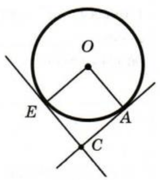
Банк заданий практикум (2 полугодие)

Геометрия

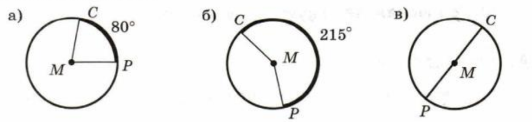
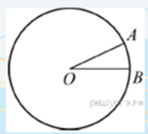
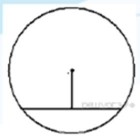
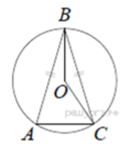
8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

Название раздела	Уровень сложности	Задания из учебника: Геометрия 7-9 классы: учеб. Для общеобразоватюорганизаций Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов. С.Б.Кадомцев	Рабочая тетрадь по геометрии Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, Ю.А.Глазков, И.И.Юдина	Материал ОГЭ 1. Решу ОГЭ сайт 2. Банк заданий ФИПИ
Касательная к окружности	А	636,639,	Отрезки касательных, проведенных из точки C к окружности с центром O, равны радиусу окружности. Найдите угол между касательными. *Решение*. Пусть точки A и E — точки касания, тогда в четырехугольнике $OACE$ $EC = CA = OA$ =___, следовательно, он является __________ (________________ ромба). $\angle OAC$ = ____ по __________ касательной. Значит, ромб $OACE$ является ______________, и $\angle ACE$ = _____. *Ответ:* угол между ____________ равен _______.  79,80,82	
	В	642,647		

Площади

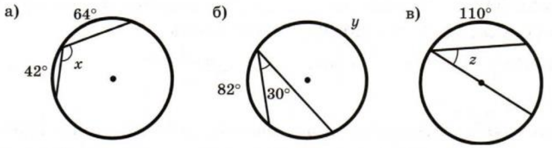
Банк заданий практикум (2 полугодие)
Геометрия
8.2.2(ТХ)
МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

	С			**19. Задание 25 № 316360** В окружности через середину O хорды AC проведена хорда BD так, что дуги AB и CD равны. Докажите, что O — середина хорды BD. **20. Задание 25 № 311241** В окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL. Докажите, что OK и OL равны. **21. Задание 25 № 340324** Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$. **22. Задание 25 № 341422** Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B, причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB. Докажите, что отрезки AB и IJ перпендикулярны. **23. Задание 25 № 349626** Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.
Центральные и вписанные углы	А	657.662.	**1** Найдите градусные меры дуг, на которые центральный угол AMC разбивает окружность, если его величина равна: а) 73°, б) 168°, в) 180°. *Решение.* Центральный угол разбивает окружность на ____ дуги. Если дуга__________ или равна ________________, то ее градусная мера равна величине _________________ угла. Если дуга _________ полуокружности, то ее градусная мера будет равна _____ — $\angle AMC$. *Ответ:* градусная мера дуги может быть равна в случае а) ____ или 360° – _____ = _____, б) _____ или ____________, в) _____. **2** Найдите градусную меру центрального угла CMP, изображенного на рисунке. Ответ обоснуйте. 	**1. Задание 17 № 350618** На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 12°$. Длина меньшей дуги AB равна 96. Найдите длину большей дуги.  **2. Задание 17 № 340587** Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.  **3. Задание 17 № 349024** Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 22°$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах. 

Площади

Банк заданий практикум (2 полугодие)
Геометрия
8.2.2(ТХ)
МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

Найдите неизвестную величину, используя данные на рисунке.



Решение. Вписанный угол измеряется ______________ дуги, на которую он опирается. Сумма градусных мер трех дуг равна _______.

Составим уравнение:

а) $42 + 64 +$ __ = ______, $2x =$ ______, $x =$ _____;

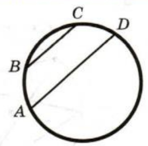
б) $82 + y +$ _____ = _____, $y =$ ______;

в) _____ + _____ $+110 =$ _____, $2z =$ _____, $z =$ _____.

Ответ: а) $x =$ _____, б) $y =$ _____, в) $z =$ _____.

7 ....

Докажите, что градусные меры дуг, заключенных между параллельными хордами, равны.



Доказательство.

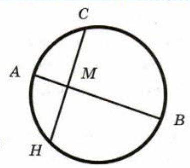
Проведем хорду AC, тогда получим что $\angle BCA$ __ $\angle CAD$, как ________________________ углы при параллельных прямых BC и _____ и секущей _____.

$\angle BCA =$ ___ $\cup AB$, $\angle CAD = \frac{1}{2}\cup$ ____ по теореме о _________________ угле.

Отсюда имеем $\frac{1}{2}\cup$ ____ = __ $\cup$ ____ , то есть дуги AB и _____ равны.

9 ....

Хорды AB и CH пересекаются в точке M. Найдите длину хорды AB, если $AM = 6$ см, $CM = 2$ см, $MH = 9$ см;



Решение. $AB = AM$ ___ MB (свойство измерения длин отрезков).

По теореме __ $AM \cdot$ ____ $= HM \cdot$ ____. Подставив данные длины отрезков, получим $6 \cdot$ __ $= 9 \cdot$ __.

Отсюда $MB =$ ___ см, следовательно, $AB = 6 +$ ___ = ___ см.

Ответ: ______ см.

86,89,90,93

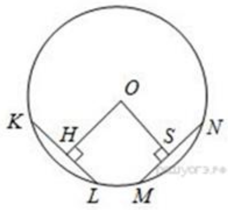
Площади

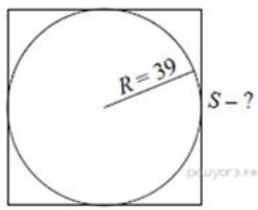
Банк заданий практикум (2 полугодие)

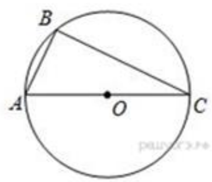
Геометрия

8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

<table>
<tr>
<td></td>
<td>В</td>
<td>665.667</td>
<td></td>
<td>
16. Задание 24 № 352981
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите АС, если диаметр окружности равен 3,2, $AB = 3$.
17. Задание 24 № 351668
Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK = 16$, а сторона AC в 1,6 раза больше стороны BC.
18. Задание 25 № 311258
В окружности с центром O проведены две равные хорды KL и MN. На эти хорды опущены перпендикуляры OH и OS. Докажите, что OH и OS равны.


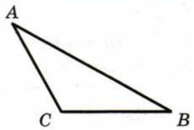
4. Задание 17 № 341522
Окружность вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.


5. Задание 17 № 341673
Сторона AC треугольника ABC содержит центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 75^\circ$. Ответ дайте в градусах.


</td>
</tr>
</table>

Площади

Банк заданий практикум (2 полугодие)
Геометрия
8.2.2(ТХ)
МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

	С			**14. Задание 24 № 340879** Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M, K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 49°, 69° и 62°. **15. Задание 24 № 350889** Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AP = 30$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB.
Четыре замечательные точки	А	678,679,681	**1** В треугольнике ABC $\angle C = 120^{\circ}$, $AC = BC = 6$. Найдите на стороне AB точку M, равноудаленную от сторон AC и BC; вычислите расстояние от точки M до вершины C.  *Решение.* 1) Точки, равноудаленные от сторон AC и BC, лежат на ____________ угла C (теорема Б), значит, искомая точка M есть точка пересечения стороны ___ и ______________ угла __ (постройте точку M). 2) $\triangle ABC$ — ________________, CM — его биссектриса, следовательно, и ____________, $\angle CAM =$ (_____ $- \angle C$) : 2 = ______. Значит, в прямоугольном треугольнике ACM $CM = \frac{1}{2} \cdot$ ____ = ____ (катет, лежащий против угла 30°). *Ответ:* ________.	

Площади

Банк заданий практикум (2 полугодие)

Геометрия

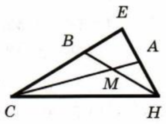
8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td>

2

Докажите, что точка пересечения двух биссектрис треугольника равноудалена от всех его сторон.



Доказательство.

Пусть биссектрисы CA и HB — треугольника CHE пересекаются в точке M.

Проведем перпендикуляры MP, MT и MO к сторонам CH, CE и ____ соответственно.

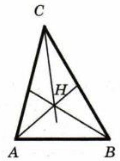
Точка M лежит на биссектрисе угла C, следовательно, MT = ______.

Точка M лежит на ______________ угла __, следовательно, MO = ______.

Итак, MT __ MP __ MO, значит, точка M __________________ от всех ____________ треугольника.

3

В треугольнике ABC $\angle A = 80°$, $\angle B = 60°$, а их биссектрисы пересекаются в точке H. Найдите угол ACH.



Решение. 1) CH — ________________ угла C (следствие В), следовательно, $\angle ACH$ = __ $\cdot \angle C$.

2) $\angle C$ = _____ − ($\angle A$ + $\angle$__) = 180° − (___ + 60°) = _____.

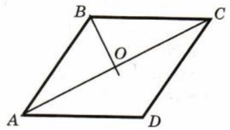
(терема о___________ углов треугольника)

3) $\angle ACH$ = 0,5 · ___ = ______.

Ответ: $\angle ACH$ = ______.

5

Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 5 см, а прямая, проведенная через середину диагонали и перпендикулярная к ней, проходит через вершину параллелограмма.



Решение.

Пусть в параллелограмме $ABCD$ AB = 5 см, $AO = OC$, $BO \perp AC$.

Тогда BO — _________________ перпендикуляр к отрезку ____, следовательно, BC = ____ = 5 см.

Противоположные стороны параллелограмма попарно __________, следовательно, $AD = BC$ = ___ = ___, то есть P_{ABCD} = __ · __ = ______ см.

Ответ: периметр параллелограмма равен ____ см.

</td><td></td></tr>
<tr><td>В</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>С</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

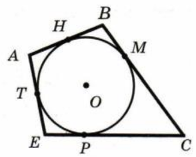
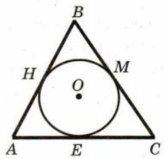
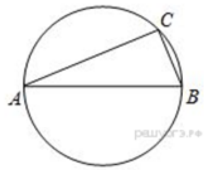
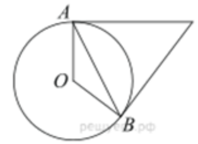
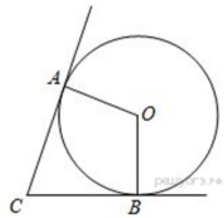
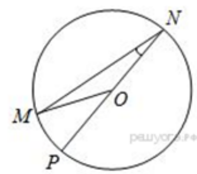
Площади

Банк заданий практикум (2 полугодие)

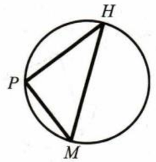
Геометрия

8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

Вписанные и описанные окружности Площади	А	702,705	**2** Найдите площадь четырехугольника $ABCE$, если его периметр равен 60 см, а радиус вписанной окружности равен 5 см.  *Решение.* Соединим центр вписанной окружности с вершинами четырехугольника. Получим ______ треугольника. Проведем радиусы в точки касания H, __, __ и __. Отрезки OH, ___, ____ и ____ будут ______________ к сторонам AB, BC, ____ и ____ (__________ касательной). Тогда $S_{ABCE} = S_{ABO} + S_{BCO} + \_\_\_ + \_\_\_ = \frac{1}{2}AB \cdot \_\_\_ + \_\_BC\,\_\_\_ +$ $+ \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ \cdot r \cdot (AB + BC + \_\_\_ + \_\_\_) =$ $= \frac{1}{2} r \cdot P_{ABCE} = \frac{1}{2} \cdot \_\_\_ \cdot \_\_\_ = \_\_\_$ см². *Ответ:* _____ см². *Замечание.* Рассуждения, использованные при решении данной задачи, применимы к любому многоугольнику, в который можно вписать окружность, следовательно, доказана теорема: **«Если в многоугольник** ___________ **окружность, то** его площадь равна ____________ произведения ____________ многоугольника на __________ вписанной окружности». **4** Точки M, H и E — точки касания сторон треугольника ABC и окружности с центром в точке O. Найдите периметр треугольника ABC, если $AH = 3$ см, $BM = 4$ см, $CE = 5$ см.  *Решение.* По свойству касательных к окружности, проведенных из одной точки, получим: $AE = \_\_\_ = \_\_\_$ см, $BH = \_\_\_ = \_\_\_$ см, $CM = \_\_\_ = \_\_\_$ см. $P_{ABC} = AB + BC + \_\_\_ = (AH + \_\_\_) + (BM + \_\_\_) + (\_\_\_ + \_\_\_) =$ $= 2 \cdot (AH + BM + \_\_\_) = 2 \cdot (3 + \_\_ + \_\_) = \_\_\_$ см. *Ответ:* _____ см.	**6. Задание 17 № 341707** Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.  **7. Задание 17 № 348379** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 30°. Ответ дайте в градусах.  **8. Задание 17 № 348454** Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 76°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.  **9. Задание 17 № 349998** В угол С величиной 71° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O - центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.  **10. Задание 17 № 311319** Найдите градусную меру $\angle MON$, если известно, NP — диаметр, а градусная мера $\angle MNP$ равна 18°. 

Банк заданий практикум (2 полугодие)
Геометрия
8.2.2(ТХ)
МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

			9 В окружность вписан треугольник HMP так, что $\cup PH = 98^\circ$, $\cup HM = 102^\circ$. Определите вид треугольника.  ***Решение.*** Так как окружность __________ около треугольника, то каждый угол треугольника является ______________ углом, и поэтому имеем: $\angle M =$ __ $\cup PH = \frac{1}{2}\cdot$ _____ = _____, $\angle P = \frac{1}{2}\cup$ _____ = __ · ______ = ___ (теорема о ____________ угле). Величину угла H найдем по теореме о __________ углов треугольника: $\angle H = 180^\circ$ __($\angle M$__$\angle P$) = 180° − (_____ + _____) = _____. ***Ответ.*** Треугольник HMP является ___________________.	
	В	707		
	С			1. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK = 18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC.

Площади

Банк заданий практикум (2 полугодие)

Геометрия

8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

Площади				**19. Задание 25 № 316360** В окружности через середину O хорды AC проведена хорда BD так, что дуги AB и CD равны. Докажите, что О — середина хорды BD. **20. Задание 25 № 311241** В окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL. Докажите, что OK и OL равны. **21. Задание 25 № 340324** Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$. **22. Задание 25 № 341422** Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B, причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB. Докажите, что отрезки AB и IJ перпендикулярны. **23. Задание 25 № 349626** Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$. **24. Задание 25 № 352846** Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L, причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL. Докажите, что прямые PQ и KL перпендикулярны. **25. Задание 26 № 333159** Окружности радиусов 60 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD. **26. Задание 26 № 311568** Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей. **27. Задание 26 № 311670** В окружности с центром в точке O проведены две хорды AB и CD. Прямые AB и CD перпендикулярны и пересекаются в точке M, лежащей вне окружности. При этом $AM = 36,\ BM = 6,\ CD = 4\sqrt{46}$. Найдите OM. **28. Задание 26 № 316335** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$. **29. Задание 26 № 333027** Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Банк заданий практикум (2 полугодие)

Геометрия

8.2.2(ТХ)

МОДУЛЬ «ОКРУЖНОСТЬ»

• Допуск к контрольной работе получают учащиеся, выполнившие все задания А уровня и Б уровня, либо частично выполнившие задания из уровня С.
«5» - все задания, с полным развернутым ответом

«4» - все выполнены задания уровня А, но из уровня Б выполнены частично, либо с неполным решением.

«3» - ученик выполнил не все задания уровня А и частичное решение заданий уровня Б, либо не полное решение.

«2»- не выполнил все задания уровня А и к уровню Б не приступил, либо не ориентируется в любой задаче.

Площади