

9.3.2 класс (гуманитарный профиль)

Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике (учебник Дорофеев Г.В.)

Тема модуля «Арифметическая и геометрическая прогрессии» (Гл. 4)

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

1. Понятие числовой последовательности.
2. Способы задания числовых последовательностей (числовой ряд, формула n -го члена и рекуррентная формула).
3. Определение возрастающих и убывающих последовательностей.
4. Определение арифметической прогрессии, основные понятия.
5. Формула n -го члена арифметической прогрессии.
6. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.
7. Определение геометрической прогрессии, основные понятия.
8. Формула n -го члена геометрической прогрессии.
9. Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии.

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. понимать и оперировать понятием числовой последовательности;
2. распознавать арифметическую прогрессию и определять её основные компоненты;
3. распознавать геометрическую прогрессию и определять её основные компоненты;
4. решать задачи с применением общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессий (применение прогрессий при решении задач на проценты).

Умения, характеризующие достижение этого результата:

1. находить член числовой последовательности по формуле общего члена;
2. находить член числовой последовательности по рекуррентной формуле;
3. находить количество членов последовательности между двумя заданными членами этой последовательности;
4. находить количество членов числовой последовательности по заданному условию;
5. распознавать арифметическую прогрессию, определять её монотонность;
6. находить разность арифметической прогрессии;
7. находить арифметическую прогрессию с заданной разностью;
8. находить член арифметической прогрессии с помощью характеристического свойства;
9. находить член арифметической прогрессии по формуле n -го члена;

10. находить номер члена арифметической прогрессии;
11. находить сумму первых членов арифметической прогрессии по первому и последнему члену;
12. находить сумму первых n членов арифметической прогрессии по формуле через разность;
13. находить количество членов арифметической прогрессии, сумма которых определена, если известны первый член прогрессии и разность;
14. распознавать геометрическую прогрессию;
15. находить член геометрической прогрессии по формуле n -го члена;
16. находить знаменатель геометрической прогрессии;
17. находить сумму первых n членов геометрической прогрессии;
18. применять арифметическую и геометрическую прогрессию при решении задач на простые и сложные проценты.

Примерные практические задания

1. Найти член числовой последовательности по формуле общего члена.

1.1. Из чисел $-3, 6, 21, 0$ выберите число, которое не является членом последовательности $b_n = n^2 - 4$.

1.2. Последовательность (z_n) задана формулой n -го члена $z_n = n^2 - 5n$.

- а) Выпишите все члены этой последовательности, меньше 6. Сколько таких членов?
- б) Сколько членов этой последовательности меньше 7? Выпишите эти члены.
- в) Выясните, содержатся ли в этой последовательности числа $-6, 11, 50$. Если да, то каковы их номера?

1.3. Последовательность задана формулой $x_n = 10 - 2^n$. Найдите пятый член этой последовательности.

2. Найти член числовой последовательности по рекуррентной формуле.

2.1 Найдите пятый член последовательности, заданной рекуррентной формулой $a_{n+1} = 2a_n - 3$ и условием $a_1 = 2$.

2.2. Последовательность (c_n) задана условием $c_1 = -3, c_{n+1} = \frac{1}{c_n}$. Найдите c_7 .

2.3. Последовательность (a_n) задана условием $a_1 = \frac{1}{4}, a_{n+1} = -\frac{1}{a_n}$. Найдите a_6 .

2.4. Последовательность (b_n) задана условием: $b_1 = -\frac{1}{2}, b_{n+1} = -\frac{1}{b_n}$. Найдите b_7 .

3. Найти количество членов последовательности между двумя заданными членами этой последовательности.

3.1. Данна последовательность (x_n) . Сколько ее членов заключено между x_{10} и x_{21} ?

3.2. Данна последовательность (x_n) . Сколько ее членов заключено между x_6 и x_{16} ?

- 1) 7 2) 8 3) 9 4) 10

4. Находить количество членов числовой последовательности по заданному условию.

4.1. Последовательность (a_n) задана формулой n -го члена: $a_n = \frac{5}{n+2}$. Сколько членов этой последовательности больше 1?

4.2. Последовательность (a_n) задана формулой n -го члена: $a_n = \frac{n+2}{7}$. Сколько членов этой последовательности меньше 2?

4.3. Последовательность (a_n) задана формулой n -го члена: $a_n = \frac{n+1}{9}$. Сколько членов этой последовательности меньше 1?

5. Распознавать арифметическую прогрессию, определять её монотонность.

5.1. Укажите арифметическую прогрессию из нижеперечисленных последовательностей:

А) 1; 2; 3; 5; ...

Б) 1; 4; 7; 10; ...

В) 1; 3; 9; 27; ...

Г) 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{7}$; ...

5.2. Какая из следующих арифметических прогрессий является возрастающей? Убывающей?

а) 5, 10, 15, ...

б) 3, 0, -3, ...

в) 7, 12, 17, ...

г) -6, -4, -2, ...

д) 11, 9, 7, ...?

6. Находить разность арифметической прогрессии.

6.1. Найдите разность арифметической прогрессии, если $a_8 = 11$, $a_9 = -2$.

6.2. Найдите разность арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 3n - 4$.

6.3. Найдите разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_2 = -10$ и $a_5 = 80$.

6.4. Арифметическая прогрессия задана формулой $x_n = 5n + 1$. Найдите её разность.

7. Находить арифметическую прогрессию с заданной разностью.

7.1. Арифметические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -ого члена $a_n = 2n - 4$, $b_n = 5 + 2n$, $c_n = 5n$. Укажите все те из них, разность которых равна 2.

8. Находить член арифметической прогрессии с помощью характеристического свойства.

8.1. В арифметической прогрессии $a_{15} = 5$, $a_{17} = -3$. Найдите a_{16} .

8.2. В арифметической прогрессии $a_5 = 25$, $a_7 = -5$. Найдите a_6 .

9. Находить член арифметической прогрессии по формуле n-го члена.

9.1. Разность арифметической прогрессии равна 2, а первый член равен 3. Выпишите первые 5 членов этой прогрессии.

9.2. В арифметической прогрессии (x_n) известен первый член x_1 и разность d . Найдите x_{11} и x_6 :

- а) $x_1=2, d = -3$; б) $x_1=-5, d = 2$; в) $x_1=1, d = -10$

9.3. В арифметической прогрессии, разность которой равна 5, известен четвертый член $a_4=14$. Восстановите начало этой прогрессии.

9.4. Запишите три члена арифметической прогрессии, следующие за данными:

- а) 1, 1, 1, ...;
б) 5, 3, 1, ...;
в) -2, 2, 6, ...

9.5. Данна арифметическая прогрессия (a_n) . Запишите формулу ее n-го члена и найдите a_{10}, a_{15}, a_{38} :

- а) -5, -3, -1, ...; б) 7, 10, 13, ...

9.6. В первом ряду кинозала 30 мест, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в ряду с номером n?

10. Находить номер члена арифметической прогрессии.

10.1. Данна арифметическая прогрессия $\frac{2}{7}; \frac{5}{7}; \frac{8}{7}; \frac{11}{7}; \dots$. Найдите номер члена этой прогрессии равного $\frac{29}{7}$.

11. Находить сумму первых членов арифметической прогрессии по первому и последнему члену.

11.1. Найти сумму первых пятнадцати членов арифметической прогрессии, если $a_1 = 3, a_{15} = 17$.

11.2. Арифметическая прогрессия задана формулой $x_n = 5n + 1$. Найдите $S_{11}, S_{25}; S_n$.

11.3. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 + a_{15} = 1$. Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.

11.4. В арифметической прогрессии (b_n) $b_1 + b_k = 0$. Найдите сумму первых k членов этой прогрессии.

11.5. Найдите сумму всех натуральных чисел:

- а) от 1 до 200; б) от 1 до 300; в) от 10 до 150.

12. Находить сумму первых n членов арифметической прогрессии по формуле через разность.

12.1. Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

- а) $a_1=3, d = 2$; б) $a_1=-1, d = 4$; в) $a_1=5, d = -3$.

12.2. Найдите сумму первых пяти членов арифметической прогрессии, если $a_1=5$; $d = -2$.

13. Находить количество членов арифметической прогрессии, сумма которых определена, если известны первый член прогрессии и разность.

13.1. В первый день турист прошёл 25 км, а в каждый последующий день на 2 км меньше, чем в предыдущий. За сколько дней турист прошёл 120 км?

14. Распознавать геометрическую прогрессию.

14.1. Какая из следующих последовательностей является геометрической прогрессией?

- А) 1; 2; 3; 4; ...
- Б) 3; 4,5; 5; 5,25; ...
- В) 2; 4; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; ...
- Г) 3; 1; $\frac{1}{3}$; ...

15. Находить член геометрической прогрессии по формуле n-го члена.

15.1. Первый член и знаменатель геометрической прогрессии (a_n) равны 5 и 2 соответственно. Найдите четвертый член этой прогрессии.

15.2. В геометрической прогрессии (b_n) дан первый член и знаменатель. Запишите первые пять членов этой прогрессии, если:

- а) $b_1 = 3, q = 2$
- б) $b_1 = -2, q = 4$
- в) $b_1 = 1, q = -3$

15.3. В геометрической прогрессии (b_n), $b_1 = \frac{1}{16}, q = \frac{1}{2}$. Найдите b_4 .

16. Находить знаменатель геометрической прогрессии.

16.1. Найдите знаменатель геометрической прогрессии: 3; 1; $\frac{1}{3}$; ...

16.2. Найдите неизвестный член геометрической прогрессии: $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; x; \frac{4}{3}; \dots$

16.3. Данна геометрическая прогрессия. Найдите ее знаменатель и запишите первые пять членов:

- а) 6, 3, ...;
- б) 2, -1, ...;
- в) 5, 25, ...;
- г) 3, -9, ...

16.4. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n), если $b_2 = -7$ и $b_5 = 0,875$.

16.5. Найдите 6-й член геометрической прогрессии 384; -192; 96; ...

16.6. Зная первые два члена геометрической прогрессии 0,3; 1,8; , найдите следующие за ним два числа.

16.7. Чему равны первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если её четвёртый член равен - 24 , а седьмой равен 192?

17. Находить сумму первых n членов геометрической прогрессии.

17.1. Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии, если $b_1 = \frac{1}{4}$, $q = 2$.

17.2. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n) , если:

- а) $b_1 = 2, q = 3$
- б) $b_1 = -1, q = 4$
- в) $b_1 = 4, q = -3$
- г) $b_1 = 0,5, q = 0,5$

17.3. Найдите сумму первых десяти членов геометрической прогрессии:

- а) 4, 2, 1, ...
- б) 3, -9, 27, ...
- в) 4, 20, 100, ...
- г) $-2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{8}, \dots$

17.4. Данна геометрическая прогрессия 1, 3, 9, ... Найдите:

- а) сумму шести ее первых членов;
- б) сумму пяти первых членов;
- в) сколько последовательных членов этой прогрессии, начиная с первого, надо сложить, чтобы получить 121.

18. Применять арифметическую и геометрическую прогрессию при решении задач на простые и сложные проценты.

18.1.

По договору с издательством автор должен получить за книгу 4000 р. За каждый просроченный день выплаты ему должны выплачивать дополнительно 0,1% от этой суммы.

- а) Сколько должно выплатить автору издательство, если выплата просрочена на 60 дней? Сколько процентов это составит от планируемой суммы?
- б) Через сколько дней издательству придется заплатить автору вдвое больше, чем планировалось?

18.2. Аренда помещения стоит 10 000 р. за месяц, и ее надо оплачивать в установленный срок. За каждый просроченный день дополнительно взимается 3% от стоимости аренды. Какой будет сумма оплаты, если просрочено 10 дней?

18.3. На момент открытия городской библиотеки ее фонд составлял 3000 томов. В течение нескольких лет он ежегодно увеличивался на 20% от первоначального фонда. Составьте формулу, по которой можно вычислить, сколько книг будет в библиотеке через n лет.

18.4. На ярмарке в пятницу продали 2000 воздушных шаров. В субботу было продано шаров на 20% меньше, а в воскресенье еще на 20% меньше, чем в субботу. Сколько воздушных шаров было продано в воскресенье?

18.5. Тираж новой газеты в январе составил 500 экземпляров и ежемесячно увеличивался на 30% от тиража предыдущего месяца. Начиная с какого месяца ее тираж составит свыше 1000 экземпляров?

18.6. Вкладчик внёс в банк 500 тыс. руб. под 20% годовых. В конце каждого года в течение трёх лет после начисления процентов он дополнительно вносил одну и туже сумму. К концу 4го года его вклад стал равным 1364400 рублей. Какую сумму в рублях дополнительно вносил вкладчик в конце каждого года в течение первых трёх лет?

18.7. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 65 500 рублей больше суммы, взятой в кредит?

18.8.

15 сентября планируется взять кредит в банке на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,26 млн рублей?