

Входная экзаменационная работа
по МАТЕМАТИКЕ

в 8 класс (углубленный уровень)

ОБРАЗЕЦ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 90 минут. Работа содержит 15 заданий.

В заданиях, после которых есть поле со словом «Ответ», запишите ответ в указанном месте.

В заданиях, после которых есть поле со словами «Решение» и «Ответ», запишите решение и ответ в указанном месте.

Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом другой.

Запрещено пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

Можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий.

Желаем успеха!

5

Объём воды в крупных водоёмах измеряют в кубических километрах (млрд куб.м). В таблице указаны некоторые описательные характеристики объёмов пяти крупнейших водохранилищ Европейской части России: Волгоградского, Куйбышевского, Сегозера, Цимлянского и Рыбинского.

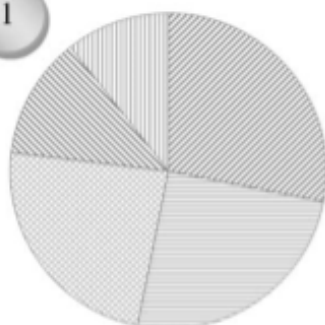
	Объём воды, км ³
Среднее арифметическое	32
Медиана	25
Максимум	57
Минимум	23

Ниже даны четыре диаграммы, показывающие долю каждого водохранилища в их общем объёме. Только одна из диаграмм верная.

а) Укажите номер верной диаграммы.

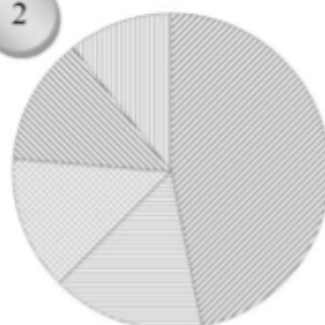
б) Найдите примерный объём Волгоградского водохранилища (в км³).

1



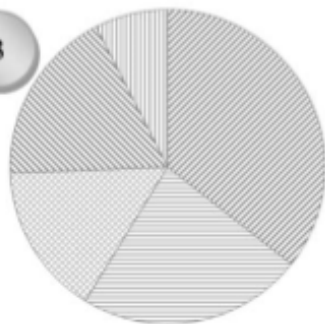
Куйбышевское
Волгоградское
Рыбинское
Цимлянское
Сегозеро

2



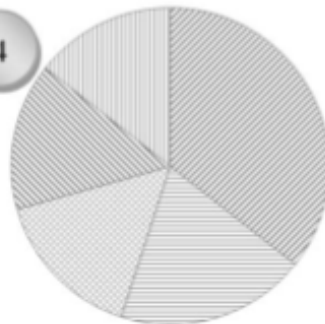
Куйбышевское
Волгоградское
Рыбинское
Цимлянское
Сегозеро

3



Куйбышевское
Волгоградское
Рыбинское
Цимлянское
Сегозеро

4



Куйбышевское
Волгоградское
Рыбинское
Цимлянское
Сегозеро

Ответ:

6

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Существует равнобедренный треугольник, в котором один из углов в два раза больше другого.
- 2) В любом прямоугольном треугольнике один из катетов в два раза меньше другого.
- 3) При пересечении двух любых прямых сумма образованных ими вертикальных углов равна 180° .
- 4) В любом треугольнике длина одной из сторон меньше суммы длин двух других сторон.

Ответ:

7

Решите уравнение $4x(x+2)+3=4x^2-3(7-2x)$.

Решение:

 Ответ:

8

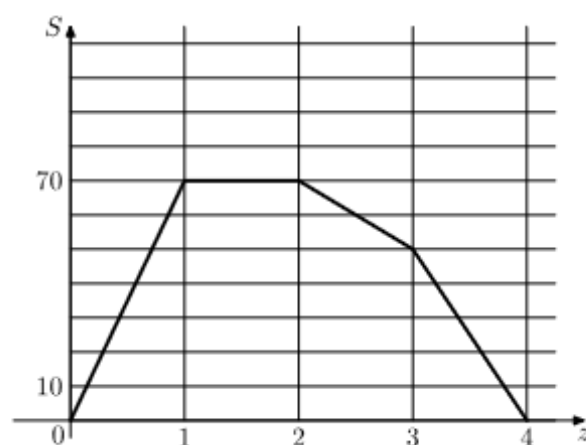
Найдите значение выражения $(4-y)^2-y(y+1)$ при $y=-\frac{1}{9}$.

Решение:

 Ответ:

9

Населенные пункты А и Б соединяет прямое шоссе. Автомобилист выехал из пункта А в пункт Б, некоторое время провел в пункте Б, а затем вернулся в пункт А. На рисунке изображен график зависимости расстояния от пункта А до автомобиля от времени. Расстояние измеряется в километрах, время в часах. Найдите среднюю скорость автомобилиста на обратном пути (в км/ч).


 Ответ:

10) У графа 7 вершин степени 4 и еще 6 вершин степени 3. Сколько ребер в этом графе?

Ответ:																																				

11 Найдите наибольшее шестизначное число, которое делится на 15 и у которого все цифры расположены в порядке убывания (каждая следующая цифра меньше предыдущей, например, 876431).

Ответ:																																				

12 В институте используется десятибалльная система оценки знаний студентов. Средняя оценка вычисляется как среднее арифметическое. Преподаватель дал одну и ту же контрольную работу в двух группах. Результаты показаны в таблице.

Группа	1	2
Число студентов	20	30
Средняя оценка	8.2	7.8

- б) Несколько студентов переписали работу, и каждый получил на 1 балл больше, чем при первой попытке. В результате средняя оценка всех студентов повысилась до 8. Сколько студентов переписало работу?

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

[illegible]

- 13 В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AH = 54$, $BC = BM$. Найдите длину стороны AC .

Решение:

Ответ:

- 14 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC равны соответственно 77° и 74° . Найдите угол CBD , если $AB = AC = AD$.

Решение:

Ответ:

15

В водном растворе кислоты на 1 кг воды приходилось 4 кг кислоты. В этот раствор долили воду, так что содержание кислоты понизилось до 20%. Затем в раствор долили чистую кислоту, и содержание кислоты выросло до 80%. Во сколько раз увеличилась масса раствора по сравнению с первоначальной?

Решение:

Ответ:

Система оценивания проверочной работы

Оценивание отдельных заданий

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого
Баллы	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	21

Ответы

Номер задания	Правильный ответ
1	1
2	2,6
3	2 и 3
4	104°
5	4; от 25 до 40
6	14
9	35
10	23
11	987630

Решения и указания к оцениванию заданий 7, 8, 12–15

7

Решите уравнение $4x(x+2)+3=4x^2-3(7-2x)$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $4x^2 + 8x + 3 = 4x^2 - 21 + 6x;$ $2x = -24;$ $x = -12.$ Ответ: 12.	
Имеется полное и верное решение	1
Решение отсутствует или содержит ошибку	0
Максимальный балл	1

8

Найдите значение выражения $(4-y)^2 - y(y+1)$ при $y = -\frac{1}{9}$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $(4-y)^2 - y(y+1) = 16 - 8y + y^2 - y^2 - y = 16 - 9y.$ При $y = -\frac{1}{9}$ получаем: $16 - 9 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 17.$	
Решение полное и верное	2
Верно выполнены преобразования, но допущена ошибка в вычислениях при подстановке значения y	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

В институте используется десятибалльная система оценки знаний студентов. Средняя оценка вычисляется как среднее арифметическое. Преподаватель дал одну и ту же контрольную работу в двух группах. Результаты показаны в таблице.

Группа	1	2
Число студентов	20	30
Средняя оценка	8,2	7,8

а) Найдите среднюю оценку всех студентов за эту работу.

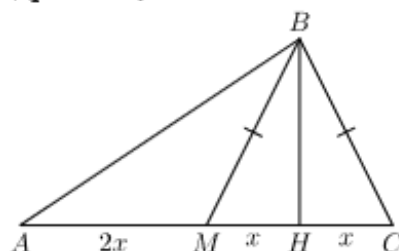
б) Несколько студентов переписали работу, и каждый получил на 1 балл больше, чем при первой попытке. В результате средняя оценка всех студентов повысилась до 8. Сколько студентов переписало работу?

Указания к оцениванию	Баллы
Решение. а) Средняя оценка равна $\frac{8,2 \cdot 20 + 7,8 \cdot 30}{50} = \frac{398}{50} = 7,96.$ б) Каждый из студентов, повысив свой балл на 1, повышает средний балл на $\frac{1}{50} = 0,02$. Поскольку средний балл повысился на $8 - 7,96 = 0,04$, переписавших работу студентов было двое. Ответ: а) 7,96; б) 2. Возможна другая последовательность действий и рассуждений.	
Задача решена верно и полностью	2
Верно решено только задание а)	1
Решение не отвечает ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

13

В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AH = 54$, $BC = BM$. Найдите длину стороны AC .

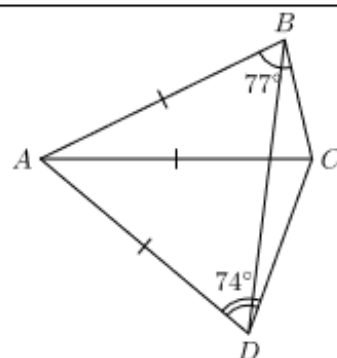
Решение и указания к оцениванию		Баллы
Решение. Пусть $HC = x$. Треугольник MHC равнобедренный, высота BH в нем является медианой, поэтому $MH = x$. Значит, $AM = 2x$. Из условия следует, что $AM + MH = 3x = 54$, откуда $x = 18$. Поэтому $AC = 4x = 72$. Ответ: 72. Возможна другая последовательность действий и рассуждений		
Задача решена полностью и верно		2
Присутствуют все необходимые рассуждения, но допущена вычислительная ошибка		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2



14

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC равны соответственно 77° и 74° . Найдите угол CBD , если $AB = AC = AD$.

Решение и указания к оцениванию		Баллы
Решение. Треугольники CAB и CAD равнобедренные, поэтому $\angle BCA = 77^\circ$ и $\angle CDA = 74^\circ$. Значит, $\angle BCD = 151^\circ$. Тогда $\angle BAD = 360^\circ - 77^\circ - 74^\circ - 151^\circ = 58^\circ$. Треугольник BAD равнобедренный, поэтому $\angle DBA = \frac{180^\circ - 58^\circ}{2} = 61^\circ$. Следовательно, $\angle CBD = 77^\circ - 61^\circ = 16^\circ$. Ответ: 16°. Возможна другая последовательность действий и рассуждений.		
Задача решена полностью и верно		2
Присутствуют все необходимые рассуждения, но допущена вычислительная ошибка		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
Максимальный балл		2



В водном растворе кислоты на 1 л воды приходилось 4 л кислоты. В этот раствор долили воду, так что содержание кислоты понизилось до 20%. Затем в раствор долили чистую кислоту, и содержание кислоты выросло до 80%. Во сколько раз увеличился объем раствора по сравнению с первоначальным?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Предположим, что объем раствора был равен $5x$ кг, из которых x кг занимала вода и $4x$ кг – кислота. Когда долили y кг воды, получился раствор массой $5x+y$ кг, в котором кислота занимала по-прежнему $4x$ кг. Получаем уравнение $\frac{4x}{5x+y} = 0,2,$ Откуда $4x = x + 0,2y$, и, значит, $y = 15x$. Концентрация кислоты вернулась к прежнему значению 80%, значит, чистой кислоты долили в 4 раза больше, чем воды, а именно $60x$ кг. Таким образом, масса раствора стала равна $5x + 15x + 60x = 80x$, то есть выросла в 16 раз. Ответ: в 16 раз. Возможна другая последовательность действий и рассуждений.	
Задача решена полностью и верно	2
Верно выражен объем долитой воды, но допущена ошибка в вычислении объема долитой кислоты	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Система оценивания выполнения всей работы

Максимальный первичный балл за выполнение работы — 21.

Рекомендуемая таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–10	11–15	16–21