П.45. Преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями. П.46. Стандартный вид числа.	Знать, что рациональным выражением называется выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в целую степень.	Уметь преобразовывать выражения, содержащие степени с целыми показателями, используя определение и свойства степени с целым показателем

Примерные практические задания

Степень с целым показателем

Для каждого выражения из верхней строки укажите тождественно равное ему выражение из нижней строки.

А) $a^{-8} \cdot a^2$

Б) $\frac{a^{-8}}{a^2}$

В) $(a^{-8})^2$

1. 1) a^{-16} 2) a^{-10} 3) a^{-6} 4) a^{-4}

Ответ:

А	Б	В

Для каждого выражения из верхней строки укажите тождественно равное ему выражение из нижней строки.

А) $\frac{b^{-6}}{b^{-2}}$

Б) $(b^{-6})^{-2}$

В) $b^{-6} \cdot b^{-2}$

2. 1) b^{12} 2) b^3 3) b^{-4} 4) b^{-8}

Ответ:

А	Б	В

Упростите выражение:

3. а) $8a^{-6}b^8 \cdot 2,5a^7b^{-7}$; в) $\left(\frac{1}{2}a^{-1}b^{-2}\right)^{-3} : (4a^2b^{-1})$;
б) $3^7x^9y^{-6} \cdot 9^{-3}x^{-7}y^6$; г) $\left(\frac{2}{3}a^{-2}b^4\right)^{-2} : \left(2\frac{1}{4}a^{-1}b^3\right)^2$.

4. Вычислить $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-2}$

5. Вычислить $(-0,3)^{-3}$

6. Представьте выражение $343:7^{-4}$ в виде степени с основанием 7.

Вычислите:

7. а) $2^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $25^{-4} \cdot 5^{-7}$; в) $(-3)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

Вычислите: $-\frac{16^{-2} \cdot (-10)^{-3}}{128^{-4} \cdot 32^4}$.

8. 1) -0,001 2) 0,001
3) 256000 4) -256000

Найдите значение выражения:

9. а) $(-2,5)^{-2} + \left(-\frac{2}{5}\right)^3$;

$$\text{б) } \frac{5^{-3} \cdot 25^2}{5^{-1}};$$

$$\text{в) } \left(3\frac{17}{19}\right)^3 \cdot \left(\frac{74}{19}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{17}{19}\right)^0.$$

10. Запишите $\frac{b^{-5}}{b^{-7} \cdot b^2}$ в виде степени с основанием b .

11. Упростите выражение $\left(\frac{3}{4}a^{-3}b^{-2}\right)^2$

12. Упростить выражение $(4a^{-2}b^{-4}) \cdot (5a^3b)$

Упростите выражение

13. а) $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot a^{-8}}{a^{-3}}$; б) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} \cdot a^5b^{-8}$.

Упростите выражение:

14. а) $(a^2)^{-4} \cdot (a^{-3})^{-3} : a^{-2}$;

б) $\left(-\frac{3}{4}a^{-3}b^2\right)^{-3} \cdot \frac{b^4}{(-2)^2a^6}$.

15. Найдите значение выражения $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$ при $x = 5$.

16. Найдите значение выражения: $x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1}$ при $x=25$.

17. Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$

18. Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.

19. Сократите дробь $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.

20. Найдите значение выражения $\frac{6^{-3} \cdot 216^2}{36^{-1}}$

21. Упростите выражение $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot (a^3)^{-3}}{(a^{-1})^{-2} : (a^2)^{-4}}$

22. Вычислите $\frac{35^{-17}}{5^{-19} \cdot 7^{-16}}$

Преобразуйте в дробь выражение:

23. а) $(3a^{-2}b^3)^{-1} \cdot 9a^{-2}b$;

б) $ab^{-1} - ba^{-1}$.

Упростите выражение

4. **1.15.** 1) $\frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}}$; 2) $\frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}}$.

1.16. 1) $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$; 2) $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}}$.

При каком значении переменной x верно равенство

5. $\frac{4^{2x-1} \cdot 3^{3x}}{12^{3x}} = 1$?

Найдите все значения переменной, при которых выражение $\left(\frac{n^3 - 64}{n^3 - 8n^2 + 16n} + 4(n - 4)^{-1}\right) \cdot (n + 4)^{-2}$ принимает значение

6. $5^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$.