

## План-конспект урока.

Учитель математики Авершина Людмила Артемовна

КГАОУ КЦО г. Хабаровск

Предмет: математика

Класс: 10.2 ( профиль социально-гуманитарный)

Тема урока: «Показательная функция. Показательные уравнения. Показательные неравенства.»

Учебник : Алгебра 10 класс Ю.М. Калягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин

Метод изучения материала: «Погружение и сжатие»

Тип урока: Лекция

Цель урока: Создание условий для приобретения знаний о показательной функции и ее свойствах.

Планируемые результаты:

### Личностные УУД:

- умение планировать последовательность действий для достижения результата
- первичные навыки анализа и критической оценки получаемой информации
- умение самостоятельно составлять практические примеры на основе теоретических знаний

### Регулятивные УУД:

- способность самостоятельно формулировать цель урока
- формулировать несложные выводы

### Коммуникативные УУД:

- умение сотрудничать с учителем и сверстниками

### Предметные УУД:

- первичные навыки решения показательных уравнений и неравенств

### Метапредметные УУД:

- ориентироваться в применении полученных знаний для решения задач по физике и биологии.

### Оборудование:

Компьютер, проектор, интерактивная доска.

### Ход урока:

1. Организационный этап. (1 мин)

Здравствуйте, садитесь! Рада вас приветствовать на очередном уроке математики!

В этом полугодии мы изучаем математику на теоретическом уровне, подкрепляя теорию простыми базовыми задачами, в следующем полугодии мы будем решать более сложные задачи.

2. Актуализация знаний

Давайте вспомним, что мы изучали в предыдущем погружении.

Какую функцию?

Как степенная функция связана с показательный?

Что общего, в чем разница?

Чтобы перейти к показательной функции давайте вспомним свойства степени с действительным показателем.

Слайд-1

Основные свойства степени с действительным показателем ( $a > 0, b > 0$ )

- 1)  $a^{x_1} a^{x_2} = a^{x_1 + x_2}$ ;
- 2)  $\frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} = a^{x_1 - x_2}$ ;
- 3)  $(a^x)^y = a^{xy}$ ;
- 4)  $(ab)^x = a^x b^x$ ;
- 5)  $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ ;
- 6)  $a^x > 0$ ;
- 7)  $a^x > 1$ , если  $a > 1$  и  $x > 0$ ;
- 8)  $a^x < a^2$ , если  $a > 1$  и  $x_1 < x_2$ ;
- 9)  $a^{x_1} > a^{x_2}$ , если  $0 < a < 1$  и  $x_1 < x_2$ .

*(ученики по очереди выходят к доске, где по очереди выдана левая часть свойства, записывают правую часть на некотором расстоянии от знака равно после чего на доске появляется левая часть в оставленном для этого месте, проверяют себя, придумывают пример.)*

Вспомним некоторые ранее изученные функции, их графики и прикладное значение

Слайд-2

Вспомним графики функций:

- 1)  $y = 80x$
- 2)  $y = x^2$

The slide shows two coordinate systems. The first shows a straight line passing through the origin, labeled  $y = 80x$ . The second shows a parabola opening upwards with its vertex at the origin, labeled  $y = x^2$ .

Как называются эти функции, графики, где могут использоваться в реальной жизни?

*(ученики отвечают на вопросы, выдвигают версии о практическом применении)*

Запишите в тетради тему урока : «Показательная функция»

Слайд-3

Показательной функцией называется функция вида:

$$y = a^x \quad \text{где } a \text{ — заданное число, такое, что } a > 0, a \neq 1.$$

Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов.

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

где  $m(t)$  и  $m_0$  — масса радиоактивного вещества соответственно в момент времени  $t$  и в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $T$  — период полураспада (промежуток времени, за который первоначальное количество вещества уменьшается вдвое).

С какой целью вы приходите в школу, на уроки математики? На сегодняшний урок?

*(Вывожу учеников на вопрос о прикладном значении получаемых знаний)*

Давайте познакомимся с практическим применением показательной функции, как и ранее изученных. Задача о полураспаде радиоактивного вещества в общем виде.

Слайд -4

Решим задачу

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

где  $m(t)$  и  $m_0$  — масса радиоактивного вещества соответственно в момент времени  $t$  и в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $T$  — период полураспада (промежуток времени, за который первоначальное количество вещества уменьшается вдвое).

Период полураспада плутония  $T = 140$  суткам.  
Какой станет масса  $m$  плутония через 10 лет, если его начальная масса  $m_0 = 8$  г?

$\frac{t}{T} = \frac{365}{14}$  Вычисления на микрокалькуляторе (по формуле радиоактивного распада) показывают, что  $m = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{365}{14}} = 1,1845 \cdot 10^{-1}$ .

Ответ. Через 10 лет плутония останется примерно  $1,18 \cdot 10^{-1}$  г.

Задача о полураспаде плутония в числах.

Слайд -5

Приведём ещё примеры явлений, протекающих по законам показательной функции

1) Количество бактерий  $N$  в определённой среде за время  $t$  вычисляется по формуле  $N = N_0 a^{kt}$ , где  $N_0$  — начальное количество бактерий,  $a$  и  $k$  — некоторые постоянные.

2) Изменение атмосферного давления  $p$  в зависимости от высоты  $h$  над уровнем моря описывается формулой  $p = p_0 a^h$ , где  $p_0$  — атмосферное давление над уровнем моря,  $a$  — некоторая постоянная.

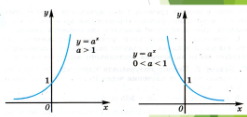
Примеры применения показательной функции в биологии (размножение бактерий) и физике (изменение атмосферного давления).

Слайд-6

## Свойства и график показательной функции $y = a^x$ где $a$ — заданное число, такое, что $a > 0, a \neq 1$ .

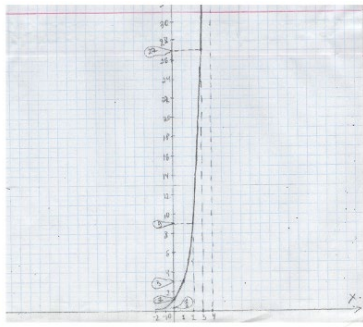
Показательная функция обладает следующими свойствами:

- 1) Область определения показательной функции — множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел.
- 2) Множество значений показательной функции — множество всех положительных чисел.
- 3) Показательная функция  $y = a^x$  является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если  $a > 1$ , и убывающей, если  $0 < a < 1$ .
- 4) Показательная функция является ограниченной снизу.



## Свойства и график показательной функции

Слайд-7



На координатной плоскости, где построен график для показательной функции с основанием 3 построить график с основанием  $1/3$  по точкам. (Ученики получают распечатки, строят на них график, учитель выполняет это на доске).

Что мы можем сказать об этих графиках? (ученики обнаруживают симметрию)

Свойством симметрии относительно оси ОУ обладают графики показательной функции со всеми взаимно обратными основаниями.

Общей для всех графиков является точка (0,1)

Перейдем к решению показательных уравнений

Слайд-8

Показательные уравнения №679, 681, 683 1), 2)

$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$  если  $a > 0, a \neq 1, x$  — неизвестное

Пример:

$$2^{3x} = 2^{3\sqrt{x}} \Leftrightarrow 3x = 3\sqrt{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{x}$$

$$679. 1) 4^{x-1} = 1; \quad 2) 0,5^{2x-2} = 1; \quad 3) 2^{2x} = 2^{25}; \quad 4) \left(\frac{1}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$680. 1) 27^x = \frac{1}{3}; \quad 2) 400^x = \frac{1}{10}; \quad 3) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 28; \quad 4) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}$$

$$681. 1) 3 \cdot 9^x = 81; \quad 2) 2 \cdot 4^x = 64;$$

$$3) 3^{x^2} \cdot 3^{x-1} = 1; \quad 4) 0,5^{x+1} \cdot 0,3^{x-10} = 2;$$

$$5) 0,4^x \cdot 0,8^x = \frac{16}{0,8^x}; \quad 6) 0^{x^2} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^x$$

$$682. 1) 2^{2x-1} + 2^{2x-1} = 168; \quad 2) 2^{2x-1} + 2^{2x-2} = 30;$$

$$3) 2^{2x+1} + 2^{2x+2} = 28; \quad 4) 2^{x-1} \cdot 3^x + 3^{x+1} = 63;$$

$$683. 1) 5^x = 8^x; \quad 2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \quad 3) 3^x = 2^x; \quad 4) 4^x = 2^{2x}$$

$$684. 1) 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0; \quad 2) 16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0;$$

$$3) 25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0; \quad 4) 64^x - 8^x - 56 = 0;$$

$$685. 1) 9^x + 3^{x+1} - 12 = 0; \quad 2) 2^{x+1} - 2^{x-1} = 15;$$

Равенство показательных функций с одинаковым основанием равносильно равенству показателей. На доске вы видите перечень примеров, я решаю первый из номера, выходящий к доске – второй.

Перейдем к решению показательных неравенств.

Слайд-9

**Показательные неравенства**

---

$a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \iff f(x) \geq g(x)$       **если  $a > 1$**   
 $a^{f(x)} < a^{g(x)} \iff f(x) < g(x)$   
 $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \iff f(x) \leq g(x)$

---

$a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \iff f(x) \leq g(x)$       **если  $0 < a < 1$**   
 $a^{f(x)} < a^{g(x)} \iff f(x) > g(x)$   
 $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \iff f(x) \geq g(x)$

Из свойства монотонности показательной функции следует, что если правая и левая части неравенства представляют собой степень с одинаковыми основаниями, то это неравенство равносильно неравенству для показателей с таким же знаком неравенства, если основание больше единицы и с противоположным знаком, если основание меньше единицы.

Перейдем к решению примеров.

Слайд-10

**№703,704,707 1)-2)**

**Уравнения**

Решить уравнение (700–706):

700. 1)  $2^x = 0$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2$ ; 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$ ;  
 4)  $4^x = \frac{1}{2}$ ; 5)  $2^{2x} = \frac{1}{2}$ ; 6)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2}$ ;

701. 1)  $2^{2x} < 5$ ; 2)  $2^x = 0$ ; 3)  $2^{2x} > 1$ ; 4)  $5^{2x-10} < 1$ .

702. Решить графически уравнение:  
 1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x+1$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$ ;  
 3)  $2^x = x - \frac{1}{2}$ ; 4)  $2^x = 11 - x$ .

Решить уравнение (706–707):

706. 1)  $x^{2x-4} = 4$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} = \frac{1}{2}$ ;  
 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{100}$ ; 4)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{2}$ ;

707. 1)  $2^{x^2+2} + 2^x = 20$ ; 2)  $2^{x^2+1} \cdot 2^{x^2} = 17$ ;  
 3)  $2^{x^2+1} + 2^{x^2-2} + 2^{x^2-3} > 448$ ; 4)  $2^{x^2+1} \cdot 2^{x^2} < 624$ .

На доске вы видите перечень примеров, я решаю первый из номера, выходящий к доске – второй.

В заключение нашего урока последний слайд.

Слайд -11

**Дополнительные задания №680,684, 706 1)-2)**

**Д.З. - №№679 ,681, 683 ,703,704,707 3),4)**

- ▶ понятно все полностью      100%
- ▶ понятно почти все            >85%
- ▶ понятно на половину         =50%
- ▶ понятно менее половины    <50%

На слайде вы видите домашнее задание, запишите его.

*(на слайде также есть перечень примеров на случай оставшегося на уроке свободного времени, предлагаю решить их, если есть время)*

Последний этап – рефлексия. Проходите к доске и, если на уроке было понятно все на 100%, то в отведенное на доске поле приклеивайте красный прямоугольник, если более 85%, но менее 100%, то приклеивайте желтый, если 50%, то зеленый, менее 50% - синий.

Фиксирую ответы учащихся для рефлексии своей деятельности. Прощаюсь с учениками.