

8.1,8.2,8.3 класс, Математика (учебник Макарычев)

2017-2018 уч.год

Тема модуля № 6 «Неравенства»

*В тесте проверяются теоретическая и практическая части.*

ТЕМА	Знать	Уметь
<p><b>§ 12 Числовые неравенства и неравенства с переменными.</b></p> <p>П.36. Сравнение чисел.                      П.37. Свойства числовых неравенств.                      П.38. Оценка значений выражений.                      П.39. Доказательство неравенств.</p>	<p>Знать определение того, что <math>a &gt; b</math>, <math>a &lt; b</math>, <math>a = b</math>, геометрическую интерпретацию понятий «меньше», «больше», свойства числовых неравенств, методы и приемы доказательств числовых и буквенных неравенств.</p>	<p>Уметь сравнивать два числа, зная их разность, применять свойства неравенств для сравнения чисел и выражений, оценивать значения выражений по первоначальным условиям для переменной, доказывать неравенства.</p>
<p><b>§ 13 Решение неравенств с одной переменной и их систем.</b></p> <p>П.40. Решение неравенств с одной переменной.                      П.41. Решение систем неравенств с одной переменной.                      П.42. Решение простейших</p>	<p>Знать определение решения неравенства, определение равносильных неравенств, правила перехода от одного неравенства к другому, ему равносильному, определение области определения (области допустимых значений) неравенства.</p>	<p>Уметь решать линейные неравенства с одной переменной, системы неравенств, двойные неравенства, показывать множество решений неравенства на координатной прямой.</p>

### Примерные практические задания:

1. Если  $a + 9 \geq b + 9$ , то:

- 1)  $a \leq b$  2)  $a < b$  3)  $a \geq b$  4)  $a > b$

2. Если  $a < b$ , то:

- 1).  $-3a < -3b$  и  $6a < 6b$   
2).  $-3a < -3b$  и  $6a > 6b$   
3).  $-3a > -3b$  и  $6a < 6b$   
4).  $-3a > -3b$  и  $6a > 6b$

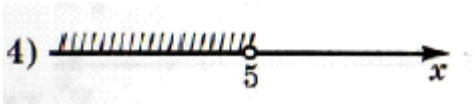
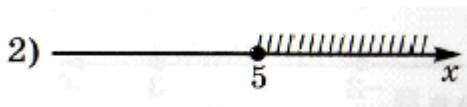
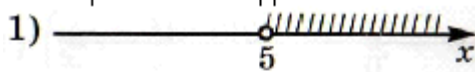
3. Если  $7 < x < 12$  и  $11 < y < 13$ , то:

- 1).  $4 < y - x < 1$  2).  $1 < y - x < 4$  3).  $6 < y - x < 1$

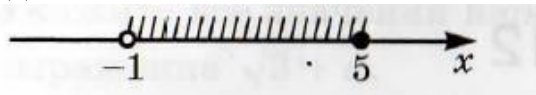
4.  $1 < y - x < 6$  4. Если  $x < 7 < y$ , то верно неравенство:

- 1).  $x - 7 > 0$  2).  $x - y > 0$   
3).  $7 - y < 0$  4).  $7 - x < 0$

5. Неравенству  $x > 5$  соответствует геометрическая модель:



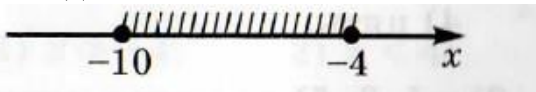
6. Геометрической модели



Соответствует неравенство:

- 1).  $-1 < x < 5$  2).  $-1 \leq x \leq 5$   
3).  $-1 < x \leq 5$  4).  $-1 \leq x < 5$

7. Геометрической модели



Соответствует промежутку:

- 1).  $(-10; -4)$  2).  $[-10; -4]$  3).  $(-10; -4]$  4).  $[-10; -4)$

8. Наименьшим целым числом промежутка  $[-8, 9; +\infty)$  является число.

9.

Укажите все дроби вида  $\frac{a}{24}$ , где  $a \in \mathbf{N}$ , принадлежащие промежутку  $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$ .

10.

Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:

а)  $(-1,01; 2,01)$ ; б)  $(-\sqrt{17}; \sqrt{17})$ ; в)  $(-3\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$ .

11. Объединением промежутков  $(-\infty; 5)$  и  $(-6; 7]$  является множество.

12.

Найдите пересечение и объединение промежутков:

а)  $[-0,1; 4]$  и  $[-0,2; 6]$ ; б)  $(-3,3; +\infty)$  и  $(-\infty; 6,4)$ .

13. Решите неравенство:

1).  $-5x < 18$

2).  $-4 \geq \frac{x}{3}$

3).  $8x - 5 > 2x + 5$

4).  $5 - x > -x - 1$

5).  $2 - 3x \geq 5 - 3x$

6).  $-10 < 3x - 4 < 2$

7).  $2(3x - 7) - 5x \leq 3x - 11$

14. При каких значениях аргумента функция  $y=1,5x+2$  принимает:

1) Положительные значения?

2) Отрицательные значения?

3) Значения, не больше  $-3$  ( $y \leq -3$ )

15. Укажите все значения переменной, при которых имеет смысл выражение  $\sqrt{5 - 4b}$ .

16.

Длина стороны прямоугольника 3 м. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 5 м. (Множество значений длины запишите в виде промежутка).

17. Дан прямоугольник со сторонами  $x$  см и  $y$  см. Известно, что  $1,2 < x < 1,3$  и  $4 < y < 5$ .

А) Оцените периметр прямоугольника.

Б) Оцените площадь прямоугольника.

18. Зная, что  $a < b$ , сравните значения выражений:

А)  $-2a$  и  $-2b$ .

Б)  $-\frac{1}{2}b$  и  $-\frac{1}{2}a$ .

19.

Зная, что  $0,25 < a < 0,26$ , оцените значение выражения:

а)  $2a + 1$ ; б)  $-4a$ ; в)  $\frac{1}{a}$ ; г)  $4 - \frac{5}{a}$ .

20.

Зная, что  $2 < p < 3$  и  $4 < q < 5$ , оцените значение выражения:

а)  $5p + q$ ;      б)  $2q - p$ ;      в)  $\frac{pq}{2}$ ;      г)  $\frac{p}{2q}$ .

21.

Пользуясь тем, что  $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$ , оцените значение выражения:

а)  $\sqrt{17} - 4$ ;      б)  $\sqrt{68}$ ;      в)  $-\sqrt{153}$ ;      г)  $2 - \sqrt{17}$ .

22.

Пользуясь тем, что  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$  и  $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$ , выясните, принадлежит ли промежутку  $[1; 6]$  число:

а)  $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ ;      б)  $\sqrt{10} - \sqrt{7}$ ;      в)  $\sqrt{70} - 5$ ;      г)  $\sqrt{28} - \sqrt{70}$ .

23.

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения  $a - 2ab$ , если  $-2 \leq a \leq -1$ ,  $0,2 \leq b \leq 0,8$ .

24.

Сравните числа  $a$  и  $b$ , если их разность  $a - b$  равна:

а)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{13}{17}\right)^{117}$ ;      б)  $\left(\frac{13}{17} - \frac{4}{5}\right)^{112}$ .

25.

Сравните числа  $a$  и  $b$ , если известно, что разность  $a - b$  равна:

а)  $(-0,2)^{14} \cdot (-0,06)^{11}$ ;      в)  $(1,84 - \sqrt{2})^5$ ;  
б)  $(-1,76)^6 \cdot (-2,11)^9$ ;      г)  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^3$ .

26.

Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а)  $2048 \cdot \frac{1}{12}$  и  $2048 : \frac{1}{12}$ ;  
б)  $5047 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$  и  $5047 : \left(-\frac{1}{7}\right)$ ;  
в)  $0,8 - 1,2 \cdot 1,4$  и  $0,009$ ;  
г)  $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,8 \cdot 10^6)$  и  $40$ .

27.

Известно, что  $x < y$ . Поставьте вместо многоточия знак  $>$  или  $<$  так, чтобы получилось верное неравенство:

а)  $x + 0,14 \dots y + 0,14$ ;      г)  $\sqrt{15}y \dots \sqrt{15}x$ ;  
б)  $-\frac{x}{0,05} \dots -\frac{y}{0,05}$ ;      д)  $(2 - \sqrt{5})x \dots (2 - \sqrt{5})y$ ;  
в)  $x(-0,1)^{17} \dots y(-0,1)^{17}$ ;      е)  $(7 - 3\sqrt{7})x \dots (7 - 3\sqrt{7})y$ .

28.

Известно, что  $a < b$ . Расположите в порядке убывания числа:

$a, a - 2,65, b + 0,04, b, a - 2\frac{2}{3}$ .

29. Известно, что  $a < b$ ,  $c > b$ . Сравните значения выражений  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{1}{b}$  и  $\frac{1}{c}$ , если: а)  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – положительные числа; б)  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – отрицательные числа.

30. Докажите неравенства:

а)  $2(4x - 1) + x < 3(3x + 2)$ ;

б)  $(y - 1)(y + 1) > y^2 - 2$ .

31.

Верно ли, что при любом значении переменной  $x$  является истинным неравенство:

а)  $(2x - 1)(3x + 2) - (2x + 1)(2x - 3) > x(x + 5)$ ;

б)  $2x^2 - 2x + 1 > 4x - 5$ ?

32.

Используя выделение квадрата двучлена, докажите неравенство:

а)  $144a^2 - 120a + 37 > 0$ ;      в)  $225c^2 > 30c - 6$ ;

б)  $121x^2 - 132x + 39 > 0$ ;      г)  $49a^2 - 6a > 120a - 91$ .

33. Пользуясь тем, что  $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ , оцените значения выражений:

а)  $-4\sqrt{3}$ ;

б)  $2\sqrt{3} + 1$ .

34. Какие целые значения может принимать  $y$ , если

$$0,125 < \frac{1}{y} < 0,25?$$

35. Укажите наименьшее целое решение неравенства:  $\frac{x-1}{5} - 2x < 2$ .

36. Решите неравенства:

а)  $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5$ ;

б)  $(x - 4)^2 \geq (x + 4)(x - 4)$ .

37. Решите двойное неравенство:  $-2 < a + 1 < 7$ .

38.

Из множества чисел  $\{-2; -1; 0; 1; 3\}$  выделите подмножество, состоящее из решений неравенства  $|1 - |x + 1|| > 0$ .

39.

Решите неравенство  $(2a - 3)x < x + 3$  при:

а)  $a = 3$ ;      б)  $a = 2$ ;      в)  $a = 1$ .

40.

Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\left(\frac{3}{8} - 0,4\right) \cdot x < \left(0,4 - \frac{3}{8}\right)$ .

41.

При каких значениях аргумента график функции  $y = \frac{2x}{3} - 2$  находится выше графика функции  $y = 8 - x$ ?

42.

Решите неравенство:

а)  $\frac{8x+3}{16} - \frac{2x-5}{3} \geq \frac{11-7x}{12}$ ;

б)  $(4x-3)^2 + (7x+1)^2 < (5x-4)(13x+1)$ .

43.

Решите неравенство:

а)  $\frac{5-2x}{4} - \frac{1-x}{5} \leq 0$ ;

в)  $\frac{5x+1}{4} - \frac{3-x}{12} < \frac{5+7x}{8} - 2$ ;

б)  $\frac{6x-1}{3} - \frac{x+4}{2} - 1,5x > 0$ ;

г)  $\frac{12x-1}{6} + \frac{3-2x}{3} < 1 - \frac{3-x}{2}$ .

44.

Среди чисел  $-3$ ;  $4$ ;  $7$ ;  $10$  найдите решения системы неравенств

$$\begin{cases} 2 - (3 + 2x) > 3 - (3x - 2), \\ |3 - x| < 6. \end{cases}$$

45.

При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а)  $\sqrt{-x-100}$ ;      б)  $\sqrt{3-x} + \frac{x}{\sqrt{2x-3}}$ ?

46.

Найдите наименьшее целое решение системы неравенств:

а)  $\begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x - 1), \\ 6x - 4(x - 1) > 3 + x; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \leq -\frac{2}{15}. \end{cases}$

47. Решите систему неравенств.

А)  $\begin{cases} 4x - 8 > 12 \\ 6x < 36 \end{cases}$

Б)  $\begin{cases} 6 - 2x \leq 0 \\ 8 + 2 \leq 3x - 3 \end{cases}$

48.

Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} 0,6x - 2,6 > 0,8x + 1,4, \\ 3 - 2,6x > 6 - 2,5x; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} (6x-1)^2 - 3x(12x+2) < 17, \\ 0,5(3-2x) - 2x < 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5(2-8x) < 3-0,2(3-5x), \\ 2(0,1x-1) < 12+0,2(2x-3); \end{cases}$

г)  $\begin{cases} (8x-1)(3x+6) - 24x(x+2) > 0, \\ 0,8(x-4) - 1,6x > 4,8. \end{cases}$

49.

Найдите целые решения системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - \frac{x-3}{2} \geq 1, \\ 2 - \frac{3x}{4} > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4 - \frac{2x-1}{3} > 0, \\ \frac{6x-1}{4} > \frac{2-x}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 8x(2x-1) - (4x-1)^2 < x, \\ 0,6(x+4) < 0,4(x+9); \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 0,2(2-x) + 1,2(x+4) \leq 6,2, \\ 0,3x - 0,2(6-x) > 0,1x - 3,2. \end{cases}$$

50.

Решите двойное неравенство:

$$\text{а) } 5 < 6x - 1 < 7;$$

$$\text{в) } 0 \leq 1 - 8x \leq 17;$$

$$\text{б) } -1,5 \leq \frac{5x-7}{2} \leq 2,5;$$

$$\text{г) } -4,2 < \frac{5-4x}{3} < 3,4.$$

51.

Укажите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

$$\text{а) } -8 \leq 5 - 13x \leq 8; \quad \text{б) } -1,5 < \frac{10x-6}{7} < 3,7.$$

52.

Решите систему:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,3x - 0,9 > 0, \\ 0 < 5x - 1 < 24; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 10,8 - 2x > 9, \\ -0,6 < 0,4 - x < 0,6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,6x - 8 > 0, \\ -1 < 0,3x - 2 < 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 5,4 - 3x < 0, \\ -2 < 10 - 4x < 2. \end{cases}$$

53.

При каких значениях  $a$ :

$$\text{а) } \text{сумма дробей } \frac{4a+1}{2} \text{ и } \frac{3-2a}{6} \text{ меньше } 2;$$

$$\text{б) } \text{разность дробей } \frac{1-3a}{5} \text{ и } \frac{2-a}{3} \text{ больше } 1,2?$$

54.

Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором разность дробей  $\frac{18-3a}{4}$  и  $\frac{6-2a}{3}$  положительна.

55.

Найдите множество решений двойного неравенства:

$$\text{а) } 0,1 \leq 1,2x - 1,1 \leq 2,5, \text{ принадлежащих промежутку } [2; 4];$$

$$\text{б) } -0,6 \leq 0,1 - 0,7x \leq 2,2, \text{ принадлежащих промежутку } [-5; 0].$$

56.

При всех значениях параметра  $a$  решите неравенство  $2x - a \leq ax - 1$ .

57.

При каких натуральных значениях  $x$  верно неравенство:

$$\text{а) } x + \frac{3-x}{4} - \frac{2x-1}{6} < \frac{3x+23}{12}; \quad \text{б) } x - \frac{x-6}{4} + \frac{2-x}{6} > \frac{2x+1}{2}?$$

58.

Решите неравенство:

а)  $|x - 1,5| < 1$ ; б)  $|2y + 14| \leq 3$ ; в)  $|17 - 3a| \leq 10$ .

59.

При  $a = -2; -1; 1$  решите неравенство:

а)  $|x - 2| < a + 1$ ; б)  $|x - 2| > a + 1$ .

60.

Решите совокупность неравенств:

а)  $\begin{cases} 2 < x < 5, \\ x \leq 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{2x + 1}{2} - \frac{2 - x}{7} > 1, \\ -3x + 1 < x + 2. \end{cases}$