

7.1, 7.2, 7.3 классы (профильный уровень)

2018-2019 уч.год

Алгебра (учебник С.М. Никольский)

Тема модуля «Алгебраические дроби»

Теоретическая часть:

1. Алгебраические дроби и их свойства
2. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю
3. Арифметические действия с алгебраическими дробями.
4. Рациональные выражения.
5. Числовое значение рационального выражения.
6. Тождественное равенство рациональных выражений

Планируемые результаты:

Выпускник научиться:

- оперировать понятием алгебраическая дробь

Выпускник получит возможность:

- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей

Примерные практические задания:

7.1-7.2. Алгебраические дроби и их свойства. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю.

1. Чем являются числитель и знаменатель алгебраической дроби? _____

2. Выберите алгебраические дроби среди данных выражений:

$\frac{25x^2}{14}$ $\frac{56x^2y}{x+4}$ $\frac{9x^2}{27}$ $\frac{13+a^4}{19a}$ $\frac{94a^2b}{13}$ $\frac{81}{35}$

3. Какие значения переменной называются допустимыми:

- а) значения переменной, при которых числитель алгебраической дроби равен нулю;
- б) значения переменной, при которых знаменатель алгебраической дроби равен нулю;
- в) значения переменной, при которых числитель алгебраической дроби не равен нулю;
- г) значения переменной, при которых знаменатель алгебраической дроби не равен нулю.

4. Найдите допустимые значения переменной алгебраической дроби

$$\frac{27 - 3x}{5x - 10}$$

- а) все значения x ;
- б) все значения x , кроме 0;
- в) все значения x , кроме 2;
- г) все значения x , кроме 9 и 2;
- д) все значения x , кроме 9.

5. При каком значении a дробь $\frac{a(3-a)}{12a+6}$ не определена?

- а) -2; б) 3; в) $-\frac{1}{2}$; г) другой ответ.

6. Напишите алгебраическую дробь с числителем $25x^2-49$ и знаменателем $5x+7$. Сократите эту дробь.

7. Преобразуйте дробь так, чтобы знак, стоящий перед дробью, изменился на противоположный

- а) $-\frac{b^2-2}{x-2}$; б) $\frac{-x-2}{-a-b}$

8. Приведите дробь к знаменателю $12x^2y$

- а) $\frac{5x}{12x}$ б) $\frac{7x}{4y}$ в) $\frac{1}{6x^2}$ г) $\frac{5}{3xy}$

9. Приведите дробь $\frac{a}{x-2}$ к знаменателю:

- а) x^2-2x б) $5x-10$ в) x^2-4 г) $4-x^2$
- д) $6-3x$ е) x^3-8 ж) $(x-2)^2$

10. Сократите дробь $\frac{9x^5y^7}{36xy^5}$.

- 1) $4x^4y^2$; 2) $0,25x^6y^{12}$; 3) $4x^6y^{12}$; 4) $0,25x^4y^2$.

11. Сократите дробь $\frac{-12a^9b^6}{(-3a^2b^2)^4}$.

- 1) $-\frac{4a}{27}$; 2) $-\frac{4a}{27b^2}$; 3) $\frac{4a}{27b^2}$; 4) другой ответ.

12. Представьте дробь $\frac{c-3}{c+3}$ в виде дроби со знаменателем (c^2+2c) .

1) $\frac{c(c-3)}{c^2+2c}$; 2) $\frac{(c-3)}{c^2+2c}$; 3) $\frac{1}{c^2+2c}$; 4) cc^2+2c .

13.

Сократите дробь $\frac{a(7-b)}{c(b^2-49)}$.

1) $-\frac{a}{c(b+7)}$ 2) $\frac{a}{c(b+7)}$
3) $\frac{a}{c(b-7)}$ 4) $\frac{a}{c(7-b)}$

14.

Сократите дробь $\frac{a^2(a^2+8a+16)}{3a(a+4)}$.

А. $\frac{a-4}{3}$ Б. $\frac{a+4}{3}$ В. $\frac{a(a+4)}{3}$ Г. $\frac{a(a-4)}{3}$

15. Приведите дробь к общему знаменателю:

а) $\frac{x}{x-2}$ и $\frac{1}{2-x}$; б) $\frac{2x}{3x+6}$ и $\frac{5}{x+2}$; в) $\frac{13x}{25+x^2}$ и $\frac{x-1}{10+2x}$.

16. Приведите дроби $\frac{7a}{8}$ и $\frac{12}{5a}$ к общему знаменателю. Укажите правильный ответ.

- $\frac{7a}{40a}$ и $\frac{12}{40a}$
- $\frac{35a}{40a}$ и $\frac{96}{40a}$
- $\frac{35a^2}{40a}$ и $\frac{96}{40a}$
- $\frac{35}{40a}$ и $\frac{96}{40a}$

17. Разложите знаменатели дробей $\frac{4}{b^2-9}$ и $\frac{3}{2b-6}$ на множители и приведите дроби к общему знаменателю.

Укажите правильный ответ.

- $\frac{8}{b^2-9}$ и $\frac{3(b+3)}{b^2-9}$
- $\frac{8}{2(b^2-9)}$ и $\frac{3(b+3)}{2(b^2-9)}$
- $\frac{8}{b^2-9}$ и $\frac{3}{b^2-9}$
- $\frac{4}{b^2-9}$ и $\frac{3(b+3)}{b^2-9}$

7.3 Арифметические действия с дробями

Сложение/вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

18.

Найдите сумму дробей:

а) $\frac{3a}{a-2b}$ и $\frac{b-1}{a-2b}$;

г) $\frac{q-p}{p-2}$ и $\frac{2p-q-2}{p-2}$;

б) $-\frac{4m^2}{7w^3}$ и $-\frac{3m^2}{7w^3}$;

д) $\frac{49p^2}{7p-3b^2}$ и $\frac{-9b^4}{7p-3b^2}$;

в) $\frac{6g^5t^4}{3t^3-8t^6}$ и $\frac{-5g^5t^4}{3t^3-8t^6}$;

е) $\frac{6,4h^6}{6,4h^3-8h^6}$ и $\frac{3,6h^6}{6,4h^3-8h^6}$.

19.

Найдите разность дробей:

а) $\frac{2x+y}{x-3y}$ и $\frac{2x-y}{x-3y}$;

д) $\frac{w^2-w+1}{(w+1)^2}$ и $\frac{w}{(w+1)^2}$;

б) $\frac{a-2b}{a+2b}$ и $\frac{a+2b}{a+2b}$;

е) $\frac{f^3+g^3}{(f+g)^3}$ и $\frac{-3fg(f+g)}{(f+g)^3}$;

в) $\frac{rd-r^3}{d-r^4}$ и $\frac{rd-r^5+r^3}{d-r^4}$;

ж) $\frac{2n-11n}{5n+14n}$ и $\frac{-7n-3n}{5n+14n}$;

г) $\frac{i-7u}{iu}$ и $\frac{i+7u}{iu}$;

з) $\frac{5k^4u^6}{3ku^3-5ku^5}$ и $\frac{3rx}{3ku^3-5ku^5}$.

Сложение/вычитание дробей с разными знаменателями

20.

Найдите алгебраическую сумму дробей:

а) $\frac{x+3y}{3x-9y} + \frac{3x-2y}{2x-6y}$;

г) $\frac{-4b+7k}{40t+36u} + \frac{9f+7y}{100t+90u}$;

б) $\frac{9d-10l}{-90-45d} + \frac{5z}{-10-5d}$;

д) $\frac{10m}{-16g+40s} + \frac{-2h-10z}{28g-70s}$;

в) $\frac{9h-4t}{-60j+36x} + \frac{-2s-10u}{-90j+54x}$;

е) $\frac{-6f-5k}{100+30j} + \frac{p+10u}{-60-18j}$.

21.

Выполните действия:

а) $\frac{2x-y}{6x^2y} + \frac{x-3y}{4xy^2}$;

г) $-\frac{8w-2x}{2d^4l^2} + \frac{-w+5x}{7dl^6}$;

б) $\frac{4z}{3k^2p^2} - \frac{-8d-2r}{7k}$;

д) $-\frac{2h-6r}{6t^4u^6} + \frac{7h+10r}{7tu^6}$;

в) $\frac{r-c}{6m^5n} + \frac{r+c}{m^5n}$;

е) $\frac{8e+6y}{6w^6q^6} + \frac{e-y}{7w^2q}$.

Умножение/деление дробей

22.

Найдите произведение дробей:

а) $\frac{3a}{a-2b} \cdot \frac{a-2b}{b-1}$;

г) $\frac{l}{4a-7c} \cdot \frac{l^2-1}{4a-7c}$;

б) $\frac{10d-5j}{8i-4x} \cdot \frac{6i-3x}{10d+5j}$;

д) $-\frac{5j^3v^3z^2}{2a^3p^2} \cdot -\frac{ip^3+p^2}{2a^3j^3}$;

в) $-\frac{6t^2z^2}{f^3} \cdot \frac{f^4}{3t^3z^5}$;

е) $\frac{4k^2}{3m^2p} \cdot \frac{3a+6b}{4k}$.

23.

Найдите частное дробей:

а) $\frac{2x+y}{x-3y} \cdot \frac{2x-y}{x-3y}$;

г) $-\frac{3i}{10r-8x} \cdot -\frac{3i+3}{5r-4x}$;

б) $\frac{6x+5y}{-r+3s} \cdot \frac{5x+6y}{-2r+6s}$;

д) $\frac{4al}{5x-6z} \cdot \frac{12al}{5x+6z}$;

в) $\frac{-10d-7t}{3t-6x} \cdot \frac{7s^3v}{t-2x}$;

е) $-\frac{5c}{2x+z} \cdot \frac{5cj^2}{8x+4z}$.

24.

Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{4m}{9a^3b} : \frac{2mn}{3a^2b^2} \cdot 6ab^3;$$

$$\text{г) } \frac{6u^3}{7z^2} : \frac{7}{5x^2} \cdot \frac{343z^2}{30u^3x^2};$$

$$\text{б) } \frac{2u^3}{9} : \frac{8c}{7u} \cdot \frac{324cg^3}{7u^4};$$

$$\text{д) } -\frac{3}{2s} : \left(-\frac{3}{h}\right) \cdot \left(-\frac{2s}{h}\right);$$

$$\text{в) } -\frac{2g}{e^3} : \frac{10m^2}{9p^2} \cdot \frac{35y^3j^2}{9gp^2};$$

$$\text{е) } \frac{3w^3}{y} : \left(-\frac{7a}{3j^3}\right) \cdot \frac{7ag^3y}{j^3w^3}.$$

7.4 Упрощение рациональных выражений

25.

Упростите выражение:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{2a-5b} + \frac{2}{2a+b} + \frac{3}{2a-b}\right) : \frac{b^2}{4a^2-b^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}\right) : \frac{1-2s-s^2}{6+5s+s^2};$$

$$\text{в) } \left(\frac{2x+2}{x} - \frac{2x+3}{x^2} - \frac{2x-3}{x^3}\right) : \frac{x-1}{x^3};$$

$$\text{г) } \left(\frac{k+l}{k} - \frac{k}{k+l} - k \frac{k-l}{k+l}\right) : \frac{l^2 - k^3 + 2kl + k^2l}{k+l};$$

$$\text{д) } \left(\frac{h}{h-1} - \frac{2h^2}{h^2-1} + \frac{h^3}{h+1}\right) : \frac{h^3}{h^2-h};$$

7.5 Нахождение числовых значений рациональных выражений. Доказательство тождеств.

26.

Найдите значение рационального выражения:

$$\text{а) } \frac{12}{x^2-4} + \frac{3}{x+2} \text{ при } x = 2002;$$

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2+2x+1} - \frac{x-1}{x+1} \text{ при } x = 19;$$

$$\text{в) } \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2} \text{ при } a = 0,05, b = 13\frac{14}{15}.$$

27.

Преобразуйте в алгебраическую дробь рациональное выражение

$$\frac{2}{x-2} - \frac{12x}{x^3-8} - \frac{x-2}{x^2+2x+4}$$

и найдите значение полученной дроби при: а) $x = 0$;
б) $x = 2$.

28.

Докажите тождество:

а) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{8x}{x^2-4}$;

б) $\frac{10}{x^2+2x+1} : \frac{x}{x+1} = \frac{10}{x^2+x}$;

в) $\left(x + 5 + \frac{25}{x-5}\right) \cdot \frac{x-5}{x^2} = 1$;

г) $\left(\frac{x-3}{x+3} + \frac{x+3}{x-3}\right) : \frac{x^2+9}{x^2-9} = 2$.

29.

Докажите тождество:

а) $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-2}{x+1} = \frac{6x}{x^2-1}$;

б) $\frac{(a+b)^3}{(a-b)^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} = \frac{(a+b)^2}{a-b}$;