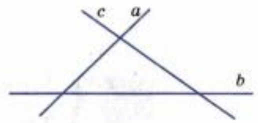
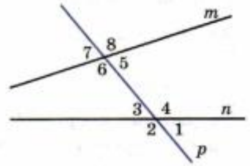
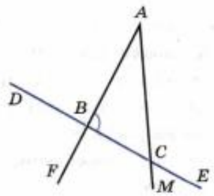
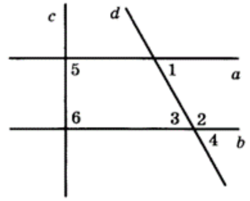
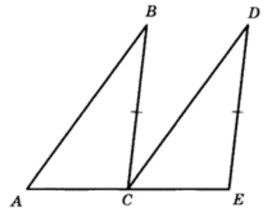
Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

Название раздела	Уровень сложности	Задания из учебника: Геометрия 7-9 классы: учеб. Для общеобразоват организаций Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов. С.Б.Кадомцев	Рабочая тетрадь по геометрии Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, Ю.А.Глазков, И.И.Юдина	Различные источники

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

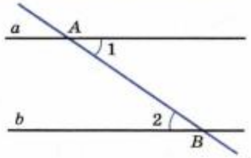
Признаки параллельности двух прямых	А	191,194, 212,215,216,218	**87** Какая прямая на рисунке является секущей по отношению к двум другим прямым?  Ответ. Прямая a — секущая по отношению к прямым b и c; прямая b — ________ ; прямая c — ________ **88** На рисунке прямые m и n пересечены секущей p. Из восьми образовавшихся углов, обозначенных цифрами, выпишите все пары углов: а) накрест лежащих; б) односторонних; в) соответственных.  Ответ. а) $\angle 3$ и $\angle 5$; ________ б) ________ в) ________ **89** На рисунке прямые AF и AM пересечены секущей DE в точках B и C. Назовите угол, который составляет с углом ABC пару углов: а) односторонних; б) накрест лежащих; в) соответственных.  Ответ. а) ________ б) ________ в) ________	**1.** Параллельны ли прямые a и b (рис. 14), если: 1) $\angle 1 = \angle 3$; 2) $\angle 1 = \angle 4$; 3) $\angle 1 + \angle 2 = 180°$; 4) $\angle 5 = \angle 6 = 90°$?  Рис. 14  Рис. 15 **2.** На рисунке 15 $\triangle ABC = \triangle CDE$, $BC = DE$. Докажите, что $AB \parallel CD$.

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>

91

Теорема. **Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы ________________, то прямые ___________________**

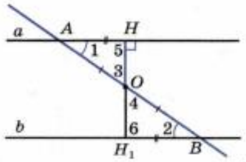


а)

Дано: прямые a и b и их секущая AB, углы 1 и 2 накрест лежащие, $\angle 1 = \angle 2$ (рисунок a).

Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство. Если углы 1 и 2 прямые, то $a \perp AB$, $b \perp AB$, поэтому $a \parallel b$. Рассмотрим случай, когда углы 1 и 2 не прямые. На рисунке *б* точка O — середина отрезка AB, $OH \perp a$, $BH_1 = AH$.



б)

1) $\triangle OHA = \triangle OH_1B$ по ____, поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$.

2) Из равенства углов 3 и 4 следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH, т. е. точки H, O и H_1 лежат _________________________

3) Из равенства углов 5 и 6 следует, что $\angle 6 =$ ______, т. е. HH_1 __ b.

4) Итак, прямые a и b __________________ к прямой _____, поэтому они _________________. Теорема доказана.

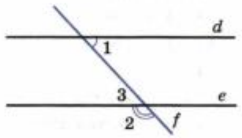
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Тема «Параллельные прямые»

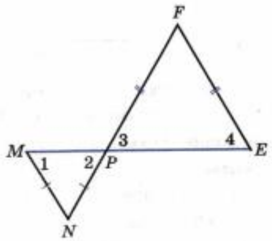
группа 7.5

6 часов

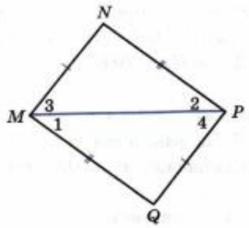
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>
92

На рисунке $\angle 1 = 47°$, $\angle 2 = 133°$. Докажите, что $d \parallel e$.
Доказательство.
1) $\angle 3 = 180° -$ ______ $=$ ______ , т. е. $\angle 1 = \angle 3$.
2) Равные углы 1 и 3 — ____________________ , поэтому $d \parallel e$.


93

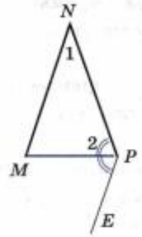
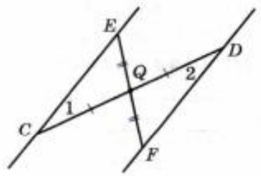
На рисунке $MN = NP$, $PF = FE$. Докажите, что $MN \parallel FE$.
Доказательство.
1) $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, так как в равнобедренном треугольнике ____________________
2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы ____________________ . Следовательно, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.
3) Равные углы 1 и 4 — ____________________ при пересечении прямых MN и FE секущей ____ , поэтому $MN \parallel FE$.


94

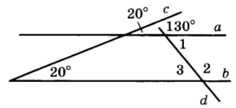
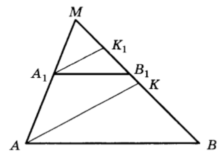
На рисунке $MN = PQ$, $MQ = PN$. Докажите, что $MQ \parallel PN$, $MN \parallel PQ$.
Доказательство.
1) $\triangle MNP = \triangle PQM$ по ____________________ , следовательно, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
2) Равные углы 1 и 2 — ____________________ при пересечении прямых ____________ секущей ____ , поэтому $MQ \parallel PN$.
3) Равные углы 3 и 4 — ____ , поэтому $MN \parallel PQ$.


</td>
<td></td>
</tr>
</table>

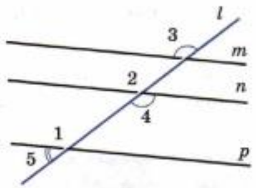
Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

			99 На рисунке $\angle 1 = 38°$, $\angle 2 = 71°$, луч PM — биссектриса угла EPN. Докажите, что $PE \parallel MN$.  Доказательство. 1) $\angle EPN = 2 \cdot \angle 2 = 142°$, так как ____________________ 2) $\angle EPN + \angle 1 =$ _____ + _____ = _____, т. е. сумма односторонних углов EPN и 1, образованных при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____, равна _____. Поэтому $PE \parallel MN$. **100** На рисунке точка Q — середина отрезков CD и EF. Докажите, что $EC \parallel DF$.  Доказательство. 1) $\triangle CEQ = \triangle DFQ$ по ____________________, следовательно, углы 1 и ___ равны. 2) Равные углы ___ и ___ — ____________________, поэтому $EC \parallel DF$.	
	Б	220,221,222		1. В тре¬уголь¬ни¬ке ABC дано: AB = BC, AD = DE, угол C =70 градусов, угол EAC=135 градусов.. До¬ка¬зать, что DE||AC. 2. В треугольнике ABC дано: AB = BC, AD = DE, угол C =70 градусов, угол

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

				EAC=135 градусов.. Доказать, что $DE \parallel AC$. 3. 2°. Даны прямая и отрезок. Постройте точку, такую, чтобы перпендикуляр, опущенный из этой точки на прямую, равнялся данному отрезку. 4. а) На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки M и H соответственно; $\angle A = \angle BMH = 50°$, $\angle C = 60°$. Найдите $\angle MHC$. б) В треугольнике ABC $\angle A = 50°$, $\angle C = 80°$. Докажите, что биссектриса внешнего угла треугольника при вершине C лежит на прямой, параллельной прямой AB. в) На одной стороне неразвернутого угла взяты точки A и C, на другой B и D, так что $AB \parallel CD$. Точка M принадлежит отрезку AB; $\angle MCA = \angle MCD$, $\angle MDC = \angle MDB$. Докажите, что $AB = AC + BD$. 1. Используя данные рисунка 18, найдите углы 1, 2 и 3.  Рис. 18  Рис. 19 1. 2. На рисунке 19 $A_1B_1 \parallel AB$, A_1K_1 — биссектриса угла MA_1B_1, AK — биссектриса угла MAB. Докажите, что $\angle MA_1K_1 = \angle MAK$. Могут ли пересекаться прямые A_1K_1 и AK?
	С			

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

Аксиома параллельных прямых	А	204,206,210	**107** На рисунке $\angle 3 = \angle 4 = 138°$, $\angle 5 = 42°$. Какие из прямых m, n и p являются параллельными?  Решение. 1) $\angle 2 = \angle 4$, так как эти углы ___, $\angle 3 = \angle 4$ по ___, поэтому $\angle 2 = \angle$ ___ Равные углы 2 и 3 — ___ ___ при пересечении прямых ___ и ___ секущей ___, поэтому $m \parallel n$. 2) Углы 1 и 5 ___, поэтому $\angle 1 = 180° - \angle$ ___ = ___, а так как $\angle 3 =$ ___ по условию, то $\angle 1 = \angle 3$. Равные углы 1 и 3 — ___ при пересечении прямых ___ и ___ секущей ___, поэтому $m \parallel p$. 3) $m \parallel n$ и $m \parallel p$, поэтому, согласно следствию 2° из аксиомы параллельных прямых, $n \parallel p$. Ответ. ___	Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, в 3 раза больше другого. Чему равны эти углы? В прямоугольном треугольнике ACB ($\angle C = 90°$), $E \in AC$, $F \in AB$, причем $EF \parallel CB$, EK — биссектриса треугольника AEF. Чему равен угол AEK? 3. Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых a и b секущей c, если: а) один из углов равен 150°; б) один из углов на 70° больше другого.

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

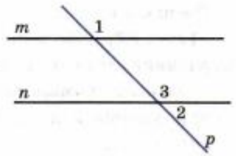
111

На рисунке $m \parallel n$, p — секущая, угол 1 в три раза больше угла 2. Найдите $\angle 3$.

Решение.

1) $\angle 3 = \angle 1$, так как эти углы ____________________ ____________________ ____________, следовательно, угол 3 в три раза больше угла 2.

2) Углы 2 и 3 — ________________, поэтому их сумма равна ______, т. е. $\angle 2 + 3 \cdot \angle 2 =$ ______, откуда $\angle 2 =$ ______, а $\angle 3 =$ ______



Ответ.

$\angle 3 =$ ______

112

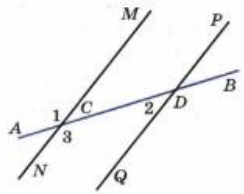
На рисунке $MN \parallel PQ$, AB — секущая, угол 1 на 110° больше угла 2. Найдите $\angle 3$.

Решение.

1) $\angle 1 = \angle 3$, так как ____________ ____________________, поэтому угол 3 на 110° больше угла 2, т. е. $\angle 3 = \angle 2 +$ ______

2) $\angle 3$ и $\angle 2$ — ____________________ ____________ при пересечении ________ ________________ прямых MN и PQ секущей AB, а потому $\angle 3 + \angle 2 =$ ______

3) Итак, $\angle 2 + 110^\circ + \angle 2 =$ ______, откуда $\angle 2 =$ ______, следовательно, $\angle 3 = \angle 2 +$ ______ $=$ ______



Ответ.

$\angle 3 =$ ______

Тема «Параллельные прямые»

группа 7.5

6 часов

113

На рисунке треугольник MNP прямоугольный, $\angle N = 90°$, $PF \parallel MN$, $\angle MPF = 42°$.

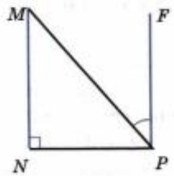
Найдите $\angle MPN$ и $\angle M$.

Решение.

1) $PN \perp PF$, так как прямая PN, перпендикулярная к одной из параллельных прямых MN и PF, перпендикулярна и к другой, поэтому $\angle FPN =$ ____

2) $\angle MPN = \angle FPN - \angle$ ____ $= 90° -$ ____ $=$ ____

3) $\angle M$ __ $\angle MPF = 42°$, так как ____



Ответ.

$\angle MPN =$ ____, $\angle M =$ ____

114

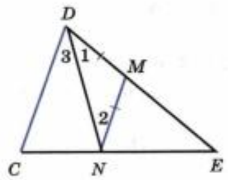
На рисунке $MN \parallel CD$, $MN = MD$. Докажите, что DN — биссектриса угла D.

Доказательство.

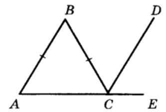
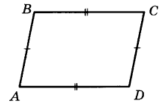
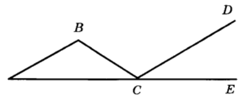
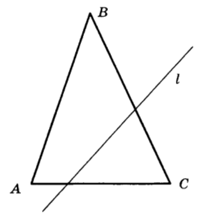
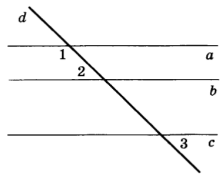
1) $\angle 1 = \angle 2$, так как ____

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы ____

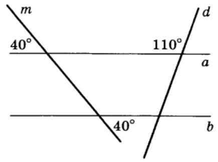
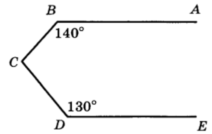
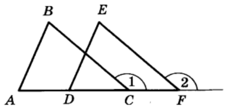
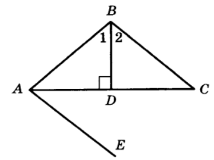
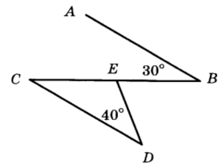
3) Итак, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle 3$, поэтому $\angle$ __ $= \angle$ __, т. е. луч DN — биссектриса угла D.



Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

	Б			1. На рисунке 60 $AB = BC$, $\angle A = 60°$, CD — биссектриса угла BCE. Докажите, что $AB \parallel CD$.  Рис. 60  Рис. 61 2. На рисунке 61 $AB = CD$ и $BC = AD$. Докажите, что $BC \parallel AD$. **С—14** 1. С помощью угольника и линейки через вершины A, B и C проведите прямые a, b и c, параллельные прямой l. Параллельны ли эти прямые между собой? Пересечет ли прямая AC прямую l? Дайте объяснение (рис. 62). 1. 1. На рисунке 84 $AB = BC$, $\angle A = 30°$, $\angle DCE = \frac{1}{5}\angle BCE$. Докажите, что $AB \parallel CD$.  Рис. 84 2. 2. Отрезки BD и AC пересекаются в точке O так, что $AO = OC$ и $BO = OD$. Докажите, что $BC \parallel AD$. 1. С помощью угольника и линейки через вершины B, A и C треугольника ABC проведите прямые a, b и c, параллельные l (рис. 85). Параллельны ли эти прямые между собой? Пересечет ли эти прямые прямая, проведенная через вершину A и отличная от a? Почему?  Рис. 85  Рис. 86 3. 2. На рисунке 86 $\angle 1 + \angle 2 = 180°$ и $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что $a \parallel c$.

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

				С—16 1. Может ли еще один из семи остальных углов, образованных при пересечении прямых a и b с прямой d (рис. 89), быть равен 110°? Равен 60°? Почему?  Рис. 89  Рис. 90 4. 2. На рисунке 90 $BA \parallel DE$, $\angle CBA = 140°$, $\angle CDE = 130°$. Докажите, что $BC \perp CD$. 1. На рисунке 108 $\angle 1 = \angle 2$, $BC = EF$, $AD = CF$. Докажите, что $AB \parallel DE$. 2. На рисунке 109 $\angle 1 = \angle 2$, $BD \perp AC$, AC — биссектриса угла BAE. Докажите, что $BC \parallel AE$.  Рис. 108  Рис. 109 5. На рисунке 134 $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 30°$, $\angle CDE = 40°$. Найдите угол BED.  Рис. 134 6. Внутри треугольника ABC выбрана точка M. Через нее проведена прямая, параллельная AC и пересекающая стороны AB и BC соответственно в точках D и E, причем $MD = AD$ и $ME = EC$. Докажите, что M — точка пересечения биссектрис треугольника.

Тема «Параллельные прямые»
группа 7.5
6 часов

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td></td><td></td><td></td><td>7. На рисунке 142 $AM = MD$, $DE = DF$ и $AE = AF$. Докажите, что $MD \parallel AF$.

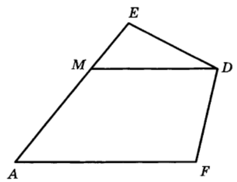



Рис. 142
На отрезке AB взята точка C. Через точки A и B проведены по одну сторону от AB параллельные лучи. На них отложены отрезки $AD = AC$ и $BE = BC$. Точка C соединена отрезками прямых с точками D и E. Докажите, что $DC \perp CE$.
8. С—16
На рисунке 154 $AB = BC$, $AO = OD$ и $BO = OC$. Докажите, что BD — биссектриса $\angle EBC$.

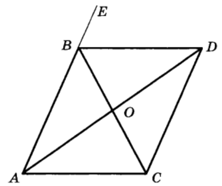



Рис. 154</td></tr>
<tr><td>С</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>