

8 класс, Математика (учебник Макарычев)

2018-2019 уч.год

Тема модуля № 4 «Квадратные уравнения»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Теоретический блок	Умения
Квадратные уравнения	<ol style="list-style-type: none">1) Определение квадратного уравнения.2) Виды неполных квадратных уравнений и алгоритмы их решения.3) Полное квадратное уравнение и его коэффициенты.4) Основная формула корней квадратного уравнения.5) Формула корней квадратного уравнения с чётным вторым коэффициентом.6) Уравнения, сводящиеся к квадратным. Биквадратные уравнения.7) Свойства корней квадратного уравнения. Теорема Виета и теорема, обратная теореме Виета.8) Следствия теоремы Виета.9) Корень квадратного трёхчлена.10) Разложение на множители квадратного трёхчлена.11) Дробно-рациональные уравнения.	<ol style="list-style-type: none">1) Определять коэффициенты квадратного уравнения.2) Составлять квадратное уравнение по его коэффициентам.3) Решать неполные квадратные уравнения.4) Решать полные квадратные уравнения по основной формуле нахождения корней.5) Определять количество корней квадратного уравнения.6) Применять формулу корней квадратного уравнения с чётным вторым коэффициентом.7) Решать уравнения, сводящиеся к квадратным.7) Применять теорему Виета и следствия из неё.8) Применять теорему, обратную теореме Виета.9) Раскладывать квадратный трёхчлен на множители.11) Решать дробно-рациональные уравнения.10) Решать текстовые задачи посредством получения математической модели в виде квадратного уравнения или уравнения к нему сводящемуся.

Примерные практические задания:

1. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам и преобразуйте так, чтобы его коэффициенты стали целыми числами:

а) $a=-1, b=-3, c=0$; б) $a=3, b=-4, c=0$.

2. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$:

а) $(2x-1)(x-3) = 0$;

б) $2x^2 - 3x = 5x - 1$;

в) $(x-2)(x+2) = 3$

3. Решите уравнение:

а) $x^2 + 6x + 9 = 0$;

б) $25y^2 + 10x + 1 = 0$;

в) $x^2 - 4x + 4 = 0$;

г) $16y^2 - 8y + 1 = 0$;

д) $x^2 - 8x + 16 = 0$

е) $x^2 + 3x = 18$

ж) $-x^2 + 6x + 16 = 0$

з) $x^2 - 7x - 18 = 10$

и) $x^2 + 7 = 8x$

к) $3x^2 - 9x = 0$

4. Вычислите дискриминант квадратного уравнения. Убедитесь, что оно имеет два корня, и вычислите их:

а) $y^2 - y - 30 = 0$;

б) $x^2 + 2x - 8 = 0$;

в) $3t^2 - 5t - 2 = 0$.

5. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$ и решите его:

а) $(x-2)(x+3) = 24$;

б) $(2y - 1)^2 - 4y = 13$;

в) $x(x-1) - 3(x+2) = -10$

6. Решите уравнение:

а) $x^2 - 18x + 77 = 0$;

б) $3x^2 - 16x + 21 = 0$;

в) $x^2 - 22x + 72 = 0$;

г) $5x^2 - 18x + 16 = 0$

д) $(x+3)^2 = 2x+6$

е) $x^2 = 0$

7. Решите неполное квадратное уравнение:

а) $x^2 + 3x = 0$;

б) $3y^2 + y = 0$;

в) $x^2 - 49 = 0$;

г) $y^2 - 121 = 0$

8. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения двумя способами: решив уравнение и по теореме Виета. Сравните результаты:

а) $x^2 - 2x - 24 = 0$;

б) $3y^2 + 7y - 10 = 0$;

в) $9x^2 - 16 = 0$;

г) $9y^2 - 16 = 0$.

9. По теореме Виета найдите второй корень уравнения, зная первый:

а) $x^2 - 17x + 30 = 0$, $x_1 = 2$;

б) $2x^2 - 7x + 3 = 0$, $x_1 = 3$.

10. По теореме Виета подберите корни уравнения:

а) $x^2 - 11x + 28 = 0$;

б) $x^2 + 11x + 28 = 0$;

в) $x^2 + 12x + 27 = 0$;

г) $x^2 + 6x - 27 = 0$.

11. Составьте квадратное уравнение по его корням, равным:

а) 1 и -5;

б) 2 и 7;

в) $\sqrt{3}$ и $-\sqrt{3}$;

г) -13 и 1.

12. Написать квадратное уравнение, если x_1 , x_2 – его корни и известно, что:

1) $x_1x_2 = 10$; $x_1 + x_2 = 7$

2) $x_1x_2 = 0$; $x_1 + x_2 = 8$

3) $x_1x_2 = 9$; $x_1 + x_2 = 6$

4) $x_1x_2 = -9$; $x_1 + x_2 = 0$

13. Проверьте, что число 1 является корнем трехчлена:

а) $7x^2 - 6x + 1$;

б) $-x^2 + 5x - 4$;

в) $\frac{1}{2}x^2 - 7x + 6,5$

14. Разложите, если это возможно, квадратный трехчлен на множители:

- а) $x^2 - 5x - 6$;
- б) $2y^2 - y + 1$;
- в) $x^2 + 2x - 48$
- г) $x^2 - 2x - 15$.

15. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4} \quad ; \quad \text{б) } \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x - 4} \quad ; \quad \text{в) } \frac{y^2 - 2y + 1}{2 - y - y^2} .$$

16. Решить уравнения

$$1) \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{4x + 5}{x^2 - 1} \quad 2) \frac{2x - 1}{x + 7} = \frac{3x + 4}{x - 1}$$

$$3) \frac{x + 7}{x} = \frac{x - 1}{x + 2} + 1 \quad 4) \frac{3x + 1}{x + 2} - \frac{x - 1}{x - 2} = 1$$

17. Решите биквадратное уравнение:

- а) $x^4 - 14x^2 + 13 = 0$
- б) $7x^4 + 6x^2 - 1 = 0$
- в) $x^4 + 8x^2 + 1 = 0$
- г) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$
- д) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

18. Найдите периметр прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 61, а разность катетов – 49.

19. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 3 см меньше другой, а диагональ прямоугольника равна 15 см.

20. Решите с помощью замены переменной уравнение:

$$(2x^2 - x)^2 - 2(2x^2 - x) - 3 = 0$$

21.

а)

Решите уравнение $x^2 = 18 - 7x$.

б)

Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2 + 6x - 27 = (x + 9)(x - a)$. Найдите a .

в)

Решите уравнение $(x + 10)^2 = (5 - x)^2$.

г)

Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни -5 ; 7 . Найдите q .

д)

Решите уравнение $x^6 = (6x - 8)^3$.

е)

Решите уравнение $(x - 2)^2(x - 3) = 12(x - 2)$.

ж)

Решите уравнение $(x - 4)(x - 5)(x - 6) = (x - 2)(x - 5)(x - 6)$.

з)

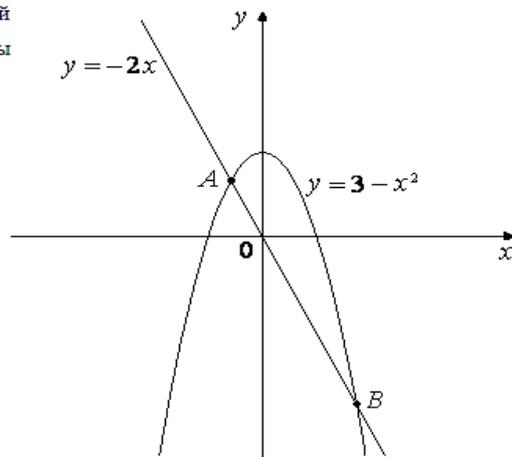
Решите уравнение $(x - 2)(x^2 + 2x + 1) = 4(x + 1)$.

и)

Решите уравнение: $x^3 = 4x^2 + 5x$.

22.

На рисунке изображены графики функций $y = 3 - x^2$ и $y = -2x$. Вычислите координаты точки B .
Запишите координаты в ответ без пробелов.



23. Составьте приведенное квадратное уравнение, сумма корней которого равна 3, а произведение корней равно -18 .

24. В уравнении $x^2 + px - 18 = 0$ один из корней равен -9 . Найдите другой корень и коэффициент p .

25. Один из корней уравнения $x^2 + 19x + c = 0$ равен -4 .
Найдите второй корень и число c .
26. Решите уравнение выделением квадрата двучлена $x^2 + 12x + 20 = 0$
27. Произведение двух натуральных чисел равно 273. Найдите эти числа, если одно из них на 8 больше другого.
28. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 21x = 0$.
29. Найдите все целые значения p , при которых уравнение $x^2 - px - 10 = 0$ имеет целые корни.
30. Чтобы выложить пол в ванной комнате, потребуется 180 маленьких квадратных плиток или 80 больших. Сторона большой плитки на 5 см больше стороны маленькой. Какова площадь пола, который собираются покрыть плиткой?
31. Площадь прямоугольника 96 см^2 . Найдите его стороны, если одна из них на 4 см меньше другой.
32. При каком значении p в разложении на множители многочлена $x^2 + px - 10$ содержится множитель $x - 2$?
33. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел на 91 больше их произведения. Найдите эти числа.
34. Сократите дробь:
- а) $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 10}$;
- б) $\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}$.
35. Найдите область допустимых значений представленных уравнений:
- а) $\frac{4}{x-2} + \frac{2x}{16-x^2} = \frac{x^2}{x^2+4}$
- б) $\frac{2x-4}{x^2-12x+11} = \frac{1}{x^2+6x+8}$
36. Решите уравнение:
- а) $\frac{x^2-6}{x-3} = \frac{x}{x-3}$
- б) $\frac{x-4}{x} = \frac{2x+10}{x+4}$
37. Расстояние между пристанями А и В равно 75 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 44 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
38. Расстояние между пристанями А и В равно 140 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
39. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 76 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов после отплытия из него.

40. Моторная лодка прошла от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 16 км, сделала стоянку на 40 мин и вернулась обратно через $3\frac{2}{3}$ ч после начала поездки. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость моторной лодки в стоячей воде равна 12 км/ч.
41. Паша поехал на дачу на велосипеде, а Саша на мотоцикле. Выехали они одновременно, но т.к. скорость мотоцикла на 10 км/час больше скорости велосипеда, то Саша приехал на 2 часа раньше Паши. Найдите скорость движения каждого мальчика, если расстояние от дома до дачи 40 км.
42. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 27 км, вышел турист. Через полчаса навстречу ему из пункта B вышел пешеход и встретил туриста в 12 км от A . Найдите скорость туриста, если известно, что она была на 2 км/ч меньше скорости пешехода.
43. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 19 км, вышел пешеход. Через полчаса навстречу ему из пункта B вышел турист и встретил пешехода в 9 км от B . Турист шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход. Найдите скорость пешехода, шедшего из A .