

6 класс

2018-2019 уч.год

Банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(учебник Дорофеев Г.В)

Тема модуля: «Множества. Комбинаторика»

***Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:***

***(Глава 10 «Множества. Комбинаторика»)***

1. Понятие множества. Виды множеств.
2. Операции над множествами. Объединение и пересечение множеств.
3. Понятие кругов Эйлера. Алгоритм решения задач с помощью кругов Эйлера.
4. Комбинаторные задачи. Метод перебора, метод таблиц
5. Комбинаторные задачи. Дерево вариантов.

***В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:***

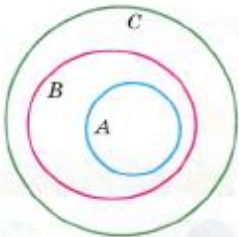
1. Описывать совокупности предметов или объектов, задавать множество различными способами, отыскивать элементы множества по математической модели.
2. Находить пересечения и объединения множеств.
3. Строить логические цепи рассуждений. Обосновывать способы решения задач.
4. Применять метод перебора и таблицы при решении комбинаторных задач.
5. Применять графы при решении комбинаторных задач
6. Применять правило умножения для решения комбинаторных задач.

***Умения, характеризующие достижения этого результата:***

1. Уметь совершать операции над множествами
2. Уметь решать задачи с помощью кругов Эйлера.
3. Уметь решать комбинаторные задачи используя различные методы.

## Примерные практические задания

### 1. Понятие множества

1.1	<p>Запишите на символическом языке соотношения между множествами.</p> <p>А и В _____</p> <p>А и С _____</p> <p>С и В _____</p> <p>А, В и С _____</p> 
1.2	<p>Пусть А – множество натуральных чисел, кратных 5 и В – множество натуральных чисел, кратных 10. Запишите любые шесть чисел, принадлежащих множеству А и шесть любых чисел, принадлежащих множеству В.</p> <p>А: _____ В: _____</p>
1.3	<p>Пусть С – множество чисел кратных 9 и D – множество чисел, кратных 3. Какое соотношение связывает эти множества? Заполните пропуски в предложении: Если число делится на _____, то оно делится и на _____, но из того что число делится на _____, не следует, что оно делится на _____.</p>
1.4	<p><b>3.</b> Даны множества: А — множество целых отрицательных чисел, N — множество натуральных чисел, Z — множество целых чисел. Прочитайте разными способами указанные соотношения между множествами: а) <math>N \subset Z</math>; б) <math>A \subset Z</math>; в) <math>N \not\subset A</math>.</p> <p>Подсказка. а) <i>Способ 1:</i> множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел. <i>Способ 2:</i> каждый элемент множества N принадлежит также множеству Z. <i>Способ 3:</i> каждое натуральное число — целое число.</p>
1.5	<p>Какое утверждение неверно?</p> <p>1) <math>-7 \notin N</math>      2) <math>5 \notin Q</math>      3) <math>\frac{2}{3} \notin Z</math>      4) <math>0 \notin N</math></p>
1.6	<p>Сколько элементов содержит множество букв в слове МАТЕМАТИКА?</p> <p>1) 6      2) 7      3) 9      4) 10</p>
1.7	<p>1. Конечным или бесконечным является данное множество и имеет ли оно наибольший элемент, если это:</p> <p>а) множество двузначных чисел; б) множество целых чисел, больших -5; в) множество натуральных чисел, меньших 10; г) множество натуральных чисел, кратных 3?</p>
1.8	<p>1. Прочитайте запись и скажите, верно ли утверждение: а) <math>100 \in N</math>; б) <math>4,7 \notin N</math>; в) <math>1,5 \in Z</math>; г) <math>4,7 \notin Z</math>; д) <math>-17 \in Z</math>.</p>

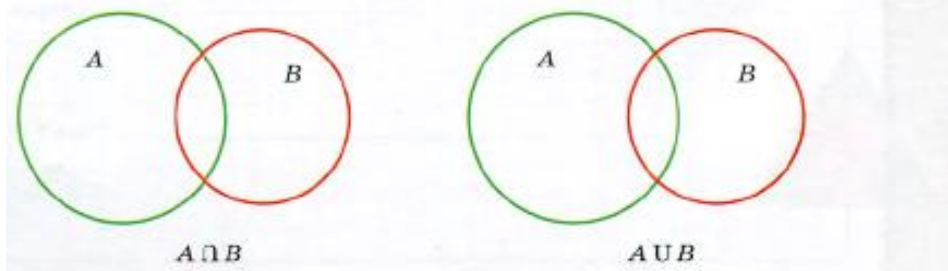
1.9

4. Дано множество  $A = \{-19, -10, -7, -3, -1, 0, 12\}$ . Принадлежит ли этому множеству число, которое получится при сложении чисел 8 и  $-15$ ? при вычитании 9 из  $-10$ ? при делении  $-30$  на  $-10$ ? при сложении 11 и  $-1$ ? при умножении  $-4$  на  $-3$ ?

## 2. Операции над множествами

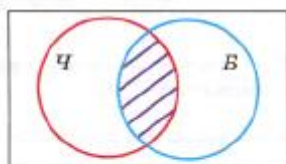
2.1

Покажите штриховкой множества  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ .

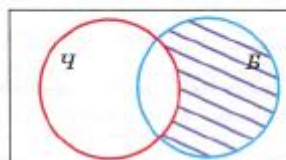


2.2

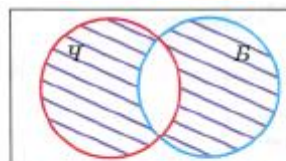
На схеме прямоугольник изображает всех учащихся 6 класса, круг Ч – те, кто любит чёрный шоколад, а круг Б – тех, кто любит белый шоколад. Штриховкой выделено некоторое подмножество этих шестиклассников. Поставьте в соответствие каждому рисунку соответствующее описание выделенного множества.



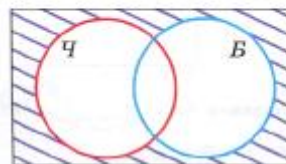
1) Те, кто не любит ни чёрный, ни белый шоколад.



2) Те, кто любит и чёрный и белый шоколад.



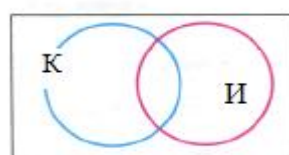
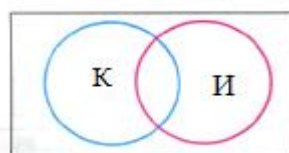
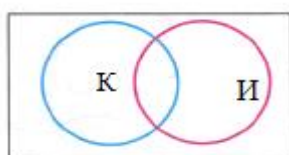
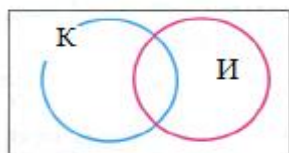
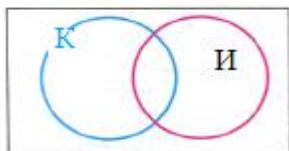
3) Те, кто любит какой-нибудь один вид шоколада: или чёрный или белый.



4) Те, кто любит белый и не любит чёрный шоколад

2.3

На рисунке прямоугольник изображает всех девятиклассников школы, круг К – те, кто пользуется социальной сетью «ВКонтакте», круг И – те, кто пользуется сетью «Инстаграм». Покажите штриховкой следующие подмножества девятиклассников школы:



1) Сидят и в «ВКонтакте» и в «Инстаграме».

2) Не пользуются ни той, ни другой сетью.

3) Сидят только в «ВКонтакте».

4) Сидят только в «Инстаграме».

5) Пользуются хотя бы одной социальной сетью.

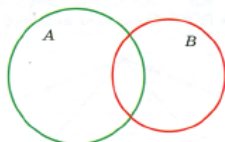
2.4

Элементы множеств А и В обозначены на схеме точками. Сколько элементов содержит:

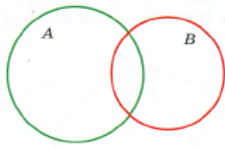
Множество А	
Множество В	
Множество $A \cap B$	
Множество $A \cup B$	

2.5

Изобразите на схеме следующую ситуацию: множества А и В содержат соответственно 4 и 6 элементов, а множество  $A \cap B$  – 2 элемента. Сколько элементов содержит множество  $A \cup B$ ?



Расположите 4 элемента в множествах А и В так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента



Пусть множество  $A$  содержит  $m$  элементов, а множество  $B$  содержит  $n$  элементов. Какое условие должно выполняться, чтобы множество  $A \cup B$  содержало  $m+n$  элементов?

Ответ: \_\_\_\_\_

**2.6** Даны два множества  $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  и  $D = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Найдите множества  $C \cap D$  и  $C \cup D$ .

О т в е т:  $C \cap D =$  \_\_\_\_\_  $C \cup D =$  \_\_\_\_\_

**2.7** 3. Даны множества:  
 $A = \{5, 7, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17\}$ ,  $C = \{7, 9, 11, 13\}$ .

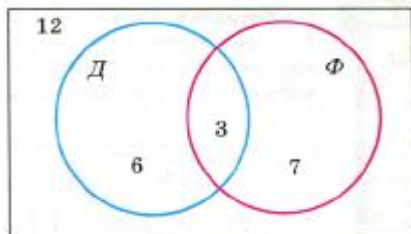
Найдите:

а)  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ;

б)  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ .

### 3. Решение задач с помощью кругов Эйлера

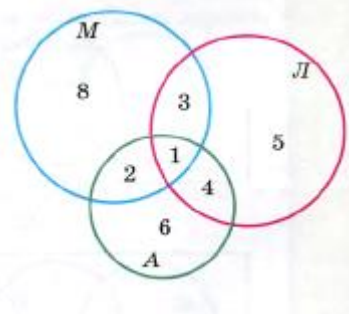
**3.1** На схеме отражены результаты опроса учащихся 6 классов об их отношении к детективной литературе и фантастике. Прямоугольник отображает всех учащихся 6 класса, круг  $D$  – множество учащихся, любящих детективы, круг  $F$  – шестиклассники, любящие фантастику.



Ответьте на вопросы:

- Сколько учеников не читают ни детективы, ни фантастику?
- Сколько шестиклассников любят детективы, но не читают фантастику?
- Сколько шестиклассников любят читать и детективы и фантастику?
- Сколько учащихся любят фантастику и не любят детективы?
- Сколько учащихся увлекается хотя бы одним из указанных видов литературы?
- Сколько учащихся всего было опрошено?

**3.2** На схеме с помощью кругов Эйлера отражено участие девятиклассников одной из школ в городских олимпиадах по математике (круг  $M$ ), по литературе (круг  $L$ ) и по английскому языку (круг  $A$ ).



Ответьте на вопросы:

- а) Сколько девятиклассников участвовало в олимпиаде по математике?  
\_\_\_\_\_
- б) Сколько учащихся участвовало в олимпиадах по математике и по английскому языку? \_\_\_\_\_
- с) Сколько учащихся участвовало в олимпиадах по литературе и английскому языку? \_\_\_\_\_
- д) Сколько учащихся участвовало в какой-нибудь одной из трёх олимпиад?  
\_\_\_\_\_
- е) Сколько учащихся участвовало в каких-либо двух олимпиадах? \_\_\_\_\_
- ф) Сколько учащихся участвовало во всех трёх олимпиадах? \_\_\_\_\_
- г) Сколько всего девятиклассников приняло участие в олимпиадах? \_\_\_\_\_
- х) Сколько учащихся не участвовали в олимпиадах, если всего в девятом классе этой школы учатся 60 учеников? \_\_\_\_\_

- 3.3** Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3. Сколько туристов не владеют ни одним языком?
- 3.4** В ясельной группе 11 деток любят манную кашу, 13 – гречневую и 7 малышей – перловую. Четверо любят и манную, и гречневую, 3 – манную и перловую, 6 – гречневую и перловую, а двое с удовольствием «уплетают» все три вида каши. Сколько детей в этой группе, если в ней нет ни одного ребёнка, вовсе не любящего кашу?
- 3.5** В одной семье было много детей. 7 из них любили капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, 1 – и капусту, и морковь, и горох. Сколько детей было в семье?
- 3.6** В группе 29 студентов. Среди них 14 любителей классической музыки, 15 – джаза, 14 – народной музыки. Классическую музыку и джаз слушают 6 студентов, народную музыку и джаз – 7, классику и народную – 9. Пятеро студентов слушают всякую музыку, а остальные не любят никакой музыки. Сколько их?

#### 4. Комбинаторные задачи.

4.1	Используя цифры 1, 2, 0 составьте все двузначные числа. В ответе расположите в порядке возрастания через точку с запятой.
4.2	Сколько различных костюмов можно составить, если имеются три юбки и два пиджака (все юбки подходят к пиджакам по цвету и размеру)?
4.3	Из села Мирное в село Восточное ведут две дороги, а из села Восточное в село Таежное ведут четыре дороги. Сколько путей ведут от села Мирное к селу Таежному, если ехать через село Восточное?
4.4	Каждый из 15 городов некоторого государства соединен с остальными городами авиалинией, которую обслуживает один самолет. Сколько самолетов обслуживают авиалинии этого государства?
4.5	Чтобы пройти в замок, надо открыть четыре замка. У рыцаря есть 4 ключа от этих замков, но какой ключ подходит к какому замку, он не знает. Какое наибольшее число попыток может понадобиться, чтобы открыть все замки?
4.6	Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 3, 5, 7, 9 при условии, что: а) цифры могут повторяться; б) цифры не должны повторяться; в) цифры будут четными.
4.7	У Атоса, Портоса и Арамиса есть шпага, арбалет и пистолет. а) Сколькими способами можно вооружить мушкетеров? б) Сколько существует вариантов вооружения, если шпагой должен владеть Арамис? в) Сколько существует вариантов вооружения, если шпагой должен владеть Арамис, а пистолетом Портос?
4.8	Запишите все возможные четырёхзначные числа, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, используя каждую цифру только один раз.
4.9	Продаются хризантемы трех цветов: белые, сиреневые, желтые. Катя выбирает две хризантемы разных цветов. Сколько различных вариантов выбора есть у Кати?
4.10	Соня должна одеть маленького брата, у которого 6 ползунков и 5 распашонок. Сколько различных вариантов выбора есть у Сони?
4.11	Из цифр 3, 4, 5, 6 составляют всевозможные двузначные числа. Сколько всего таких чисел получится?

**4.12** Решите задачу, выполнив перебор всех возможных вариантов:

Оля, Катя, Лена и Надя на занятиях в спортивной секции должны по очереди выполнить упражнения на брусках. Сколько у них имеется вариантов установки очередности?

*Решение.*

1) Пусть первой будет Оля.

Если вторая Катя, то имеем варианты:                    О К Л Н        О К Н Л

Если вторая Лена, то имеем варианты:                    О Л \_\_\_\_\_        О Л \_\_\_\_\_

Если вторая Надя, то имеем варианты:                    О Н \_\_\_\_\_        О Н \_\_\_\_\_

2) Пусть первой будет Катя.

Если вторая Оля, то имеем варианты:                    К О \_\_\_\_\_        К О \_\_\_\_\_

Если вторая Лена, то имеем варианты:                    К \_\_\_\_\_        К \_\_\_\_\_

Если вторая Надя, то имеем варианты:                    К \_\_\_\_\_        К \_\_\_\_\_

3) Пусть первой будет Лена.

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

4) Пусть первой будет \_\_\_\_\_.

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты:                    \_\_\_\_\_        \_\_\_\_\_

О т в е т: \_\_\_\_\_ всего вариантов.

Ответьте на вопросы: **Сколько всего вариантов когда:**

- a) Катя вторая? \_\_\_\_\_
- b) Оля последняя? \_\_\_\_\_
- c) Надя не последняя? \_\_\_\_\_
- d) Лена не первая? \_\_\_\_\_
- e) Оля и Катя выступают друг за другом? \_\_\_\_\_

**4.13** Сколько словарей необходимо переводчику, чтобы он мог непосредственно переводить с любого из четырёх языков – русского, английского, немецкого, французского – на любой другой из этих языков?

*Решение: обозначьте языки буквами: Р, А, Н, Ф. тогда каждый словарь можно закодировать словом из двух букв.*

Ответьте на вопросы:

- a) Какой словарь будет обозначен кодом РА? \_\_\_\_\_
- b) Почему среди кодов не должно быть кода НН? \_\_\_\_\_
- c) Почему среди кодов должен быть код НФ и код ФН?  
\_\_\_\_\_
- d) Перечисли коды всех словарей в алфавитном порядке.

Ответ: \_\_\_\_\_ словарей.

**4.14** В теннисном турнире участвовало 5 человек. Сколько было сыграно партий, если каждый участник сыграл с остальными по одной партии?

*Решение: дайте каждому участнику номер от 1 до 5, тогда каждую партию можно закодировать двузначным числом.*

Ответьте на вопросы:



а) Что будет означать число 23?

б) Почему среди кодов не может быть числа 44?

в) Почему среди кодов должно быть только одно из чисел: 15 или 51?

д) Выпишите коды всех партий, расположив их треугольником и записывая коды в каждой строке в порядке возрастания (см. образец в учебнике стр. 222).

Ответ: \_\_\_\_\_ партий.

**4.15** Запишите все натуральные числа, не превышающие 10 000, для записи которых используются только две цифры: 0 и 9.

*Решение:*

Однозначное число (оно одно) \_\_\_\_\_

Двузначные числа (их два) \_\_\_\_\_

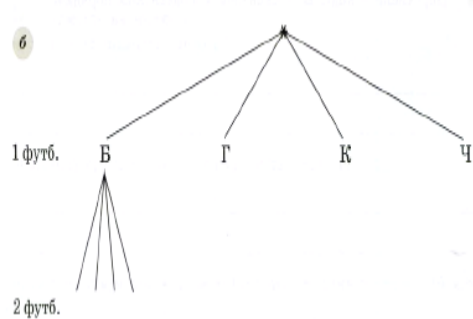
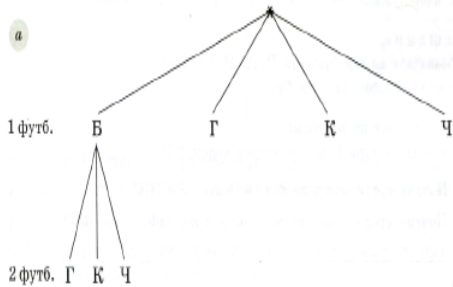
Трёхзначные числа (их четыре) \_\_\_\_\_

Четырёхзначные числа (их восемь) \_\_\_\_\_

Объясните почему на этом шаге перебор заканчивается?

**4.16** Решите задачу, построив дерево возможных вариантов.

В магазине продаются футболки четырёх цветов: белые, голубые, красные, чёрные. Андрею нужны две футболки. Сколько у него есть вариантов покупки: а) если он хочет купить футболки разных цветов; б) если футболки могут быть одного цвета?



Ответ: а) \_\_\_\_\_; б) \_\_\_\_\_

**4.17** При облицовке кафелем части стены нужно выложить в ряд 6 одинаковых по размеру плиток, из которых 4 плитки голубого цвета и 2 – жёлтого. Сколькими способами это можно сделать, если требуется, чтобы жёлтые плитки не располагались рядом? (зарисуйте все варианты).

