

8.1, 8.2(Т4) классы (профильный уровень)

2018-2019уч.год

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике (учебник Макарычев Ю.Н., углублённый уровень)

Тема модуля «Неравенства»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

1. Определение того, что $a > b$, $a < b$, $a = b$
2. Геометрическую интерпретацию понятий «меньше», «больше»
3. Свойства числовых неравенств, методы и приемы доказательств числовых и буквенных неравенств.
4. Определение решения неравенства
5. Определение равносильных неравенств, правила перехода от одного неравенства к другому, ему равносильному, определение области определения (области допустимых значений) неравенства.
6. Определение решения систем неравенств
7. Определение решения неравенств под знаком модуля

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. Сравнить два числа, зная их разность, применять свойства неравенств для сравнения чисел и выражений
2. Оценивать значения выражений по первоначальным условиям для переменной, доказывать неравенства.
3. Решать линейные неравенства с одной переменной
4. Системы неравенств, двойные неравенства
5. Показывать множество решений неравенства на координатной прямой.
6. Решать неравенства под знаком модуля

1. Уметь сравнивать числа

1.1.

Укажите все дроби вида $\frac{a}{24}$, где $a \in \mathbf{N}$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$.

1.2.

Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:

а) $(-1,01; 2,01)$; б) $(-\sqrt{17}; \sqrt{17})$; в) $(-3\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$.

1.3.

Сравните числа a и b , если их разность $a - b$ равна:

а) $\left(\frac{3}{4} - \frac{13}{17}\right)^{117}$; б) $\left(\frac{13}{17} - \frac{4}{5}\right)^{112}$.

1.4.

Сравните числа a и b , если известно, что разность $a - b$ равна:

а) $(-0,2)^{14} \cdot (-0,06)^{11}$; в) $(1,84 - \sqrt{2})^5$;

б) $(-1,76)^6 \cdot (-2,11)^9$; г) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^3$.

1.5.

Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) $2048 \cdot \frac{1}{12}$ и $2048 : \frac{1}{12}$;

б) $5047 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$ и $5047 : \left(-\frac{1}{7}\right)$;

в) $0,8 - 1,2 \cdot 1,4$ и $0,009$;

г) $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,8 \cdot 10^6)$ и 40 .

1.6.

Известно, что $x < y$. Поставьте вместо многоточия знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $x + 0,14 \dots y + 0,14$; г) $\sqrt{15}y \dots \sqrt{15}x$;

б) $-\frac{x}{0,05} \dots -\frac{y}{0,05}$; д) $(2 - \sqrt{5})x \dots (2 - \sqrt{5})y$;

в) $x(-0,1)^{17} \dots y(-0,1)^{17}$; е) $(7 - 3\sqrt{7})x \dots (7 - 3\sqrt{7})y$.

1.7.

Известно, что $a < b$. Расположите в порядке убывания числа:

$$a, a - 2,65, b + 0,04, b, a - 2\frac{2}{3}.$$

2. Свойства числовых неравенств.

2.1. Если $a + 9 \geq b + 9$, то:

1) $a \leq b$ 2) $a < b$ 3) $a \geq b$ 4) $a > b$

2.2. Если $a < b$, то:

1). $-3a < -3b$ и $6a < 6b$

2). $-3a < -3b$ и $6a > 6b$

3). $-3a > -3b$ и $6a < 6b$

4). $-3a > -3b$ и $6a > 6b$

2.3. Известно, что $a < b$, $c > b$. Сравните значения выражений $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{c}$, если: а) a, b, c – положительные числа; б) a, b, c – отрицательные числа.

2.4. Зная, что $a < b$, сравните значения выражений:

А) $-2a$ и $-2b$.

Б) $-\frac{1}{2}b$ и $-\frac{1}{2}a$.

3. Оценивать значение выражений

3.1. Если $7 < x < 12$ и $11 < y < 13$, то:

1). $4 < y - x < 1$ 2). $1 < y - x < 4$ 3). $6 < y - x < 1$

3.2. $1 < y - x < 6$. Если $x < 7 < y$, то верно неравенство:

$$1). \quad x - 7 > 0 \quad 2). \quad x - y > 0$$

$$3). \quad 7 - y < 0 \quad 4). \quad 7 - x < 0$$

3.3 Дан прямоугольник со сторонами x см и y см. Известно, что $1,2 < x < 1,3$ и $4 < y < 5$.

А) Оцените периметр прямоугольника.

Б) Оцените площадь прямоугольника.

3.4.

Зная, что $0,25 < a < 0,26$, оцените значение выражения:

а) $2a + 1$; б) $-4a$; в) $\frac{1}{a}$; г) $4 - \frac{5}{a}$.

3.5

Зная, что $2 < p < 3$ и $4 < q < 5$, оцените значение выражения:

а) $5p + q$; б) $2q - p$; в) $\frac{pq}{2}$; г) $\frac{p}{2q}$.

3.6.

Пользуясь тем, что $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$, оцените значение выражения:

а) $\sqrt{17} - 4$; б) $\sqrt{68}$; в) $-\sqrt{153}$; г) $2 - \sqrt{17}$.

3.7.

Пользуясь тем, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ и $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$, выясните, принадлежит ли промежутку $[1; 6]$ число:

а) $\sqrt{7} + \sqrt{10}$; б) $\sqrt{10} - \sqrt{7}$; в) $\sqrt{70} - 5$; г) $\sqrt{28} - \sqrt{70}$.

3.8.

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $a - 2ab$, если $-2 \leq a \leq -1$, $0,2 \leq b \leq 0,8$.

3.9. Пользуясь тем, что $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, оцените значения выражений:

а) $-4\sqrt{3}$;

б) $2\sqrt{3} + 1$.

3.10. Объединением промежутков $(-\infty; 5)$ и $(-6; 7]$ является множество.

3.11.

Найдите пересечение и объединение промежутков:

а) $[-0,1; 4]$ и $[-0,2; 6]$; б) $(-3,3; +\infty)$ и $(-\infty; 6,4)$.

4. Доказывать неравенства.

4.1. Докажите неравенства:

а) $2(4x - 1) + x < 3(3x + 2)$;

б) $(y - 1)(y + 1) > y^2 - 2$.

4.2.

Используя выделение квадрата двучлена, докажите неравенство:

- а) $144a^2 - 120a + 37 > 0$; в) $225c^2 > 30c - 6$;
б) $121x^2 - 132x + 39 > 0$; г) $49a^2 - 6a > 120a - 91$.

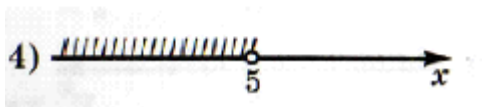
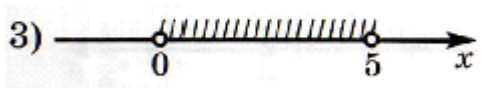
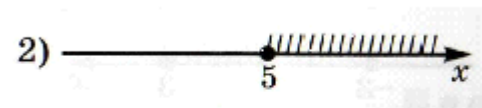
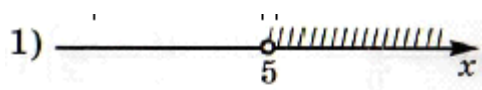
4.3.

Верно ли, что при любом значении переменной x является истинным неравенство:

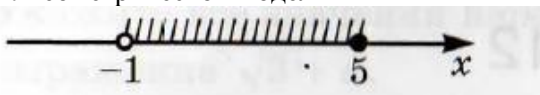
- а) $(2x - 1)(3x + 2) - (2x + 1)(2x - 3) > x(x + 5)$;
б) $2x^2 - 2x + 1 > 4x - 5$?

5. Решение неравенств с одной переменной.

5.1. Неравенству $x > 5$ соответствует геометрическая модель:



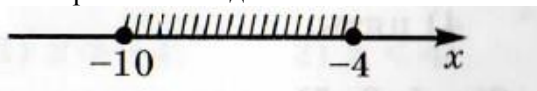
5.2. Геометрической модели



Соответствует неравенство:

- 1). $-1 < x < 5$ 2). $-1 \leq x \leq 5$
3). $-1 < x \leq 5$ 4). $-1 \leq x < 5$

5.3. Геометрической модели



Соответствует промежутку:

- 1). $(-10; -4)$ 2). $[-10; -4]$ 3). $(-10; -4]$ 4). $[-10; -4)$

5.4. Наименьшим целым числом промежутка $[-8, 9; +\infty)$ является число.

5.5. Решите неравенство:

- 1) $-5x < 18$
2) $-4 \geq \frac{x}{3}$
3) $8x - 5 > 2x + 5$
4) $5 - x > -x - 1$
5) $2 - 3x \geq 5 - 3x$
6) $-10 < 3x - 4 < 2$

7). $2(3x - 7) - 5x \leq 3x - 11$

5.6. При каких значениях аргумента функция $y=1,5x+2$ принимает:

- 1) Положительные значения?
- 2) Отрицательные значения?
- 3) Значения, не больше -3 ($y \leq -3$)

5.7. Укажите все значения переменной, при которых имеет смысл выражение $\sqrt{5 - 4b}$.

5.8.

Длина стороны прямоугольника 3 м. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 5 м. (Множество значений длины запишите в виде промежутка).

5.9. Решите неравенства:

а) $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5$;

б) $(x - 4)^2 \geq (x + 4)(x - 4)$.

5.10.

Решите неравенство $(2a - 3)x < x + 3$ при:

а) $a = 3$; б) $a = 2$; в) $a = 1$.

5.11.

При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{-x - 100}$; б) $\sqrt{3 - x} + \frac{x}{\sqrt{2x - 3}}$?

5.12.

При всех значениях параметра a решите неравенство $2x - a \leq ax - 1$.

$$\frac{x - 1}{5} - 2x < 2.$$

5.13. Укажите наименьшее целое решение неравенства:

5.14.

Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравен-

ству $\left(\frac{3}{8} - 0,4\right) \cdot x < \left(0,4 - \frac{3}{8}\right)$.

5.15.

Решите неравенство:

а) $\frac{8x + 3}{16} - \frac{2x - 5}{3} \geq \frac{11 - 7x}{12}$;

б) $(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1)$.

5.16.

Решите неравенство:

а) $\frac{5 - 2x}{4} - \frac{1 - x}{5} \leq 0$;

в) $\frac{5x + 1}{4} - \frac{3 - x}{12} < \frac{5 + 7x}{8} - 2$;

б) $\frac{6x - 1}{3} - \frac{x + 4}{2} - 1,5x > 0$;

г) $\frac{12x - 1}{6} + \frac{3 - 2x}{3} < 1 - \frac{3 - x}{2}$.

5.17.

При каких значениях аргумента график функции $y = \frac{2x}{3} - 2$ находится выше графика функции $y = 8 - x$?

5.18.

При каких значениях a :

а) сумма дробей $\frac{4a+1}{2}$ и $\frac{3-2a}{6}$ меньше 2;

б) разность дробей $\frac{1-3a}{5}$ и $\frac{2-a}{3}$ больше 1,2?

5.19.

При каких натуральных значениях x верно неравенство:

а) $x + \frac{3-x}{4} - \frac{2x-1}{6} < \frac{3x+23}{12}$; б) $x - \frac{x-6}{4} + \frac{2-x}{6} > \frac{2x+1}{2}$?

5.20.

Найдите наибольшее целое значение a , при котором разность дробей $\frac{18-3a}{4}$ и $\frac{6-2a}{3}$ положительна.

5.21. Какие целые значения может принимать y , если

$$0,125 < \frac{1}{y} < 0,25?$$

$$-2 < a + 1 < 7.$$

5.22. Решите двойное неравенство:

5.23.

Решите двойное неравенство:

а) $5 < 6x - 1 < 7$; в) $0 \leq 1 - 8x \leq 17$;

б) $-1,5 \leq \frac{5x-7}{2} \leq 2,5$; г) $-4,2 < \frac{5-4x}{3} < 3,4$.

5.24.

Укажите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

а) $-8 \leq 5 - 13x \leq 8$; б) $-1,5 < \frac{10x-6}{7} < 3,7$.

5.25. Найдите множество решений двойного неравенства:

а) $0,1 \leq 1,2x - 1,1 \leq 2,5$, принадлежащих промежутку $[2; 4]$;

б) $-0,6 \leq 0,1 - 0,7x \leq 2,2$, принадлежащих промежутку $[-5; 0]$.

6. Решать систему неравенств.

6.1.

Решите совокупность неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 2 < x < 5, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{2x+1}{2} - \frac{2-x}{7} > 1, \\ -3x+1 < x+2. \end{cases}$$

6.2.

Решите систему:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,3x - 0,9 > 0, \\ 0 < 5x - 1 < 24; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 10,8 - 2x > 9, \\ -0,6 < 0,4 - x < 0,6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,6x - 8 > 0, \\ -1 < 0,3x - 2 < 1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 5,4 - 3x < 0, \\ -2 < 10 - 4x < 2. \end{cases}$$

6.3.

Найдите целые решения системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - \frac{x-3}{2} \geq 1, \\ 2 - \frac{3x}{4} > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4 - \frac{2x-1}{3} > 0, \\ \frac{6x-1}{4} > \frac{2-x}{3}; \end{cases}$$

6.4. Решите систему неравенств.

$$\text{А) } \begin{cases} 4x - 8 > 12 \\ 6x < 36 \end{cases}$$

$$\text{Б) } \begin{cases} 6 - 2x \leq 0 \\ 8 + 2 \leq 3x - 3 \end{cases}$$

6.5.

Найдите наименьшее целое решение системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x - 1), \\ 6x - 4(x - 1) > 3 + x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \leq -\frac{2}{15}. \end{cases}$$

6.6.

Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,6x - 2,6 > 0,8x + 1,4, \\ 3 - 2,6x > 6 - 2,5x; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} (6x-1)^2 - 3x(12x+2) < 17, \\ 0,5(3-2x) - 2x < 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5(2-8x) < 3-0,2(3-5x), \\ 2(0,1x-1) < 12+0,2(2x-3); \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} (8x-1)(3x+6) - 24x(x+2) > 0, \\ 0,8(x-4) - 1,6x > 4,8. \end{cases}$$

7. Решать неравенства под знаком модуля.

Решите неравенство:

7.1. а) $|x - 1,5| < 1$; б) $|2y + 14| \leq 3$; в) $|17 - 3a| \leq 10$.

При $a = -2; -1; 1$ решите неравенство:

7.2. а) $|x - 2| < a + 1$; б) $|x - 2| > a + 1$.

7.3.

Среди чисел $-3; 4; 7; 10$ найдите решения системы неравенств

$$\begin{cases} 2 - (3 + 2x) > 3 - (3x - 2), \\ |3 - x| < 6. \end{cases}$$

7.4.

Из множества чисел $\{-2; -1; 0; 1; 3\}$ выделите подмножество, состоящее из решений неравенства $|1 - |x + 1|| > 0$.