Критерии оценивания

Максимальное количество баллов за работу — **100**.

№ задания	Критерии оценивания	Баллы
1	Приведён верный пример — 10 баллов	10
2	Дан верный ответ — 15 баллов. За отсутствие примеров баллы не снижаются	15
3	Дан верный ответ — не более 5 баллов. Приведено верное объяснение и дан правильный ответ — 15 баллов. Найдено соотношение между длиной и шириной — 5 баллов за продвижение	15
4	Приведено верное доказательство — 20 баллов. Получено верное решение для треугольника с известными углами — не более 10 баллов. Доказано, что острые углы треугольника BEO равны углам треугольника ABC, но решение не доведено — по 5 баллов за каждую пару углов	20
5	Дан правильный ответ, но без пояснений — не более 5 баллов. Приведено верное объяснение и дан правильный ответ — 15 баллов. Объяснено, что номер первой квартиры в 8 раз больше номера подъезда, — 5 баллов за продвижение. Объяснено, что разница номера квартиры на этаже с номером n и номера квартиры в этом же подъезде на первом этаже равна n, — 5 баллов за продвижение	15
6	Верно обоснован пункт а) — 10 баллов. Верно обоснован пункт б), приведён пример — 15 баллов. В пункте а) разобран только один случай — не более 5 баллов за пункт. В пункте б) приведён только правильный ответ — не более 5 баллов за пункт. В пункте б) приведён только правильный пример — не более 10 баллов за пункт. В пункте б) доказано, что квадрат меньший, чем 6 × 6, сложить нельзя, но не приведено примера — не более 10 баллов за пункт. В пункте б) доказано, что площадь квадрата должна делиться на 3, — не менее 5 баллов за продвижение	25

ЗАДАНИЕ 1

На доске написано число 10. За один ход разрешается либо удвоить число, либо стереть его последнюю цифру. Как за несколько ходов получить число 12?

Достаточно привести один пример.

Решение:

Шаг 1. Удвоить: 10 → 20.

Шаг 2. Стереть последнюю цифру: 20 → 2.

Шаг 3. Удвоить: 2 → 4.

Шаг 4. Удвоить: 4 → 8.

Шаг 5. Удвоить: 8 → 16.

Шаг 6. Удвоить: 16 → 32.

Шаг 7. Удвоить: 32 → 64.

Шаг 8. Стереть последнюю цифру: 64 → 6.

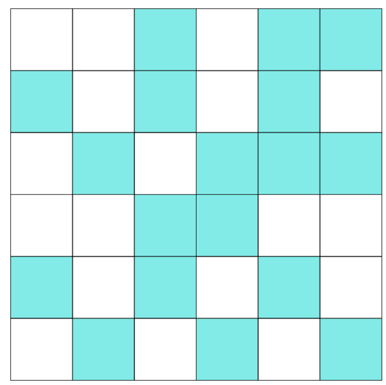
Шаг 9. Удвоить: 6 → 12.

У задания есть и другие решения.

ЗАДАНИЕ 2

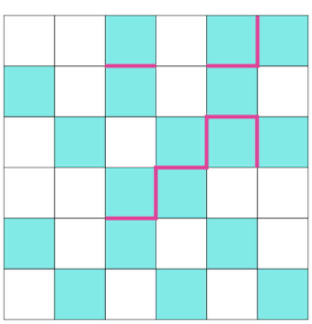
Сколькими способами можно разрезать доску, показанную на рисунке, на прямоугольники из двух клеток так, чтобы в каждой части была ровно одна закрашенная клетка?

В решении задачи достаточно привести верный ответ.

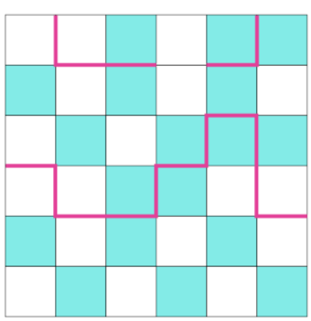


Решение:

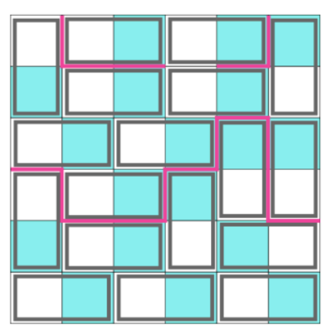
1) Отделим рядом стоящие бирюзовые клетки друг от друга.



2) Отделим белые клетки друг от друга.

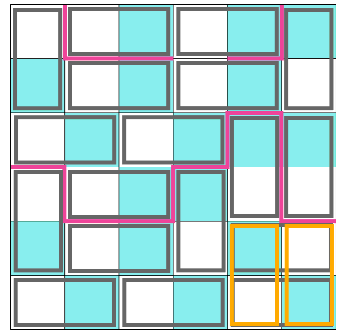


3) Заметим, что некоторые пары квадратов однозначно отделены. Разделим квадрат, начиная с правого верхнего угла. Видим, что квадрат можно разрезать единственным способом, за исключением нижнего правого угла.



4. Для разрезания нижнего правого угла есть два способа.

Вывод: доску можно разрезать двумя способами.

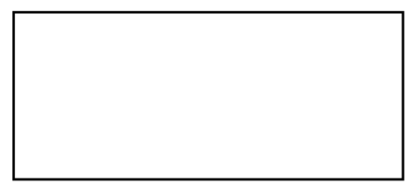


ЗАДАНИЕ 3

Школьный стадион имеет форму прямоугольника. Если длину стадиона увеличить на 2 м, а ширину уменьшить на 2 м, его площадь не изменится. На сколько и в какую сторону (бóльшую или меньшую) изменится площадь стадиона, если у исходного стадиона длину уменьшить на 4 м, а ширину увеличить на 4 м?

В решении необходимо не только предоставить ответ, но и объяснить, каким образом он был получен.

Решение:



Пусть ширина стадиона — y, длина — x.
Тогда $S_1 = x \cdot y$.
По условию $(x+2)(y-2) = S_1$.
$(x+2)(y-2) = xy$;
$xy + 2y - 2x - 4 = xy$;
$2(y-x) - 4 = 0$;
$y - x = 2$.

Полученное соотношение означает, что ширина на 2 м больше длины.

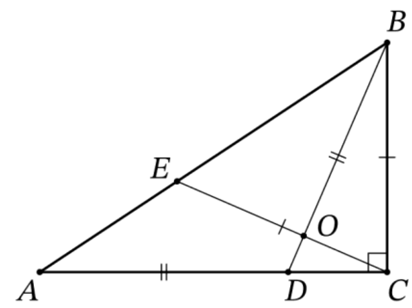
Если ширину увеличить на 4, а длину уменьшить на 4, то получим:

$S_2 = (x-4)(y+4)$;
$S_2 = xy - 4y + 4x - 16$;
$S_2 = xy - 4(y-x) - 16$;
$S_2 = xy - 4 \cdot 2 - 16$;
$S_2 = xy - 24$.

Значит, площадь уменьшится на 24 м.

ЗАДАНИЕ 4

В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой. На большем катете AC и гипотенузе AB отметили соответственно точки D и E, так, что $BD = AD$ и $CB = CE$. Докажите, что отрезки BD и CE перпендикулярны.



Решение:

Обозначим точку пересечения отрезков BD и CE через O. Нужно доказать, что $\angle EOB = 90°$. Докажем, что $\angle ABD + \angle CEB = 90°$, тогда по сумме углов в треугольнике EOB будет следовать, что $\angle EOB = 90°$.

Треугольник ABD равнобедренный, так как по условию $BD = AD$. Тогда $\angle ABD = \angle BAD$.

Треугольник BCE равнобедренный, так как по условию $CB = CE$. Отсюда $\angle CEB = \angle CBE$.

Сложим полученные равенства углов: $\angle ABD + \angle CEB = \angle BAD + \angle CBE$. Но по сумме углов в треугольнике ABC $\angle BAD + \angle CBE = 180° - \angle ACB = 90°$. Поэтому $\angle ABD + \angle CEB = 90°$, что и требовалось доказать.

ЗАДАНИЕ 5

На планете Информатика все дома состоят из этажей и подъездов. На каждом этаже ровно по 1 квартире. В отличие от нашей планеты, на планете Информатика вся нумерация начинается с 0. Например, этажи нумеруются 0, 1, 2, 3, ... Аналогично с номерами квартир и подъездов. В некотором доме планеты Информатика в каждом подъезде номер последнего этажа равен 7. Определите номер квартиры, находящейся в подъезде номер 5 на этаже номер 5.

В решении необходимо не только предоставить ответ, но и объяснить, каким образом он был получен.

Решение:

На планете Информатика нумерация этажей, подъездов и квартир начинается с 0. В каждом подъезде последний этаж имеет номер 7, значит, этажи в подъезде идут от 0 до 7 включительно — всего 8 этажей. Так как на каждом этаже ровно одна квартира, то в каждом подъезде 8 квартир.

Нумерация квартир сквозная по всему дому:

- в подъезде с номером 0 находятся квартиры с номерами 0, 1, ..., 7;
- в подъезде 1 — квартиры 8, 9, ..., 15 и т. д.

Таким образом, номер квартиры в подъезде П на этаже Э вычисляется по формуле:

Номер квартиры = П $\cdot$ 8 + Э.

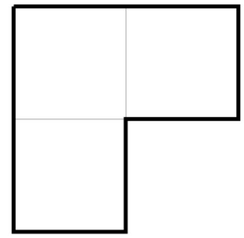
Для подъезда номер 5 и этажа номер 5 получаем

$5 \cdot 8 + 5 = 40 + 5 = 45.$

Ответ: 45-й.

ЗАДАНИЕ 6

У Игоря есть неограниченное количество уголков из трёх клеток (см. рис.), из которых он хочет сложить квадрат 3 × 3.



а) Докажите, что он не сможет этого сделать.

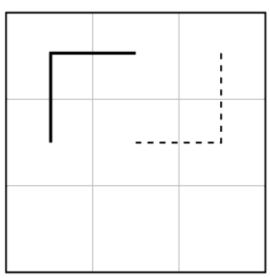
б) Найдите наименьший квадрат, который можно сложить из таких уголков.

В решении необходимо не только привести пример составления такого квадрата, но и объяснить, почему квадрат меньших размеров сложить нельзя.

Решение:

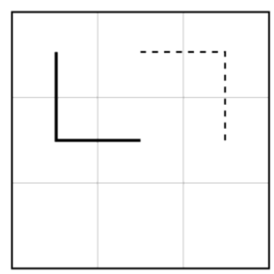
а) Если Игорь смог сложить из уголков квадрат 3 × 3, то посмотрим на его левую верхнюю клетку: в ней находится либо «центр» какого-то уголка, либо его крайняя клетка.

В первом случае (см. рис.) в правой верхней клетке должна находиться крайняя клетка уголка, следовательно, есть всего 1 вариант расположения уголка в этой клетке. Можем заметить, что теперь некуда поставить 3-й уголок, ведь образовался непрерывный ряд из 3 пустых клеток.



Во втором случае (см. рис.) в правой верхней клетке будет крайняя клетка какого-то уголка, тогда в правой верхней клетке должен располагаться центр какого-то уголка (иначе центральная верхняя клетка будет пустая) — мы снова оказались в ситуации, когда образуется непрерывный ряд из 3 пустых клеток и уголок поставить невозможно.

Во втором случае уголок мог располагаться зеркально (см. рис.), противоречие строится аналогично.



б) Если квадрат можно разбить на уголки из 3 клеток, то площадь квадрата должна делиться на 3. В пункте а) мы уже доказали, что квадрат 3 × 3 нельзя разбить на уголки, следовательно, квадрат 6 × 6 минимально возможный. Пример представлен на рисунке ниже.